

Неустойчивые движения газа в поле внешнего излучения

К. В. Краснобаев

Механико-математический факультет МГУ им. М.В.Ломоносова,
Институт космических исследований РАН (Москва)

Аннотация

Исследуются движения газа, который находится под воздействием излучения от внешнего источника. Особенность возникающих при этом проблем заключается в существенной неравновесности поля излучения, обуславливающей такие явления, как рост возмущений стационарного теплового и ионизационного состояния газа (тепловая неустойчивость) и возбуждение нелинейных осцилляций газодинамических разрывов (неустойчивость фронтов ионизации и излучающих ударных волн).

Применительно к движениям газа в космических условиях сформулирована полная система уравнений, на основании которой выполнены численные расчеты ионизационной и тепловой структуры среды, окружающей источник неравновесного излучения. В результате количественно обоснован переход от описания движений газа с помощью системы интегро-дифференциальных уравнений к более простой системе газодинамических уравнений, содержащих источники. С использованием предложенной модели аналитически и численно рассмотрены вопросы устойчивости квазиизэнтропических возмущений в термически неустойчивой среде, выявлено влияние радиационного охлаждения и релаксационных процессов на спектр турбулентных пульсаций в окружающем источник излучения газе, определены спектральные и амплитудные характеристики осцилляций ионизационно-ударного фронта, установлены эффекты кумуляции при взаимодействии излучения с плотными газовыми оболочками.

Введение. Интерес к исследованию устойчивости гидродинамических движений, происходящих под воздействием внешнего излучения, возник ещё в середине прошлого века и был обусловлен, главным образом, попытками объяснить целый ряд наблюдаемых астрофизических явлений (в частности, нерегулярную структуру межзвездной среды) [1-3]. При этом изначально основное внимание уделялось изучению качественных механизмов развития неустойчивости и применялись весьма приближенные физические модели среды.

Тем не менее уже тогда был принят во внимание наиболее характерный процесс взаимодействия вещества и излучения - поглощение высокоэнергичных квантов и переизлучение квантов более низких энергий. Именно этот процесс определяет возникновение особого типа неустойчивостей, таких, как тепловая неустойчивость, неустойчивость излучающих ударных волн, фронтов ионизации.

При дальнейшем развитии теории устойчивости движений газа в поле внешнего излучения была сформулирована достаточно общая система уравнений радиационной газовой динамики, обоснованы использовавшиеся приближенные методы, выведены критерии развития неустойчивостей и определена структура возникающих течений [4-10]. Ниже эти фундаментальные проблемы устойчивости движений излучающего газа рассматриваются применительно к исследованию явлений, происходящих в межзвездной среде и, согласно современным представлениям, способствующих процессам образования плотных газовых конденсаций с массами порядка масс звезд и планет.

Математическая модель взаимодействия высокоэнергичного излучения с газовой средой. Исходными при описании взаимодействия высокоэнергичных квантов с веществом служат уравнения радиационной газовой динамики

$$\begin{aligned}
 \frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div} \mathbf{v} &= 0, \\
 \rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} + \operatorname{grad} p &= 0, \\
 \frac{dE}{dt} + \frac{p}{\rho} \operatorname{div} \mathbf{v} &= \frac{\mathcal{G} - \mathcal{L}}{\rho}, \\
 \frac{dI_\nu}{ds} &= -\alpha_\nu I_\nu + \varepsilon_\nu, \\
 E &= \frac{1}{\gamma - 1} \frac{p}{\rho}, \quad \mathcal{G} = \int_0^\infty \int_{4\pi} \alpha_\nu I_\nu d\nu d\omega, \quad \mathcal{L} = 4\pi \int_0^\infty \varepsilon_\nu d\nu,
 \end{aligned} \tag{1}$$

где искомыми функциями пространственных координат (x, y, z) и времени t являются плотность ρ , скорость \mathbf{v} , давление p , интенсивность излучения I_ν (ν - частота квантов, ω - телесный угол, α_ν и ε_ν - соответственно коэффициенты поглощения и излучения, s - расстояние вдоль траектории фотона). В (1) предполагается, что среда является совершенным газом с показателем адиабаты γ и для простоты исключены вязкость и теплопроводность, формальный учет которых не представляет затруднений.

Присутствие внешних источников квантов высоких энергий обуславливает существенную неравновесность поля излучения и необходимость принять во внимание многочисленные фотохимические процессы. Возникает также проблема расчета ионизационного состава среды, поскольку α_ν и ε_ν зависят от концентраций нейтральных атомов и ионов (в космических условиях это преимущественно атомы водорода, гелия, азота,

кислорода, углерода). Ясно, что тогда система (1) существенно усложняется, так как она должна быть дополнена уравнениями кинетики.

Несмотря на возникающие при решении системы (1) трудности, численно были исследованы наиболее важные классы течений - одномерные плоские, цилиндрически симметричные, сферически симметричные движения, неустановившиеся течения с осевой симметрией.

Замечательно, что наиболее существенные и необходимые для анализа устойчивости черты течений обнаруживаются, если обратиться к результатам решения сравнительно простой задачи о сферически симметричном расширении газа, нагреваемого и ионизируемого точечным источником излучения [5-9].

Пусть в однородной среде в некоторый начальный момент времени вспыхивает точечный источник излучения, под воздействием которого газ нагревается и приходит в движение. Воспользовавшись результатами расчетов, схематически в окрестности источника можно выделить следующие области течения (рис. 1): "I" - область с характерным размером R_0 , занимаемая оптически прозрачным для внешнего излучения газом (поле излучения известно); "II" - переходная область с внешним радиусом R_i , где существенен перенос внешнего излучения, отсутствуют тепловой и ионизационный баланс (здесь, вообще говоря, необходимо решать уравнения кинетики и переноса излучения); "III" - область, куда не проникает излучение от источника, где преобладают высокоэнергичные кванты космического "фона" и расчет охлаждения требует знания кинетики фотохимических реакций при сравнительно низких значениях степени ионизации и температуры T (эта область может содержать ударную волну, располагающуюся на расстоянии R_s от источника).

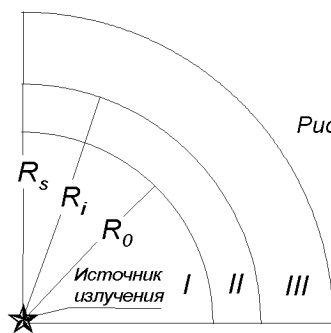


Рис. 1 Качественное изображение характерных областей взаимодействия излучения со средой:

- I - область, занимаемая горячим ионизованным газом;
- II - переходная область;
- III - область взаимодействия среды с "фоновым" излучением.

Суммируя результаты расчетов, можно принять, что при исследовании движений с масштабами $l \ll R_0$ в области "I" величина $(\mathcal{G} - \mathcal{L})$ является известной функцией ρ , T , некоторой релаксационной переменной (например, степени ионизации) и свойств поля внешнего излучения.

Если же $|R_i - R_0| \ll l \ll R_0$, то область "II" можно рассматривать как газодинамический разрыв (фронт ионизации или I -фронт), а в области "III" пользоваться данными о функциях \mathcal{G} и \mathcal{L} , определяемыми по усредненным характеристикам поля "фонового" излучения и химического и ионизационного состава среды.

Прежде чем переходить к рассмотрению конкретных типов неустойчивостей, заметим ещё, что часто области вида ("I" – "III") удается выделить не только вблизи горячих звезд, но и в других объектах (например, в молекулярных облаках). При этом формально иной будет лишь зависимость \mathcal{G} и \mathcal{L} от параметров среды и поля излучения.

Тепловая неустойчивость бегущих волн . В простейшем случае находящейся в покое однородной среды с $\rho = \rho_0$ и $T = T_0$, очевидно, должно выполняться равенство $(\mathcal{G} - \mathcal{L}) \equiv -\rho Q = 0$. Вопрос об устойчивости такого стационарного состояния в линейной постановке впервые достаточно полно был исследован Дж. Филдом [4]. Было показано, что среда неустойчива, если выполняется одно из неравенств

$$T_0 Q_T - \rho_0 Q_\rho < 0 \quad (2)$$

$$T_0 Q_T + \frac{1}{\gamma - 1} \rho_0 Q_\rho < 0. \quad (3)$$

Физически неравенству (2) отвечает так называемая конденсационная мода тепловой неустойчивости. Её развитие обусловлено преобладанием высвечивания над нагревом частицы газа, вследствие чего при сжатии давление падает и происходит разбиение среды на плотные холодные сгустки и разреженное горячее вещество.

Если же выполнено (3), то бегущие волны давления усиливаются за счет дополнительного выделения энергии в фазе сжатия.

Как правило, в космических условиях развивается конденсационная мода и её исследованию посвящено достаточно большое число работ (см., например, монографии [11-13]). Менее полно исследована неустойчивость бегущих волн, хотя, как было показано авторами работ [14,15], она может быть существенной в областях активного звездообразования.

Обратимся поэтому к рассмотрению движений, возникающих при выполнении критерия (3).

Не останавливаясь на линейной теории, отметим, что в приближении слабой нелинейности эволюция произвольного плоского начального возмущения, распространяющегося в однородной среде, описывается сле-

дующим уравнением для возмущения скорости $u'(x, t)$ [16-20]

$$\frac{\partial u'}{\partial t} + \left(a_0 + \frac{\gamma + 1}{2} u'\right) \frac{\partial u'}{\partial x} = \mu^* u' + \nu^* \frac{\partial^2 u'}{\partial x^2}, \quad (4)$$

$$\mu^* = -\frac{\gamma - 1}{2} \left(Q_p + \frac{1}{a_0^2} Q_\rho\right) \rho_0, \quad a_0^2 = \frac{\gamma p_0}{\rho_0},$$

где индекс "0" относится к невозмущенному состоянию и производные Q_p, Q_ρ вычисляются при $p = p_0$ и $\rho = \rho_0$; коэффициент ν^* характеризует процессы диссипации. Показатель адиабаты γ в целях определенности далее принимается равным $5/3$.

Отметим, что уравнение (4) может быть обобщено на случай цилиндрической или сферической симметрии движения, а также описывает нелинейные волны в диссипативном газе с избытком колебательной энергии [16-18].

Анализ решений (4) показывает, что при $\mu^* > 0$ происходит рост возмущений, образование разрыва и появление энтропийного следа за фронтом ударной волны. Эти эффекты иллюстрируются рис. 2, на котором изображена эволюция начального возмущения в однородной недиссипативной среде ($\nu^* = 0$).

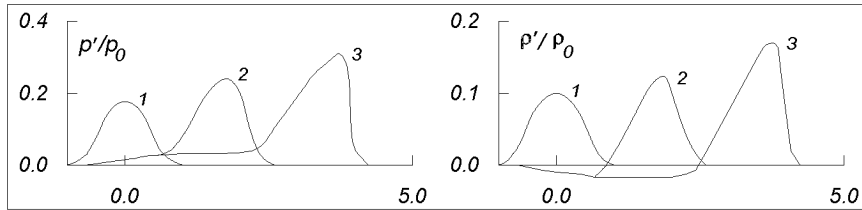


Рис. 2 Эволюция возмущений давления и плотности в термически неустойчивой среде ($\mu^* t = 0; 0.25; 0.5$ для кривых 1-3 соответственно)

Диссипативные процессы (вязкость, теплопроводность, лучистая теплопроводность) могут стабилизировать возмущения определенной длины волны, распространяющиеся со скоростью a_0 [16]. Но в целом естественные ограничения теории слабой нелинейности не позволяют, конечно, дать ответ на наиболее интересный для приложений вопрос о характерных масштабах и максимально возможных в неустойчивом режиме амплитудах волн.

Поэтому проводилось численное моделирование развития малых возмущений в среде, для которой в невозмущенном состоянии удовлетворяется критерий (3).

Использовалась модель газо-пылевой среды, согласно которой приток энергии обусловлен поглощением пылью излучения от внешнего источника, а охлаждение связано с вращательными переходами в молекулах окиси углерода [14].

Расчеты показали, что рост малого начального возмущения, как и предсказывалось теорией слабой нелинейности, сопровождается появлением ударной волны. Однако остающийся за фронтом ударной волны энтропийный след сам является источником вторичных возмущений, что приводит к возникновению последовательности ударных волн (рис. 3). Для изменений амплитуды ударных волн со временем характерна тенденция к стабилизации. Это обстоятельство позволило использовать полученные результаты при оценке эффектов генерации ударными волнами мазерного излучения в молекулярных облаках [19].

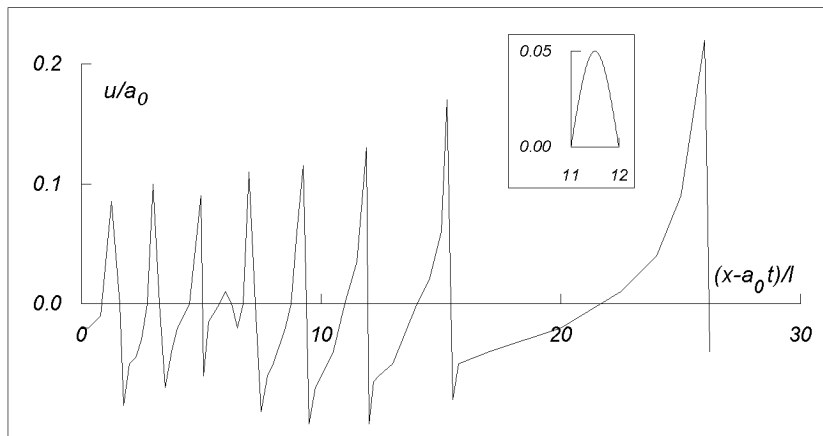


Рис. 3 Распределение скорости в момент времени $a_0 t/l = 100$ (на врезке - распределение скорости при $t = 0$).

Не ограничиваясь анализом волновых движений только в термически неустойчивой среде, удовлетворяющей критерию (3), можно показать [21], что неустойчивость может иметь место и вследствие различия времен установления теплового и ионизационного баланса (в этом случае в исходную систему (1) входит релаксационная переменная). Кроме того, даже если среда термически устойчива, учет радиационных процессов может существенно влиять, например, на характеристики спектра акустической турбулентности [18].

Таким образом, исследованные специфические механизмы подвода тепла к газу от внешнего источника излучения могут приводить как к возникновению неустойчивых движений даже в первоначально однородной неподвижной среде, так и к изменению диссипативных свойств

среды, определяющих структуру турбулентных полей скорости, плотности и температуры среды.

Неустойчивость комплекса разрывов в неравновесно излучающем газе. Более сложный, чем рассматривавшийся выше в однородной неподвижной среде, механизм нарастания возмущений имеет место в случае, когда параметры основного течения зависят от координат и, в частности, в области движения присутствуют разрывы [22-24].

Поясним этот механизм на примере течения за фронтом ударной волны в газе с высвечиванием.

Общий характер изменения параметров газа за фронтом такой ударной волны состоит в том, что непосредственно за адиабатическим скачком следует зона сильного возрастания плотности ρ , уменьшения температуры T и скорости частиц u при сравнительно небольшом изменении давления p (зона релаксации). Полагая в (1) для простоты $\mathcal{G} = 0$, для размера зоны релаксации l_c получим выражение

$$l_c = a_s^2 \frac{\rho_s u_s}{\mathcal{L}(\rho_s, T_s)} \quad (5)$$

(индекс "s" относится к значениям величин за скачком, a_s - изотермическая скорость звука).

Из (5) видно, что если при увеличении скорости ударной волны (то есть при возрастании T_s) увеличивается и характерное время охлаждения l_c/u_s , то в области за скачком возникает избыточное (по отношению к стационарному состоянию, соответствующему изменившейся скорости разрыва) давление. Это возмущение давления, отразившись от границы области, занимаемой холодным газом, способно привести к дальнейшему ускорению ударного фронта. Линейный анализ и численные расчеты показывают, что возможен осциллирующий режим [22-25] (рис. 4). На рис. 4 штриховой линией изображено изменение со временем положения ударной волны x_s , вычисленное в предположении, что \mathcal{L} не зависит от T (пространственная координата и время на рис. 4-5 отнесены соответственно к l_c и к l_c/u_0 , где u_0 - скорость невозмущенного течения перед ударной волной).

Однако для типичных условий в околозвездном газе амплитуда насыщения колебаний одиночной ударной волны невелика [25] (сплошные кривые на рис. 4). Но если учесть присутствие за ударной волной фронта ионизации, то становятся важными эффекты акустического резонанса и амплитуда колебаний резко увеличивается (рис. 5; L - расстояние между фронтами в начальный момент времени).

Таким образом, граничные условия, как и зависимость $l_c(T_s)$, оказывают определяющее влияние на структуру нелинейных волн. Это про-

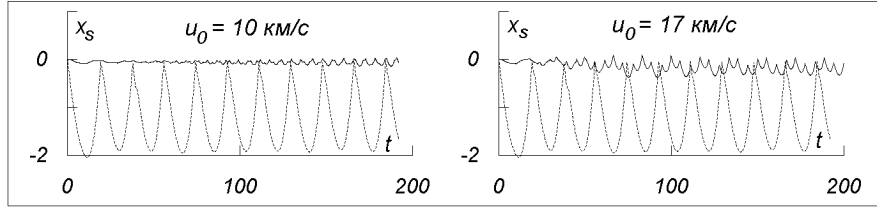


Рис. 4 Осцилляции положения $x_s(t)$ одиночной ударной волны в межзвездной среде (сплошные кривые, $M_0 = 10$) и при постоянном темпе охлаждения (штриховые линии, $M_0 = 40$).

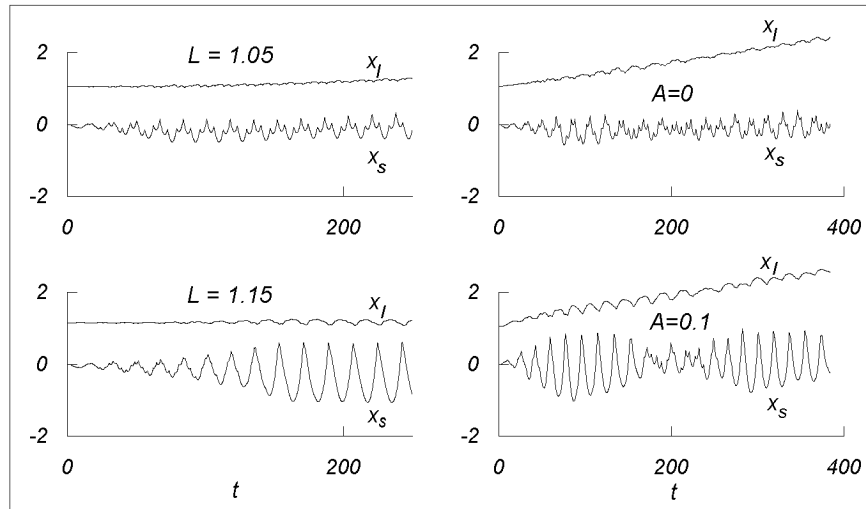


Рис. 5 Координаты ударного x_s и ионизационного x_i фронтов (слева - стационарный комплекс разрывов, справа - скорость ударной волны превышает скорость фронта ионизации; $\Phi = 1/2$, $u_0 = 17$ км/с, $M_0 = 10$).

является особенно отчетливо в случае, когда в основном течении различаются скорости разрывов [26]. При этом, строго говоря, условия резонанса не выполняются и амплитуда колебаний положений фронтов сравнительно невелика (рис. 5; параметр Φ характеризует разность скоростей фронтов - он равен единице для стационарного течения и убывает по мере увеличения этой разности). Тем не менее присутствие в натекающем на ударную волну газе даже весьма небольших по амплитуде возмущений $A = \rho'/\rho_0$ способно привести к смещениям ударной волны $|x_s| \sim l_c$ (рис. 5). Смещения такого же порядка вызывают и вариации потока внешнего излучения, причем учет поглощения, стабилизируя фронт ионизации и тем самым создавая более благоприятные условия для отражения волн, приводит к ещё большим значениям $|x_s|$, чем в оптически прозрачной среде [27].

В целом расчеты показывают, что несмотря на весьма сложную за-

висимость \mathcal{L} от T , можно выделить достаточно широкий диапазон изменения скоростей ударных волн, где радиационные процессы обуславливают развитие неустойчивости. Для комплекса разрывов имеют место резонансные эффекты, в результате чего существенно увеличивается максимум амплитуды возмущений, а в неустановившемся основном течении возможно усиление волн под действием малых вариаций параметров среды и (или) потока внешнего излучения.

Неустойчивость фотоиспаряемого слоя газа. Наряду с задачей о расширении нагреваемой излучением однородной среды, в астрофизических приложениях часто представляют интерес движения, которые возникают в имеющем достаточно резкую границу плотном газовом облаке, внутри которого располагается источник излучения. Предполагается, что при расширении облака его нейтральная оболочка подвергается ускорению и вследствие неустойчивости Рэля-Тейлора возникают конденсации с массами порядка масс звезд и планет [28]. Однако анализ проводился на основе классических представлений об эволюции возмущений, длина волны которых l мала по сравнению с толщиной оболочки h . В то же время, как показывают исследования Г.Г. Черного с соавторами [29], на стадии, когда оболочка становится достаточно тонкой, возможно проявление кумулятивных эффектов, качественно меняющих структуру конденсаций.

Применительно к динамике фотоиспаряемой оболочки особенность движения заключается в том, что масса оболочки уменьшается со временем вследствие оттока полностью ионизованной плазмы от внутренней границы нейтрального газа (эта граница представляет собой фронт ионизации, распространяющийся относительно нейтральных частиц с малой дозвуковой скоростью). Принимая во внимание это обстоятельство, в лагранжевых переменных ξ, t система уравнений для нахождения координат слоя x, y и отнесенной к её начальному значению массы частицы $M(\xi, t)$ принимает вид [30]

$$\begin{aligned}
 M \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} &= \left(-g + \frac{\partial M}{\partial t} \frac{U_r}{\sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial \xi}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \xi}\right)^2}} \right) \frac{\partial y}{\partial \xi}; \\
 M \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} &= \left(g - \frac{\partial M}{\partial t} \frac{U_r}{\sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial \xi}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \xi}\right)^2}} \right) \frac{\partial x}{\partial \xi}; \\
 \frac{\partial M}{\partial t} &= -\gamma^* \frac{\partial x}{\partial \xi}.
 \end{aligned} \tag{6}$$

В уравнениях (6) $g = \Delta p/\sigma$, где Δp - разность давлений на внутренней и внешней сторонах оболочки, $\sigma = const$ - поверхностная плотность в начальный момент времени, $\gamma^* = m_H \Phi^*/\sigma$, Φ^* - поток ионизирующего излучения, m_H - масса атома водорода, ρ и U_r - соответственно плотность и относительная скорость оттекающей от фронта ионизации плазмы.

При выводе уравнений (6) не учитывались возмущения давления и плотности в ионизованном газе. Диапазон длин волн, в котором такое приближение оправдано, можно оценить, сопоставляя характерное время развития неустойчивости тонкого слоя τ_i и время затухания волн τ_d в соответствии с уравнением (4) при $\mu^* < 0$. Выполнение неравенства $\tau_d \ll \tau_i$ обеспечивает справедливость используемого приближения и дает возможность оценить верхний предел масс образующихся конденсаций.

Поскольку как ускорение оболочки, так и теряемая ей масса, вообще говоря, зависят от времени [28], то для уравнений (6) исследовались точные решения, позволяющие учесть нестационарность давления и поля излучения. Такие точные решения отвечают случаю, когда коэффициент при Φ^* слабо зависит от формы слоя, $M \approx 1$ и

$$\lambda = g + \gamma^* U_r = \frac{\lambda_0}{(t - t_0)^2}, \quad \lambda_0 = const, \quad t_0 = const. \quad (7)$$

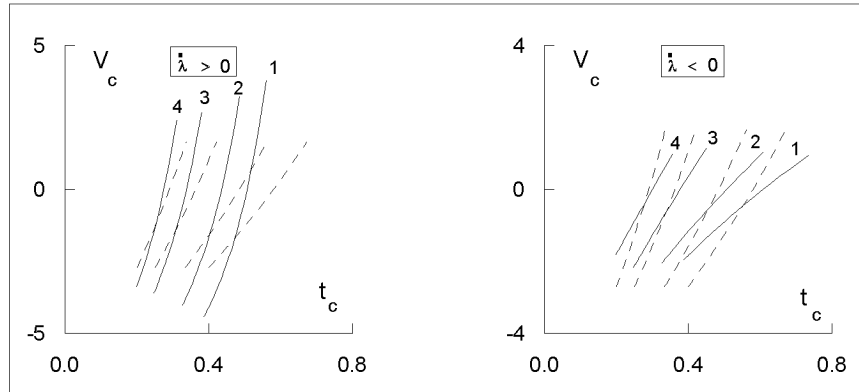


Рис. 6 Зависимость скорости газа от времени. Кривым 1-4 соответствуют значения $r = 2.51, 3, 4, 5$. Штриховые линии отвечают равноускоренному движению при тех же r .

Следуя работе [29], можно показать, что если выполнено (7), то образуются ориентированные вдоль оси y "пальцы". При этом момент схлопывания сближающихся частиц t_c и скорость частиц в этот момент $V_c(t_c)$ зависят от характерного времени изменения λ . Как видно из графиков на рис. 6, возрастание λ приводит к более быстрому увеличению V_c , чем в случае равноускоренного движения с $\lambda = \lambda(0)$ (на рис. 6 $r = \sqrt{k\lambda_0}$,

k - волновое число возмущения). Если $\dot{\lambda} < 0$, то рост V_c , естественно, замедляется.

Вопрос о том, как влияет анизотропия излучения на t_c и V_c может быть исследован на примере частных решений уравнений (6). Одним из таких решений является автомодельное решение с начальными данными для возмущений координат $x' = y' = 0$ и скорости $\partial y' / \partial t = v_0 \sqrt{\xi}$, зависящее от переменной $\eta = t \sqrt{g/\xi}$. Замечательно, что согласно этому решению не только качественные, но и количественные различия формы слоя в изотропном и анизотропном поле излучения невелики. Это можно видеть на рис. 7, где изображена форма слоя для двух значений параметров $G = \gamma^* U_r / g$ и $q = v_0 / \sqrt{g}$ (сплошным кривым соответствует $q = 1$, штриховой линии - $q = 0.5$).

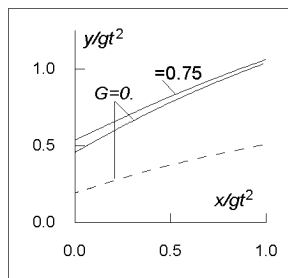


Рис. 7 Форма слоя (автомодельное решение). Значения $G=0$ и $G=0.75$ отвечают соответственно изотропному и анизотропному полю излучения.

Следовательно, кумулятивные эффекты могут иметь место при достаточно разнообразных условиях фотоиспарения тонких оболочек. Это позволяет объяснить происхождение наблюдаемых радиально ориентированных конденсаций, оценить их массы и дисперсию скоростей [30].

Заключение. Взаимодействие неравновесного излучения с газом обуславливает развитие особого типа неустойчивостей, физический механизм которых связан с нарушением теплового баланса среды при отклонении её параметров от соответствующих стационарному состоянию.

Показано, что неустойчивость квазиизэнтропических волн характеризуется ростом их амплитуды, опрокидыванием и образованием последовательности ударных волн. Даже в тех случаях, когда критерий неустойчивости не выполняется, радиационные процессы тем не менее могут приводить к изменению инерционного интервала акустической турбулентности и вида структурной функции поля скоростей.

Присутствие в течении разрывов (ударных волн, контактных поверхностей, фронтов ионизации) создает условия для проявления эффектов акустического резонанса, в результате чего в несколько раз увеличивается амплитуда возмущений на стадии стабилизации неустойчивости.

Неустойчивое движение фотоиспаряемой тонкой оболочки может сопровождаться кумулятивными явлениями и формированием конденсаций с сильно различающимися радиальными скоростями частиц среды.

В целом выполненные аналитически и численно исследования позволили определить параметры нерегулярностей плотности, скорости и температуры газа, согласующиеся с наблюдениями в областях активного звездообразования и в окрестностях горячих звезд.

Литература

1. Oort J.H, Spitzer L. // *Astrophys. J.*, 1955, v. 121, P. 6.
2. Zanstra H. // *Vistas in astronomy*, 1955, V. 1, P. 256.
3. Кан Ф. // Сб. "Третий симпозиум по космической газодинамике", М. : Изд-во иностр. лит., 1960.
4. Field G.B. // *Astrophys. J.* , 1965, V. 142 , P. 531.
5. Hjellming R.M. // *Astrophys. J.* , 1966, V. 143 , P. 420.
6. Rubin R.H. // *Astrophys. J.* , 1968, V. 153 , Pt. 1, P. 761.
7. Краснобаев К. В. // *Астрон. Журн.*, 1970, Т. 47, С. 1047.
8. Yorke H.W. // *Ann. Rev. Astr. Ap.* , 1986, V. 24, P. 49.
9. Franco J., Tenorio-Tagle G., Bodenheimer P. 265. // *Astrophys. J.* , 1990, V. 349, P. 126.
10. Garcia-Segura G., Franco J. // *Astrophys. J.* , 1996, V. 469, P. 171.
11. Баранов В. Б., Краснобаев К. В. // *Гидродинамическая теория космической плазмы*, М. : Наука, 1977.
12. Каплан С. А., Пикельнер С. Б. // *Физика межзвездной среды*, М. : Наука, 1979.
13. Бочкарев Н. Г. // *Основы физики межзвездной среды*, М. : Издательство Московского университета, 1992.
14. Orpenheimer M. // *Astrophys. J.* , 1977, V. 211, P. 400.
15. Шекинов Ю.А. // *Астрофизика* , 1979, Т. 15, С. 347.
16. Краснобаев К. В. , Тарев В. Ю. // *Астрон. Журн.*, 1987, Т. 64, С. 1210.
17. Краснобаев К. В., В.Ю.Тарев // *Изв. АН СССР, МЖГ*, 1990, N 2.
18. Краснобаев К. В., Сысоев Н.Е. // *Письма в Астрон. журн.*, 1991, Т. 17, С. 932.
19. Краснобаев К. В. , Сысоев Н. Е. , Тарев В. Ю. // *Ядерная физика, физика космических излучений, астрономия* , М. : Издательство Московского университета, 1994, С. 222.
20. Krasnobaev K.V. // *Astrophys. and Space Sci.*, 2000, V. 274, P. 307.
21. Краснобаев К. В., Тарев В. Ю. // *Астрон. журнал*, 1997, т. 74, N 5.
22. Chevalier R. A. , Imamura J. N. // *Astrophys. J.* , 1982,

- V. 261, P. 543.
23. Strickland R. , Blondin J. M. // *Astrophys. J.* , 1995, V. 449, P. 727.
 24. Kimoto P. A. , Chernoff D. F. // *Astrophys. J.* , 1997, V. 487, P. 728.
 25. Краснобаев К. В. // Письма в Астрон. журн., 2001а, Т. 27, С. 112.
 26. Краснобаев К. В. // Письма в Астрон. журн., 2001б, Т. 27, С. 667.
 27. Краснобаев К. В. // Письма в Астрон. журн., 2002, Т. 28, С. 659.
 28. Carriotti E.R.// *Astrophys. J.*, 1973, V. 179, P.495.
 29. Голубятников А.Н., Зоненко С.И., Черный Г.Г. // *Успехи механики*, 2005, Т. 3, N 1, С. 31.
 30. Краснобаев К. В. // Письма в Астрон. журн., 2004, Т. 30, С. 500.