

Научно-исследовательский институт механики

МГУ имени М.В. Ломоносова



Материалы XXV Международной конференции

**«НЕЛИНЕЙНЫЕ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ
УСТОЙЧИВОСТИ И ТУРБУЛЕНТНОСТЬ»**

18 – 24 февраля 2024 г.

**г. Звенигород, Московской область,
пансионат «Звенигородский»**

Конференция посвящается 270-летию Московского университета.

Издательство Московского университета

2024

УДК 532.516.532.517
ББК 35.114
М 43

Материалы XXV Международной конференции «Нелинейные задачи теории гидродинамической устойчивости и турбулентность» 18 – 24 февраля 2024 г.

г. Звенигород, Московской область, пансионат «Звенигородский» / отв. ред. Н. В. Никитин, Н. В. Попеленская. – Москва:

М 43 Издательство Московского Университета, 2024. – 131, [1] с.

ISBN

В материалах конференции отражено современное состояние теории гидродинамической устойчивости и турбулентности. Представлены экспериментальные и теоретические работы по прямому численному моделированию турбулентности и по переходу к турбулентности.

Сборник будет полезен аспирантам, студентам и научным сотрудникам.

Конференция посвящается 270-летию Московского университета.

УДК 532.516.532.517
ББК 35.114

ISBN

НИИ механики
МГУ им. М.В. Ломоносова,
2024

СОДЕРЖАНИЕ

1.	Агеев А.И., Осипцов А.Н. Форма поверхности тонкого слоя на супергидрофобной поверхности вблизи переднего фронта смачивания	6
2.	Агеева М.В., Демин В.А., Демина Т.В. Особенности переноса паров кремния через разреженную среду в ходе высокотемпературного силицирования углеродных материалов	7
3.	Алексеев М.С., Демехин Е.А., Ганченко Г.С. Распределение концентрации анализита в тернарном электролите около ионоселективной поверхности под действием электрического поля	9
4.	Амелюшкин И.А., Кривопалова Е.В., Кинса С.Б., Кудров М.А., Павленко О.В. Экспериментальные установки, математические модели процессов управления обтекания тел аэрозольным потоком	11
5.	Андронов П.Р. Бессеточное моделирование угловых аэроупругих колебаний эллиптического цилиндра на державке	13
6.	Арсеньев С.А., Эппельбаум Л.В. Воздействие турбулентного трения на нелинейные волны цунами, бегущие по шельфу	15
7.	Афанасьев Л.В., Яцких А.А., Косинов А.Д. Экспериментальное исследование взаимосвязи пульсаций набегающего потока и возмущений сверхзвукового пограничного слоя при числах Маха 2 и 2,5	17
8.	Баранов В.Б., Измоленов В.В. Исследование неравновесных и нестационарных процессов в области взаимодействия солнечного ветра с локальной межзвездной средой – численное моделирование и анализ данных космических аппаратов	19
9.	Бойко А.В., Архангельский Е.А., Прокофьев В.В. Зависимость эффективности работы волновых движителей на полупогруженном судне с малой площадью сечения по ватерлинии от параметров волн, судна и движителя	20
10.	Брацун Д.А. Хемоконвекция в реагирующих смесях: нелинейная динамика, структуры, механизмы и приложения	22
11.	Брацун Д.А., Костарев К.В. Тепловая конвекция в стае высших животных	24
12.	Булатов В.В. Волновая динамика стратифицированных сред с фоновыми сдвиговыми течениями: аналитические решения, асимптотики и критические режимы генерации	27
13.	Булатов В.В., Владимиров И.Ю., Ильичева М.А. Волны на границе льда и глубокой жидкости от локализованных источников: точные решения и асимптотики	30
14.	Бушуева А.В., Дьякова В.В., Полежаев Д.А. Экспериментальная техника измерения диффузионной извилистости пористых материалов с использованием флуоресцирующего красителя в жидкости	32
15.	Бушуева А.В., Полежаев Д.А. Экспериментальное исследование массопереноса растворенного в осциллирующей жидкости вещества в пористой среде	33
16.	Веденеев В.В., Подопросветова А.Б. Асимптотическое поведение спектра собственных частот протяжённых одномерных систем	35
17.	Власова О.А., Звягинцева Е.А., Кудымова Е.М., Козлов В.Г. Структура и устойчивость потоков во вращающейся цилиндрической полости, генерируемых движущейся вдоль оси вращения сферой	36
18.	Волков Л.С., Фирсов А.А. Влияние импульсно-периодического локального энерговклада на интегральные и локальные характеристики в области инъекции поперечной струи в поток воздуха	37
19.	Вяткин А.А., Петухов С.А. Режимы тепловой конвекции во вращающемся горизонтальном цилиндрическом слое жидкости. Роль относительной толщины	39
20.	Гайфуллин А.М., Щеглов А.С. О трех задачах теории струй	40
21.	Ганченко Г.С., Шелистов В.С. Развитие теории устойчивости микротечений электролита вблизи ионоселективных поверхностей под воздействием внешнего электрического поля	42
22.	Гареев Л.Р., Веденеев В.В., Иванов О.О., Трифонов В.В. Взаимодействие модального и немодального механизмов роста возмущений в экспериментах с затопленной струей	45
23.	Гембаржевский Г.В., Осипенко К.Ю. О конкуренции мод течения ближнего следа от пары цилиндров	47

24.	Голубков В.Д., Беляев К.В., Гарбарук А.В., Стрелец М.Х. Применение глобального анализа устойчивости для исследования влияния нерегулярностей на положение ламинарно-турбулентного перехода, вызываемого волнами Толлмина-Шлихтинга	52
25.	Гордин В.А. Комплексный коэффициент турбулентного обмена в пограничном слое атмосферы Земли (модификация модели Акерблома — Экмана)	61
26.	Горайнов В.А. Возникновение пульсационных режимов в газовых струях при постоянном расходе	68
27.	Дьякова В.В., Власова О.А., Козлов В.Г. Влияние межфазного натяжения на динамику осциллирующей границы раздела двух жидкостей	89
28.	Евстигнеев Н.М. Численное исследование отсоединенных решений в некоторых задачах для уравнений Навье-Стокса	91
29.	Загайнов И.А., Попович С.С., Егоров К.С. Экспериментальная отработка методов измерения поля скорости в потоке сжимаемого газа	92
30.	Здитовец А.Г., Киселев Н.А., Виноградов Ю.А. Влияние режимов обтекания пары цилиндров поперечным сжимаемым потоком воздуха на эффект Эккерта-Вайса	94
31.	Иванов О.О. Изменение резонансных колебаний упругого цилиндра в потоке газа вблизи твердых тел	95
32.	Ильичев А.Т., Шаргатов В.А. Устойчивость стоячих уединенных волн в мембранной трубке с локализованной неоднородностью стенок, заполненной жидкостью с непостоянным профилем скорости	96
33.	Илюхин И.М., Егоров И.В., Федоров А.В. Нелинейное взаимодействие неустойчивых гармоник при формировании турбулентного пятна в сверхзвуковом пограничном слое с благоприятным градиентом давления	97
34.	Исаев С.А. Валидация RANS подхода при решении задач с интенсивными отрывными течениями и теплообменом	98
35.	Карелин А.Н. Аэродинамика турбулентного потока ядерного реактора	99
36.	Карпунин И.Э. Поведение сферы при колебаниях жидкости в круглом вертикальном канале с периодически изменяющимся сечением	100
37.	Касимов А.Р., Голдин А.Ю. Нелинейная динамика газовой детонации при ее распространении в периодически неоднородной среде	101
38.	Козлов В.Г. Осцилляционная динамика гидродинамических систем с границей раздела	102
39.	Козлов В.Г., Зимасова А.Р., Козлов Н.В. Влияние контраста вязкости на устойчивость границы раздела двух жидкостей в неравномерно вращающемся горизонтальном цилиндре	104
40.	Колесник Е.В., Смирнов Е.М. Переход к автоколебательным режимам ламинарного обтекания затупленного ребра: численное исследование с варьированием числа Маха	106
41.	Конюхов А.В. О влиянии термодинамической неравновесности на затухание возмущений за фронтом нейтрально-устойчивой ударной волны	109
42.	Копьев В.Ф., Чернышев С.А., Барбасов А.Б. О конкуренции акустической неустойчивости и майлсовского демпфирования в динамике вихревых течений	110
43.	Корольков С.Д., Измоденов В.В. Стабилизация астропазы периодическими колебаниями звездного ветра	111
44.	Косинов А.Д., Питеримова М.В., Ермолаев Ю.Г., Шмакова А.В., Смородский Б.В., Семенов Н.В. Эволюция волнового поезда в продольном возмущении сверхзвукового пограничного слоя плоской пластины	112
45.	Косьянчук В.В. Моделирование разделения газовых смесей в турбомолекулярном насосе	114
46.	Кошелев К.Б., Стрижак С.В. Моделирование течения реки Зея в районе впадения в реку Амур	115
47.	Кривоносова О.Э., Жиленко Д.Ю. Влияние случайных флуктуаций скорости вращения с различными спектрами на течения вязкой несжимаемой жидкости	116
48.	Кривоносова О.Э., Жиленко Д.Ю. Предвестники неустойчивости и новый метод определения предела устойчивости в присутствии шума	118
49.	Леманов В.В., Иващенко В.А., Лукашов В.В., Мулладжанов Р.И., Шаров К.А. Перемежаемость и суперструктуры в инертных и реагирующих струях	123
50.	Луцик В.Г., Попович С.С. Коэффициент аналогии Рейнольдса в турбулентном пограничном слое на проницаемой пластине в сверхзвуковом потоке с положительным градиентом давления	124

51.	Лущик В.Г., Решмин А.И., Тепловодский С.Х., Трифонов В.В. Течение и теплообмен в плоском диффузоре	125
52.	Лущик В.Г., Решмин А.И., Тепловодский С.Х., Трифонов В.В. Исследование теплообменника с соосными диффузорными каналами	127
53.	Любимова Т.П., Колесов Е.В. Неустойчивость Кельвина-Гельмгольца на границе раздела плоскопараллельных потоков вязкой и вязкопластической жидкостей в пористой среде	128
54.	Любимова Т.П., Лобова Е.О. Влияние модуляции силы тяжести на устойчивость конвективного течения в плоском вертикальном слое с внутренними источниками тепла	129
55.	Магомедов Ш.М., Касимов А.Р. Асимптотический анализ структуры бегущих волн в одной упрощенной модели из теории горения	130
56.	Матюшин П.В. «Бета-минус»-визуализация вихревой структуры трёхмерных течений стратифицированной вязкой жидкости. механизмы формирования внутренних волн задвигающимся телом	131
57.	Михеев Н.И., Давлетшин И.А., Шакиров Р.Р. Вторичные течения в плоском диффузоре и их роль в процессах переноса	134
58.	Молочников В.М., Пашкова Н.Д., Паерелий А.А. Влияние закрутки потока на структуру течения за осесимметричным внезапным расширением при умеренных числах Рейнольдса	137
59.	Некрасов О.О., Смородин Б.Л. Электротермоконвективные волновые течения слабопроводящей жидкости в переменном электрическом поле	141
60.	Никитин Н.В. Вторичные течения, генерируемые турбулентностью	146
61.	Осипцов А.Н. О развитии лагранжевых подходов для моделирования пульсирующих, вихревых и турбулентных газодисперсных потоков	147
62.	Петрушов А.А., Краснопольский Б.И. Оптимизация решения систем линейных алгебраических уравнений: гибридный подход	148
63.	Питеримова М.В., Косинов А.Д. Идентификация механизма наклонного перехода в сверхзвуковом пограничном слое на плоской пластине	149
64.	Попович С.С., Здитовец А.Г., Виноградов Ю.А., Козлов П.В. Сравнительное исследование методов определения теплового потока в стенку, обтекаемую потоком сжимаемого газа	151
65.	Прокофьев В.В., Очеретяный С.А., Филатов Е.В., Топейцев Г.В. Исследование автоколебательных режимов течения в генераторе импульсных струй	153
66.	Рудяк В.Я. Моделирование течений наножидкостей. Особенности и подводные камни	155
67.	Рысин К.Ю. Устойчивость вращающегося вокруг горизонтальной оси плоского слоя жидкости при либрациях	157
68.	Сбоев Д.С., Нгуен Т.Т. Вторичная неустойчивость и генерация турбулентных пятен в пограничном слое при повышенном уровне внешней турбулентности	158
69.	Серов С.А., Серова С.С. Обобщенное асимптотическое решение системы кинетических уравнений Больцмана, система уравнений многокомпонентной неравновесной газовой динамики и турбулентность	160
70.	Смирнов Е.М., Гатаулин Я.А. Опыт численного моделирования отрывных течений с локальной турбулентностью в моделях кровеносных сосудов	161
71.	Смородин Б.Л. Термокапиллярная конвекция бинарной смеси в модулированном тепловом поле при наличии эффекта COPE	165
72.	Субботин С.В., Ширяева М.А. Неустойчивость зонального течения, обусловленная триадным резонансом инерционных волн во вращающемся цилиндре	168
73.	Тепловодский С.Х., Чичерина А.Д., Абдухакимов Ф.А., Агафонов С.Ф., Зайко Ю.С., Решмин А.И., Трифонов В.В. Исследование характеристик устройства для формирования защитного воздушного потока	169
74.	Тугазаков Р.Я. Силы, возникающие в пристеночном слое при обтекании плоской пластины сверхзвуковым потоком вязкого газа	171
75.	Уточкин В.Ю., Сираев Р.Р., Браун Д.А. Спонтанное упорядочение структуры хемотропного течения в системе несмешивающихся растворов	172
76.	Усов Л.А., Трошин А.И. Калибровка дифференциальной модели для напряжений Рейнольдса на основе современных данных прямого численного моделирования турбулентного течения в канале и ее тестирование	173

77.	Федюшкин А.И., Гневушев А.А., Захаров А.С., Рожков А.Н. Режимы обтекания жидкой каплей препятствий (эксперимент и численное моделирование)	175
78.	Федюшкин А.И., Гневушев А.А., Захаров А.С. Симметризация течения вязкой жидкости в плоском диффузоре	178
79.	Хазов Д.Е. Влияние обратной ступеньки в сверхзвуковом канале трубы Леонтьева на энергоразделение	181
80.	Хатунцева О.Н. Об учете свойства необратимости по времени при моделировании турбулентного режима течения	184
81.	Цыпкин Г.Г. О переходах к неустойчивости фильтрационных течений	185
82.	Черепанов И.Н., Смородин Б.Л. Вибрационно-конвективные течения коллоидной суспензии в ячейке Хеле-Шоу	191
83.	Черепанов И.Н., Смородин Б.Л. Влияние взаимодействия частиц на устойчивость горизонтального слоя коллоидного раствора	197
84.	Чичерина А.Д. Расчетное исследование статической аэроупругой неустойчивости крыла конечного размаха	201
85.	Чувахов П.В., Погорелов И.О., Образ А.О., Фёдоров А.В. Моделирование возмущений, создаваемых твёрдыми частицами в сверхзвуковом пограничном слое	202
86.	Шалаев В.И., Калугин С.Т., Толоко Г.В., Токарев В.А. Плоскопараллельные течения в сжимаемом газе	203
87.	Шаргатов В.А., Чугайнова А.П., Коломийцев Г.В. Устойчивость решений в виде бегущей волны для обобщенного уравнения Кортевега-де Вриза-Бюргерса с переменным коэффициентом диссипации	210
88.	Шишаева А.С., Иванов О.О. Численное моделирование влияния пластины конечной длины на колебания закрепленного на пружине цилиндра	211
89.	Экстер Н.М., Гареев Л.Р., Зайко Ю.С. Анализ длины участка локальной абсолютной неустойчивости затопленной струи	212
90.	Яворский Н.И. Новые точные решения уравнений магнитной гидродинамики для конического класса течений. обобщение задачи Джеффри-Гамеля	213
91.	Яцких А.А., Лысенко В.И., Смородский Б.В., Шипуль С.А., Юзенас А.Д., Афанасьев Л.В. Развитие возмущений в сверхзвуковом пограничном слое пластины с продольными углублениями на поверхности	214

ФОРМА ПОВЕРХНОСТИ ТОНКОГО СЛОЯ НА СУПЕРГИДРОФОБНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ВБЛИЗИ ПЕРЕДНЕГО ФРОНТА СМАЧИВАНИЯ

А.И. Агеев, А.Н. Осипцов
НИИ механики МГУ, Москва

Рассматривается задача о пальцевой неустойчивости переднего фронта смачивания ньютоновской жидкости на вертикальной супергидрофобной поверхности (СГП) и почти горизонтальной СГП [1]. Из уравнений Навье-Стокса, описывающих течение жидкости на твердой непроницаемой наклонной поверхности, получены асимптотические уравнения тонкого стоксова слоя. На СГП заданы условия проскальзывания Навье для продольной компоненты скорости и непротекания для нормальной к СГП компоненты скорости; на свободной поверхности задаются динамические условия отсутствия касательных напряжений и условие для нормальных напряжений, содержащее скачок давления [1]. С использованием выражения для продольной компоненты скорости и кинематического условия на свободной поверхности получено уравнение в частных производных, описывающее эволюцию поверхности тонкого слоя:

$$\frac{\partial h}{\partial t} - \alpha \frac{\partial}{\partial x} \left(\left(\frac{h^3}{3} + Bh^2 \right) \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\left(\frac{h^3}{3} + Bh^2 \right) \frac{\partial^3 h}{\partial x^3} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^3}{3} + Bh^2 \right) = 0$$

Здесь $h(x, t)$ – неизвестная толщина (форма поверхности) слоя; $\alpha = 0$ соответствует вертикальной СГП, $\alpha = 1$ почти горизонтальной; B – безразмерная длина скольжения СГП. Вдали от фронта смачивания при $x \rightarrow -\infty$ толщина слоя $h(x, t) \rightarrow h_0$, что соответствует толщине щели, из которой жидкость поступает на СГП.

Для нахождения формы поверхности слоя вблизи переднего фронта смачивания строится решение типа бегущего фронта. Решение представляется в виде $h(x, t) = H(x - Ut) = H(\xi)$, где U – скорость распространения переднего фронта, а $\xi = 0$ соответствует нулевому значению толщины слоя на переднем фронте. В новых переменных уравнение для формы поверхности слоя принимает вид:

$$-U \frac{dH}{d\xi} - \alpha \frac{d}{d\xi} \left(\left(\frac{H^3}{3} + BH^2 \right) \frac{dH}{d\xi} \right) + \frac{d}{d\xi} \left(\left(\frac{H^3}{3} + BH^2 \right) \frac{d^3 H}{d\xi^3} \right) + \frac{d}{d\xi} \left(\frac{H^3}{3} + BH^2 \right) = 0$$

После интегрирования получаем:

$$-UH - \alpha \left(\frac{H^3}{3} + BH^2 \right) \frac{dH}{d\xi} + \left(\frac{H^3}{3} + BH^2 \right) \frac{d^3 H}{d\xi^3} + \left(\frac{H^3}{3} + BH^2 \right) = A$$

Неизвестные значения U и A вычисляются из краевых условий. Для построения решения применяется модель прекурсорного слоя [2], в рамках которой предполагается, что передний фронт распространяется по твердой поверхности, покрытой слоем жидкости толщиной δ . В принятых предположениях краевые условия принимают вид $H(\xi \rightarrow -\infty) \rightarrow H_0$, $H(\xi \rightarrow +\infty) \rightarrow \delta$. После вычисления U и A получаем краевую задачу:

$$\begin{aligned} & - \left[\frac{(H_0^2 + H_0\delta + \delta^2)}{3} + B(H_0 + \delta) \right] H - \alpha \left(\frac{H^3}{3} + BH^2 \right) \frac{dH}{d\xi} + \left(\frac{H^3}{3} + BH^2 \right) \frac{d^3 H}{d\xi^3} + \left(\frac{H^3}{3} + BH^2 \right) = \\ & = -BH_0\delta - \frac{(H_0^2\delta + H_0\delta^2)}{3}, \quad H(\xi \rightarrow -\infty) \rightarrow H_0, \quad H(\xi \rightarrow +\infty) \rightarrow \delta \end{aligned}$$

Решение краевой задачи строится на основе конечно-разностной аппроксимации дифференциальных операторов на отрезке $[-\xi_0, \xi_0]$, где ξ_0 выбирается из условия асимптотического удовлетворения краевым условиям. Для решения итоговой системы нелинейных разностных уравнений применяется метод Ньютона [3]; численное решение системы нелинейных разностных уравнения получается с использованием итераций, которые продолжаются пока не будет достигнута требуемая точность, определяемая величиной невязки. На основе численного решения краевой задачи получена форма поверхности слоя вблизи переднего фронта смачивания для различных значений толщины прекурсорного слоя δ и длины скольжения B . Построенные решения являются основой анализа линейной устойчивости фронта смачивания и формы поверхности слоя в направлении перпендикулярном распространению слоя.

ЛИТЕРАТУРА.

1. A.I. Ageev, A.N. Osipov. Macro-and microhydrodynamics of a viscous fluid on a superhydrophobic surface. Colloid Journal, 2022, 84 (4), 379-393.
2. C. Ma, J. Liu, S. Xie, Y. Liu. Contact line instability of gravity driven thin films flowing down an inclined plane with wall slippage. Chemical Engineering Science, 2020, 214, 115418.
3. А.А. Самарский, Е.С. Николаев. Методы решения сеточных уравнений. Изд-во «Наука», М., 1978.

ОСОБЕННОСТИ ПЕРЕНОСА ПАРОВ КРЕМНИЯ ЧЕРЕЗ РАЗРЕЖЕННУЮ СРЕДУ В ХОДЕ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОГО СИЛИЦИРОВАНИЯ УГЛЕРОДНЫХ МАТЕРИАЛОВ

М.В. Агеева, В.А. Демин, Т.В. Демина

Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермь

По единодушному мнению технологов процесс парофазного силицирования углеродных композиционных материалов до сих пор является слабоуправляемым. Особенно это относится к крупногабаритным изделиям. Более того, с теоретической точки зрения является парадоксальным сам факт успешного заполнения связующим материалом пор, которое имеет место в опыте в ходе высокотемпературного насыщения парами кремния углеродного волокна. Для повышения управляемости данного технологического процесса были предприняты попытки построения новой физико-математической модели к его описанию. В частности, потребовалось разработать новую теорию переноса газообразного кремния в реторте от зеркала расплава к изделию. Оказалось, что несоответствие теоретических предсказаний экспериментальным данным объясняется неучетом в более ранних моделях дополнительного конвективного транспорта кремния в рабочем пространстве реторты. В них учитывался только единственный механизм транспорта – диффузионный перенос. Еще одним фактором, критически важным для успешного силицирования изделий является установление адекватного распределения температуры на поверхности образца, что является необходимым условием для конденсации паров кремния в порах. Удивительно, что более совершенная модель переноса паров кремния в реторте приводит всего к одному нелинейному дифференциальному уравнению параболического типа. Разработанная модель позволяет избежать использования полной системы уравнений гидродинамики, включающей уравнение переноса импульса, массы и концентрации. Это дает возможность рассматривать задачи в трехмерной постановке со сложными распределениями стоков и источников кремния без привлечения высокопроизводительной вычислительной техники.

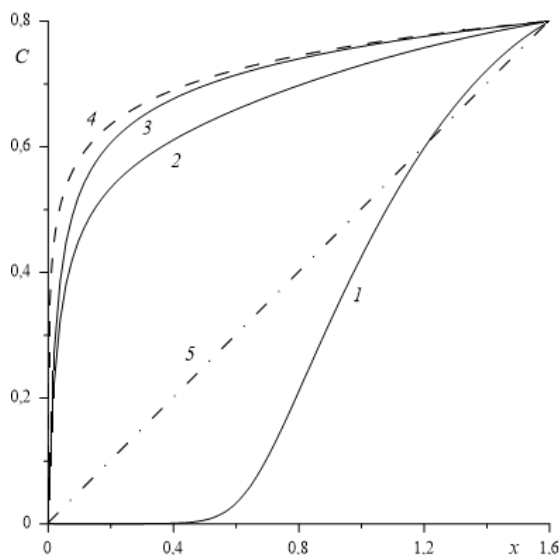


Рис. 1. Установление стационарного концентрационного профиля в модифицированной модели; 1 – $t = 0.04$ с, 2 – $t = 0.4$ с, 3 – $t = 2.0$ с; штриховая линия 4 – результат табуляции точного решения стационарного модифицированного уравнения переноса. Линейная штрихпунктирная линия 5 – стационарное решение классического уравнения диффузии

Предлагаемое нелинейное уравнение переноса паров кремния позволяет получить несколько точных решений логарифмического типа, которые в противовес предыдущей модели показывают, что пары кремния заполняют практически весь объем реторты, за исключением тонких пограничных слоев вблизи стоков. Сами стоки в математической модели могут быть заданы в виде простейших однородных граничных условий типа Дирихле. Для условий среднего вакуума, в которых осуществляется процесс силицирования, заполнение пространства парами представляется физически более обоснованным, нежели предсказываемое диффузионной моделью постепенное убывание концентрации кремния от источников к стокам.

В новой модели переноса газообразного кремния интенсивность конвективного механизма транспорта характеризуется всего одним параметром, который имеет ту же размерность что и коэффициент диффузии. По этой причине он был назван авторами параметром конвективного транспорта. Этот новый управляющий критерий представляет собой комплекс из материальных параметров, включающий проницаемость несущей среды (в роли которой выступает аргон), вязкость пара, абсолютную температуру в реторте, плотность газообразного кремния и его молярную массу, т.е. в нем нет каких-то феноменологических или подгоночных коэффициентов.

С точки зрения реализации численных процедур предложенное уравнение тоже весьма непритязательно. Оно не требует применения каких-то специальных вычислительных методов и схем с особыми требованиями по устойчивости или сходимости. Тестирование результатов численного моделирования показало их прекрасное согласие с аналитическими решениями даже в случае применения явных сеточных схем первого порядка точности как по времени, так и по координатам (рис. 1).

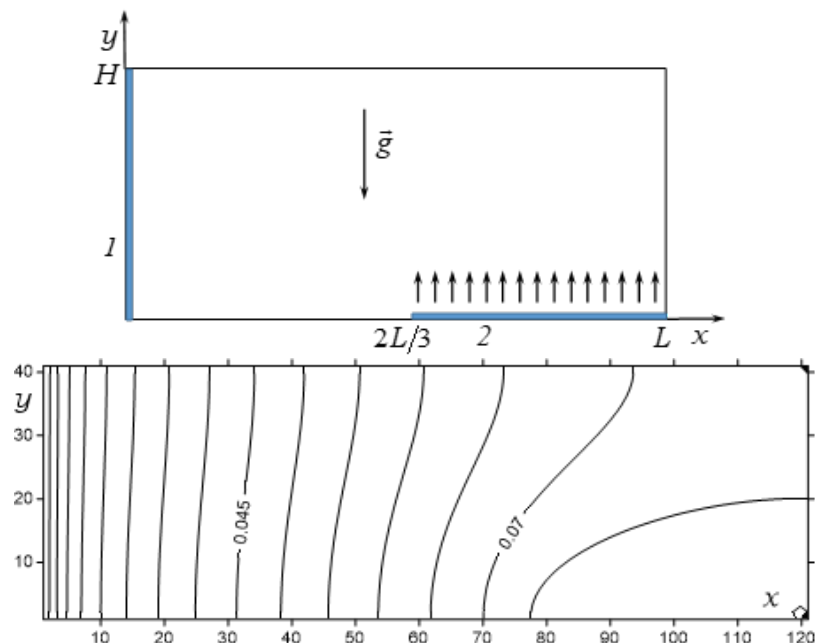


Рис. 2. Поле концентрации кремния в двумерной постановке; L – продольный размер реторты, H – высота изделия; 1 – поверхность изделия, 2 – зеркало расплава, размер которого составляет $2L/3$. Время расчета поля концентрации $t = 0.1$ с

Таким образом, это уравнение можно прошивать в вычислительные пакеты для предприятий, которые крайне нуждаются в простых программных продуктах для моделирования технологического процесса. Результаты численного моделирования позволяют сделать надежные выводы о динамике установления трехмерных полей концентрации кремния в реторте при самом сложном распределении источников, возможность перемещения которых в пространстве печи для технологов имеет крайне важное значение. Также легко вычисляются потоки кремния в областях стоков и источников. Точные решения показывают, и численное моделирование это подтверждает, что поток кремния в изделие оказывается на порядок больше, чем предсказывался ранее диффузионной моделью, что очень хорошо согласуется с временем полного силицирования изделия в ходе реального технологического процесса. Новая расчетная модель апробирована на различных постановках в декартовой и цилиндрической системах координат с различным расположением источников и стоков в реторте (рис. 2).

Работа выполнена в рамках бюджетной темы № 1023041300072-3-2.3.2.

ЛИТЕРАТУРА.

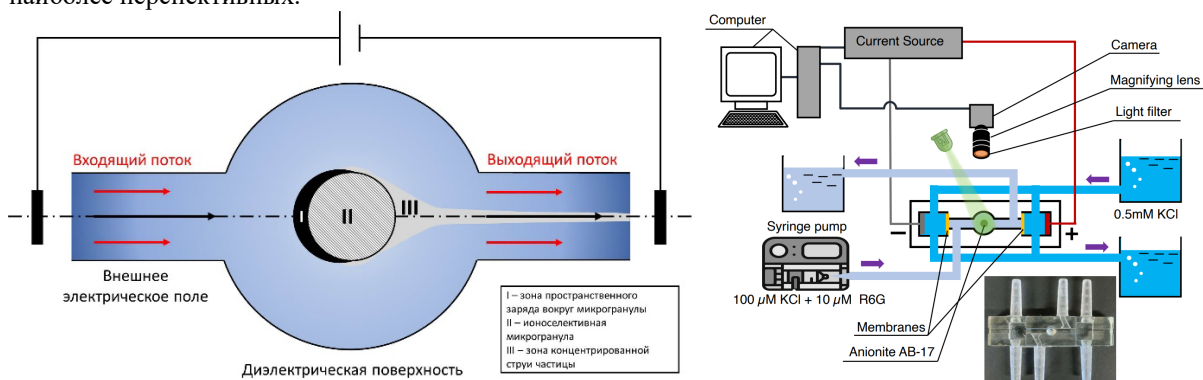
1. В.А. Демин, Т.В. Демина, Б.С. Марышев. Физико-математическая модель переноса газообразного кремния в ходе высокотемпературного силицирования углеродных композитных материалов // Вестник Пермского университета. Физика. 2022. № 3, с. 48-55.
2. M.V. Ageeva, V.A. Demin. Physical model and numerical simulation of high-temperature silicification of carbon composite material // Phil. Trans. Royal Soc. A, 2023, 381: 20220083. <https://doi.org/10.1098/rsta.2022.0083>.

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ КОНЦЕНТРАЦИИ АНАЛИТА В ТЕРНАРНОМ ЭЛЕКТРОЛИТЕ ОКОЛО ИОНОСЕЛЕКТИВНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

М.С. Алексеев, Е.А. Демехин, Г.С. Ганченко

Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации, Краснодар

Задача преконцентрирования заряженного аналита, в качестве которого могут выступать протеины, ДНК и биомаркеры, в буферном растворе электролита около ионообменной мембраны в последнее время становится всё более актуальной для биомедицинских приложений. Многократное увеличение изначально малой концентрации аналита за счёт полной замены коионов буферного электролита называется суперконцентрацией [1] и ведёт к формированию асимметричного электролита, состоящего из сильнозаряженных, но слабодиффундирующих частиц аналита и контрионов буферного раствора. Эффект суперконцентрирования был впервые экспериментально обнаружен ещё давно [2], однако попытки подробного теоретического описания и повторы эксперимента появились относительно недавно [3]. Среди потенциальных способов концентрирования аналита эффект суперконцентрирования, возникающий вблизи ионоселективных поверхностей при наличии неоднородного электрического поля, является одним из наиболее перспективных.



В нашей работе мы использовали геометрию ранее рассмотренного нами устройства [4]. На приведённом рисунке рассматривается сферическое устройство в микромасштабах, состоящее из полый камеры с диэлектрическими стенками, сквозь которую проходит микроканал с круглым входным и выходным сечением, соединяющий два внешних резервуара с устройством. В центре полый камеры находится неподвижная заряженная ионоселективная микрочастица. Двумя основными способами управления жидкостью является разность давлений и разность электрических потенциалов. Данная постановка рассматривалась нами численно, после чего были проведены эксперименты, использующие для рабочей камеры эту постановку. Схема экспериментальной установки также представлена на рисунке выше.

Целью численного моделирования являлось более подробное изучение эффекта суперконцентрации. В отличие от устройства группы Оуянга [3] с плоской мембраной, где неоднородность электрического поля, необходимая для появления феномена, создаётся за счёт дополнительной пары электродов, порождающих ток перпендикулярный основному, в нашем устройстве неоднородность поля обусловлена использованием сферической ионоселективной частицы, вблизи поверхности которой ненулевыми оказываются как нормальная, так и касательная компоненты электрического поля. Основными варьируемыми параметрами являются параметры, связанные с аналитом, зарядовое число z_a и коэффициент диффузии D_a . Данные параметры отвечают за электромиграцию и конвекцию, действующую на аналит. Как правило ионы аналита заряжены сильнее ионов буферного раствора, а их коэффициент диффузии меньше. Также варьировалась разность потенциалов ΔV и давлений ΔP , за счёт конкуренции этих двух механизмов можно добиться различных режимов концентрирования. В ходе численного моделирования было выявлено два режима концентрирования, «медленное» и «быстрое» концентрирование. Медленное концентрирование обладает логарифмическим темпом роста концентрации аналита в области вихря Духина-Мишук, быстрое суперконцентрирование обладает экспоненциальным темпом роста, вызванным вышеупомянутой заменой анионов буферного раствора, величина максимального концентрирования в данном случае ограничена максимальным концентрированием анионов раствора, однако такой величины уже достаточно, чтобы эффективно детектировать ионы аналита. Дополнительно были проведены эксперименты, в ходе которых были получены результаты качественно совпадающие с численными. В заключение в докладе представлено сравнение двух режимов концентрирования и карта режимов концентрирования от параметров z_a , D_a .

Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ в рамках научного проекта № 22-79-10085.

ЛИТЕРАТУРА.

1. S. J. Kim, Y.-C. Wang, J. H. Lee, H. Jang, J. Han, Concentration polarization and nonlinear electrokinetic flow near a nanofluidic channel, Phys. Rev. Lett., 2007, 99, 044501.1. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.99.044501>

2. S.-C. Wang, H.-H. Wei, H.-P. Chen, M.-H. Tsai, C.-C. Yu, H.-C. Chang, Dynamic superconcentration at critical-point double-layer gates of conducting nanoporous granules due to asymmetric tangential fluxes, *Biomicrofluidics* 2008, 2:014102. <https://doi.org/10.1063/1.2904640>
3. W. Ouyang, X. Ye, Z. Li, J. Han, Deciphering ion concentration polarization-based electrokinetic molecular concentration at the micro-nanofluidic interface: theoretical limits and scaling laws. *Nanoscale*, 2018, 10, 15187. <https://doi.org/10.1039/C8NR02170H>
4. J. Schiffbauer, G. Ganchenko, N. Nikitin, M. Alekseev, E. Demekhin. Novel electroosmotic micromixer configuration based on ion-selective microsphere. *Electrophoresis*. 2021 Dec;42(23):2511-2518. doi: 10.1002/elps.202100040. Epub 2021 Oct 4. PMID: 34553795.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ УСТАНОВКИ, МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПРОЦЕССОВ УПРАВЛЕНИЯ ОБТЕКАЮЩИХ ТЕЛ АЭРОЗОЛЬНЫМ ПОТОКОМ

И.А. Амелюшкин, Е.В. Кривопалова, С.Б. Кинса, М.А. Кудров, О.В. Павленко

Центральный аэрогидродинамический институт им. проф. Н.Е. Жуковского, Жуковский

Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), Долгопрудный

Оптимизация формы тел в двухфазных потоках представляет большой практический интерес в широком спектре областей практических приложений. Так, например, при полете летательного аппарата в сильный ливень масса капель в единице объема может в десятки раз превышать плотность воздуха, при движении во льдах сопротивление судна возрастает на порядок; даже ничтожные (меньше 1 %) массовые и объемные концентрации частиц и капель в атмосфере приводят к возрастанию тепловых потоков в несколько раз, абляция поверхности вплоть до полного разрушения или противоположному этому явлению – обледенению, которое может привести к катастрофическому снижению аэродинамического качества летательного аппарата. Особого внимания заслуживает применение смазок и специальных покрытий, с помощью которых можно значительно (несколько десятков % в практических задачах) и полностью предотвратить твердое тело в аэрозольном потоке за конечное время.

Снижению сопротивления тел в дисперсных средах посвящено множество исследований: от известной формулы И. Ньютона до использования современных методов расчета динамики разреженного газа или хаоса частиц в пылевой плазме и иных гетерогенных средах, в том числе при эволюции галактик и образовании звезд. Тем не менее, формулировка принципов оптимальных форм обтекаемых тел в двухфазных средах пока далека от своего завершения.

В настоящей работе получены оригинальные результаты оптимизации формы тел в двухфазных средах в целях снижения обледенения и снижения сопротивления тел в двухфазных средах. Приведены результаты аналитических и численных исследований оптимальных форм тел в двухфазных средах.

При фиксированном радиусе тела вращения найдем форму тела, которое обладает минимальным сопротивлением в двухфазном потоке: В случае степенного тела вращения $r(x)/R = (x/L)^q$. При абсолютно упругих ударах частиц о поверхность этого тела в предположении больших значений числа Стокса $Stk \gg 1$

выражение для силы сопротивления имеет следующий вид $\frac{F}{\rho V^2 \pi R^2} = \frac{4q^2}{\psi} \int_0^1 \frac{\xi^{3q-2} d\xi}{\sqrt{1+(q/\psi)^2 \xi^{2q-2}}}$.

Здесь $\psi=L/R$, R – радиус задней части тела, L его длина, ρ – масса частиц в единице объема. В более общем случае на скорость удара частиц о поверхность влияют потоки газа, в котором движется соударяющиеся с поверхностью тела частицы и влияющие на тепломассообмен и силовое воздействие коэффициенты изменения скорости частиц при их ударе о поверхность, значения этих коэффициентов определяются свойствами материалов частиц и обтекаемого твердого тела в предположении отсутствия влияния шероховатости, которую нетрудно учесть в предположении о превышении ее размеров диаметров частиц.

Разработаны оригинальные экспериментальные установки для моделирования элементарных актов удара переохлажденных капель о твердые тела из различных материалов, поверхности которых обладают различной степенью гидрофобности, получены предварительные результаты экспериментальных исследований.

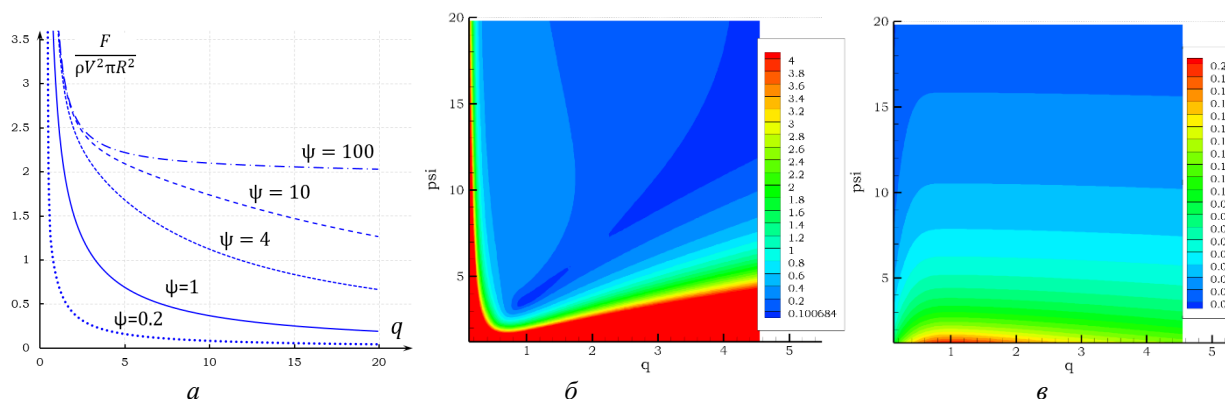


Рис. 1. Результаты расчета коэффициента сопротивления тела в двухфазном потоке

a – Зависимость коэффициента силы сопротивления от параметров q и ψ при абсолютно упругих ударах частиц о поверхность. и b – Зависимость сопротивления тела из алюминия в потоке ледяных частиц, используя модель коэффициентов сопротивления [1], c – зависимость плотности потока массы на поверхности обтекаемого степенного тела

Численное моделирование обледенения выполнено с целью изучения нарастания льда на летательном аппарате с вращающимися воздушными винтами на концах прямого крыла большого удлинения. Результаты моделирования показывают, что форма льда, который нарастает на крыловом профиле, подобна форме льда на поверхности прямого крыла вне зоны обдува воздушными винтами, а в зоне обдува воздушными винтами на крыле формируется более высокий поперечный барьерный лед. Часть материалов опубликовано в приведенном ниже списке литературы.

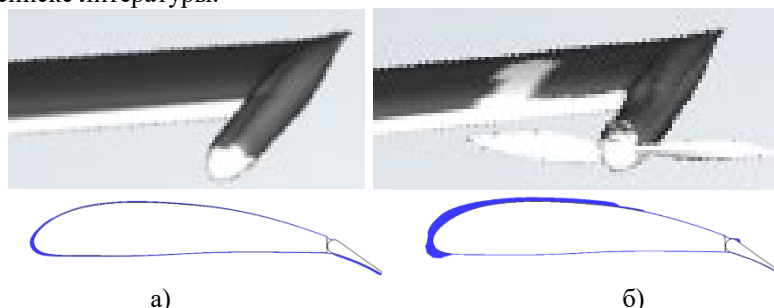


Рис. 2 Формы льда на поверхности летательного аппарата:
а – без обдува воздушным винтом, б – с обдувом воздушным винтом

Исследования выполнены в рамках Государственного контракта № 20411.1770290019 18.004 на НИР «Флагман 1».

ЛИТЕРАТУРА.

1. И.А. Амелюшкин Критерии подобия и особенности обледенения тел в потоках воздуха, содержащего переохлажденные капли // Ученые записки ЦАГИ – 2023, Т. LIV, № 3, С. 22–41.
2. И.А. Амелюшкин, О.В. Павленко, А.В. Февральских, М.К. Багдади Особенности формирования ледяных наростов на симметричном и несимметричном профиле и их влияние на аэродинамические характеристики крыла. Письма в Журнал технической физики. 2023. Т. 49. № 24. С. 28–30.
3. И.А. Амелюшкин, М.С. Махнев, Х. Мусса, О.В. Павленко, М.Г. Реслан, С.Б. Кинса, А.В. Февральских Численное исследование влияния обледенения на аэродинамические характеристики летательного аппарата с воздушными винтами на конце крыла большого удлинения // Ученые записки ЦАГИ – 2023, Т. LIV, № 4, С. 28–35.
4. И.А. Амелюшкин, М.А. Кудров, А.О. Морозов, А.С. Щеглов Математические модели и методы расчета процессов, сопровождающих обледенение летательного аппарата // Труды Института системного программирования РАН, 2021, Т. 33, № 5. [https://doi.org/10.15514/ISPRAS-2021-33\(5\)-14](https://doi.org/10.15514/ISPRAS-2021-33(5)-14). С. 237–248.

БЕССЕТОЧНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УГЛОВЫХ АЭРОУПРУГИХ КОЛЕБАНИЙ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО ЦИЛИНДРА НА ДЕРЖАВКЕ

П.Р. Андронов
НИИ механики МГУ, г. Москва

Аэроупругие колебания встречаются во многих жизненно важных ситуациях, например, на морских опорах, на мостах, на линиях электропередачи, в теплообменниках и т.п. Близость частот схода вихрей и собственных частот упругого тела может приводить к интенсивным резонансным автоколебаниям. Большой интерес вызывает возможность отбора полезной мощности от тел, совершающих резонансные аэроупругие колебания [1]. На этом принципе могут работать колебательные ветровые энергоустановки, не содержащие движущихся частей и шарнирных механизмов. В настоящей работе исследуются резонансные режимы угловых колебаний эллиптических цилиндров различного поперечного сечения на державке в потоке и сопутствующие им вихревые системы при изменении параметров задачи (число Рейнольдса, жёсткость упругой пружины, трение в пружине, относительная плотность цилиндра). Были исследованы возможности для увеличения амплитуды колебаний и отбора мощности из потока вязкой среды за счёт изменения формы цилиндра. В неограниченном пространстве, заполненном подвижной на бесконечности ($U = 1$) несжимаемой вязкой средой расположен эллиптический (или круговой) цилиндр на державке с длиной l , которая имеет одну вращательную степень свободы и одну линейную вязко-упругую связь в виде упругого углового шарнира, к которому прикреплен неподвижная точка державки (см. рис. 1). В этом шарнире коэффициент k определяет степень упругости угловой пружины, а коэффициент c – вязкое трение в этой пружине. Течение жидкости описывается нестационарными двумерными уравнениями Навье-Стокса и неразрывности. На поверхности твёрдого тела выполнено граничное условие прилипания, а на бесконечности – условие затухания всех возмущений. Цилиндр может свободно вращаться или испытывать угловые колебания (в зависимости от параметров и начальных условий задачи) под действием гидродинамических сил и соответствующего гидродинамического момента. Численно решается сопряжённая задача совместного отыскания двух скалярных функций $\dot{\vartheta}(t)$, $\Omega(t, x, y)$, удовлетворяющих системе

$$\begin{aligned} J \ddot{\vartheta} &= M - k \cdot \vartheta - c \cdot \dot{\vartheta} \\ M &= M_p + M_w = 2 \cdot \dot{\omega} \cdot l - \rho \cdot S \cdot \dot{\mathbf{u}}_m \times \mathbf{R} - 4 \cdot \nu \cdot \rho \cdot S \cdot \omega - \nu \cdot \rho \cdot \oint \Omega \cdot \mathbf{r} \cdot \mathbf{n} \, dl + \\ &+ 0.5 \cdot \rho \cdot \oint r \cdot \mathbf{r} \cdot \Phi \, dl \\ \frac{d\Omega}{dt} &= \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \Omega \end{aligned} \quad (1)$$

где граничные условия прилипания на поверхности тела имеют вид связи между $\dot{\vartheta}$, Ω , поскольку поле скоростей в жидкости восстанавливается по полю завихренности с помощью формулы Био-Савара [2-3].

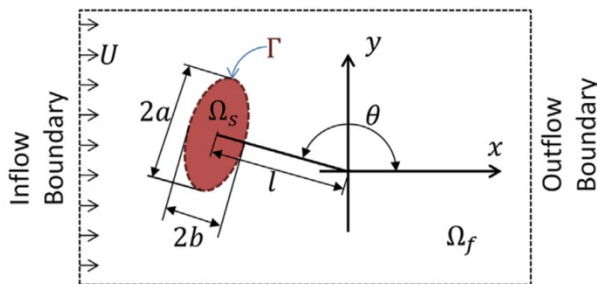


Рис. 1. Схема закрепления тела при его угловых колебаниях. Скорость потока на бесконечности $U=1$. Точка закрепления углового шарнира расположена ниже по течению от тела. Длина державки l равна 3 длинам большой полуоси эллипса (то есть, $l = 3a$). $\text{Re} = 500$.

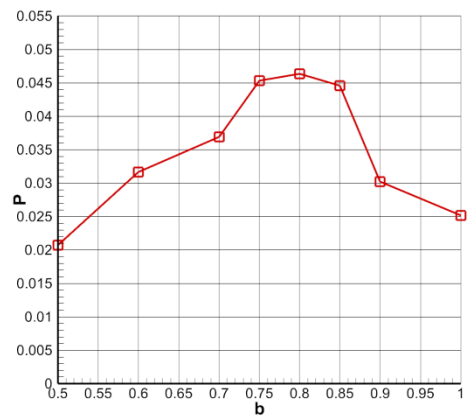


Рис. 2. Зависимость осреднённого по времени отбора мощности от малой полуоси эллипса b

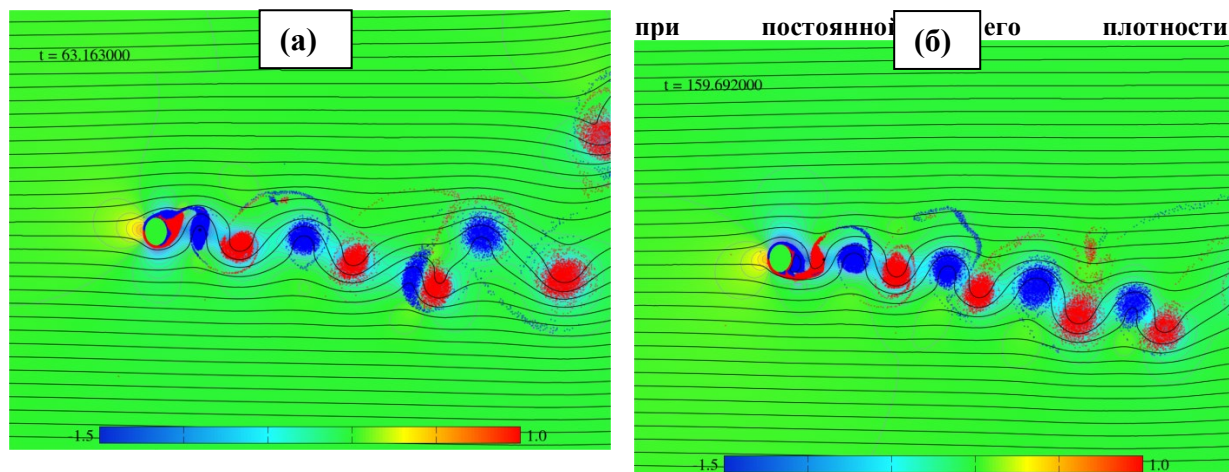


Рис. 3(а) и (б). Мгновенные картины поля давлений и распределения завихренности в случае эллиптического цилиндра при длине малой полуоси $b = 0.8$ (для $k = 83.6588$ при $c = 107$). Число Рейнольдса $Re = 500$.

Было проведено сравнение с известными результатами расчётов и экспериментов для круговых и эллиптических цилиндров при тех же значениях приведённой скорости, и при соответствующих числах Рейнольдса ([4]). Подтверждена эффективность бессеточной численной технологии метода ВВД, дающей возможность исследовать влияние безразмерных параметров в задаче на частоты и амплитуды свободных угловых колебаний эллиптических цилиндров, закреплённых на державке, в набегающем потоке вязкой жидкости. Проанализированы характерные вихревые структуры при обтекании свободно колеблющихся цилиндров, развитие которых поддерживает незатухающие колебания в случае, когда собственная частота колебаний тела на пружине равна или кратна гидродинамической частоте зарождения новых вихрей при рассматриваемом числе Рейнольдса. Показано, что при фиксированном значении коэффициента упругости для пружины k и при фиксированной относительной плотности цилиндра ρ , и при изменении коэффициента отбора мощности в упругой пружине c существует такое значение c , при котором средняя по времени полезная мощность W_{mean} является максимальной.

ЛИТЕРАТУРА.

1. Atul Kumar Soti et al. Damping effects on vortex-induced vibration of a circular cylinder and implications for power extraction. // J. Fluids and Structures. 2018. № 81. Pp. 289–308.
2. Андронов П.Р., Гувернюк С.В., Дынникова Г.Я. Вихревые методы расчёта нестационарных гидродинамических нагрузок. — М.: изд-во Моск. ун-та. — 2006. — 184 с.
3. Андронов П.Р., Григоренко Д.А., Гувернюк С.В., Дынникова Г.Я. Численное моделирование самовращения пластин в потоке вязкой жидкости // Изв. РАН. МЖГ. — 2007. — № 5. — С. 47-60.
4. Hong Gun Sung, Hyoungsu Baek, Sup Hong, Jong-Su Choi. Numerical study of vortex-induced vibration of pivoted cylinders. Journal of [Ocean Engineering](#). [Volume № 93](#). 2015. Pp. 98-106.

ВОЗДЕЙСТВИЕ ТУРБУЛЕНТНОГО ТРЕНИЯ НА НЕЛИНЕЙНЫЕ ВОЛНЫ ЦУНАМИ, БЕГУЩИЕ ПО ШЕЛЬФУ

С.А. Арсеньев, Л.В. Эппельбаум
Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН, Москва
Тель - Авивский университет, факультет точных наук, Израиль

Проблема расчета и прогнозирования цунами в настоящее время решается интегрированием уравнений теории морских волн. Их особенностью является нелинейность, которая исключает единственность решения и выполнение принципа суперпозиции. Они могут иметь много решений, в зависимости от различных внешних условий, и среди них могут оказаться весьма нетривиальные. Недавно мы получили несколько новых нелинейных решений и исследовали их свойства. С их помощью можно найти максимально возможную амплитуду волн цунами при приближении к берегу и оценить сейсмическую опасность землетрясения, которое порождает цунами.

В работе используются уравнения теории мелкой воды [1]. Они получаются интегрированием уравнений геофизической гидродинамики по вертикали. Уравнение неразрывности дополняется уравнением сохранения импульса, содержащим нестационарный член, нелинейные ускорения, изменение по горизонтали давления (или уровня поверхности воды), турбулентное трение о дно, горизонтальное турбулентное трение. В зависимости от величины (масштабов) действующих сил возможны несколько вариантов решений.

В линейном случае, когда нелинейные члены малы, можно получить решение, описывающее затухание волн цунами, бегущих по шельфу. Оказывается, что горизонтальное турбулентное трение подавляет волны высокой частоты. Этот тип трения, также, как и турбулентное трение о дно, сильно зависит от глубины шельфа. Чем мельче шельф и меньше глубина, тем сильнее затухание.

В нелинейном случае, когда турбулентное трение мало по сравнению с горизонтальным турбулентным трением и когда изменениями по горизонтали можно пренебречь, получается решение в виде волны переключения (кинка): рис.1. Как видим, волна цунами прибывает фазой понижения уровня, а затем начинается рост высоты волны до максимального значения. При малых значениях горизонтальной турбулентной вязкости рост волны происходит быстро, фронт волны оказывается крутым. С увеличением турбулентной вязкости фронт волны растягивается со временем, и затопление шельфа происходит медленнее.

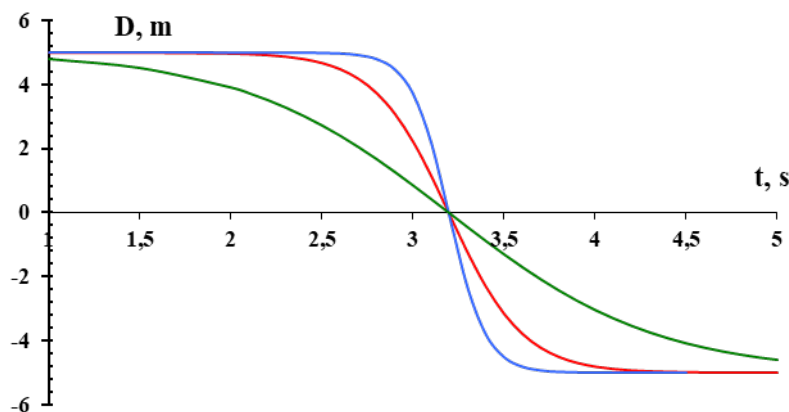


Рисунок 1. Расчет кинка цунами, прибывающего в точку $x = 100$ м от кромки шельфа. Амплитуда падающей на шельф волны 5 м, глубина шельфа 100 м, кривые соответствуют различным значениям горизонтальной турбулентной вязкости

В случае горизонтальной неоднородности, когда доминируют нелинейные ускорения и горизонтальное турбулентное трение, оказывается возможным получить решение, описывающее диссипативный солитон (уединенную волну) цунами. В отличие от классических солитонов Рассела, в которых нелинейные ускорения уравновешиваются дисперсией, полученные нами солитоны существуют за счет баланса нелинейных ускорений и горизонтального турбулентного трения. На рис.2 показан расчет таких солитонов при глубине шельфа 70 м. Три кривые соответствуют различным начальным условиям. Интересно, что решение, изображенное на рис.2, оказывается неединственным. Те же самые нелинейные уравнения имеют еще одно решение. Оно изображено на рис.3.

Наконец приведем еще одно решение в случае, когда нелинейное трение о дно доминирует по сравнению с горизонтальным турбулентным трением. На рис.4 показан расчет двух волн цунами при глубине шельфа 100 м и начальной амплитуде падающей на шельф волны 1 м. Одна волна прибывает в точку $x = 100$ м от океанского края шельфа, а вторая волна — в точку 500 м.

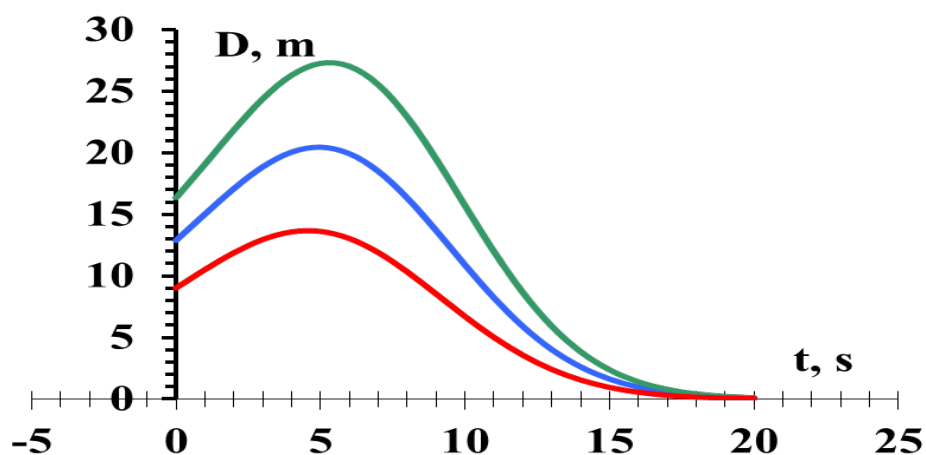


Рисунок 2.

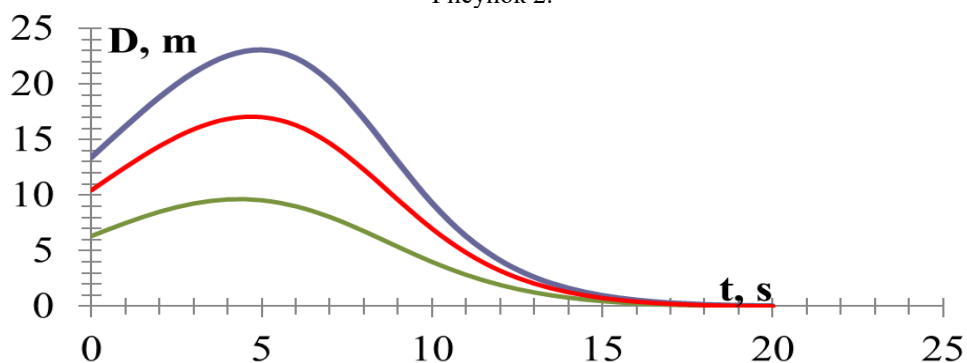


Рисунок 3. Диссипативные солитоны при различных начальных условиях.
Глубина шельфа 70 м.

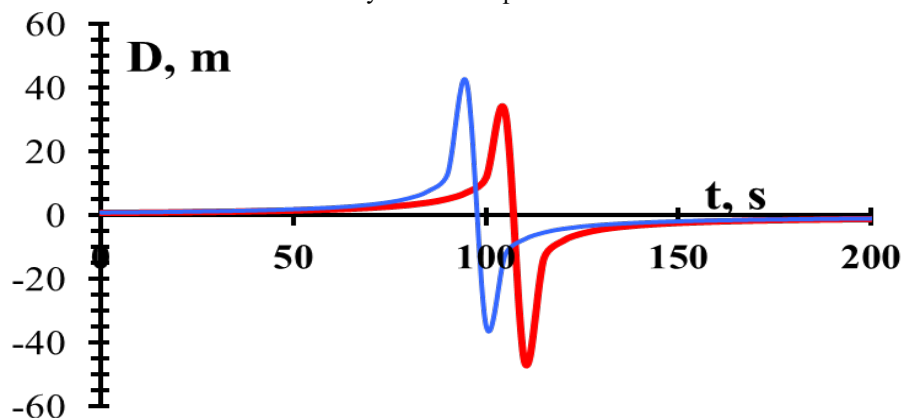


Рисунок 4. Дипольные волны цунами

Как видим, по мере распространения по шельфу амплитуда волны уменьшается из-за трения и затухания. При этом, волна становится асимметричной, то есть падение уровня и осушение шельфа больше, чем возвышение и затопление. Форма волны необычна. Она имеет форму *диполя* с двумя полюсами – положительным возвышением уровня, которое соседствует с отрицательным падением уровня. Оба полюса *дипольной волны* распространяются с одинаковой скоростью, в противном случае они аннигилируют, и волна исчезает.

ЛИТЕРАТУРА

1. Arsen'yev S.A., Eppelbaum L.V. The Behavior of Nonlinear Tsunami Waves Running on the Shelf. Applied Sciences. 2023. 13. 8112. [https:// doi.org / 10.3390/app13148112](https://doi.org/10.3390/app13148112)

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЗАИМОСВЯЗИ ПУЛЬСАЦИЙ НАБЕГАЮЩЕГО ПОТОКА И ВОЗМУЩЕНИЙ СВЕРХЗВУКОВОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ ПРИ ЧИСЛАХ МАХА 2 и 2,5

Л.В. Афанасьев, А.А. Яцких, А.Д. Косинов

Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН, Новосибирск

Представляются результаты экспериментального исследования взаимосвязи пульсаций сверхзвукового набегающего потока и возмущений пограничного слоя плоских пластин. Для оценки взаимосвязи используются корреляционные характеристики такие как взаимная корреляция, квадрат функции когерентности и взаимная фаза возмущений. Фиксация пульсаций потока осуществлялась с помощью термоанемометров постоянного сопротивления. Было применено два ниточных датчика термоанемометра с вольфрамовой проволокой диаметром 10 мкм, и длиной нити 1,7 мм. Схема расположения датчиков относительно модели представлена ниже. Один из датчиков располагается под моделью, другой датчик расположен на координатном устройстве. В экспериментах были использованы модель плоской пластины и модель с цилиндрической передней кромкой с радиусом притупления 0,5 мм.

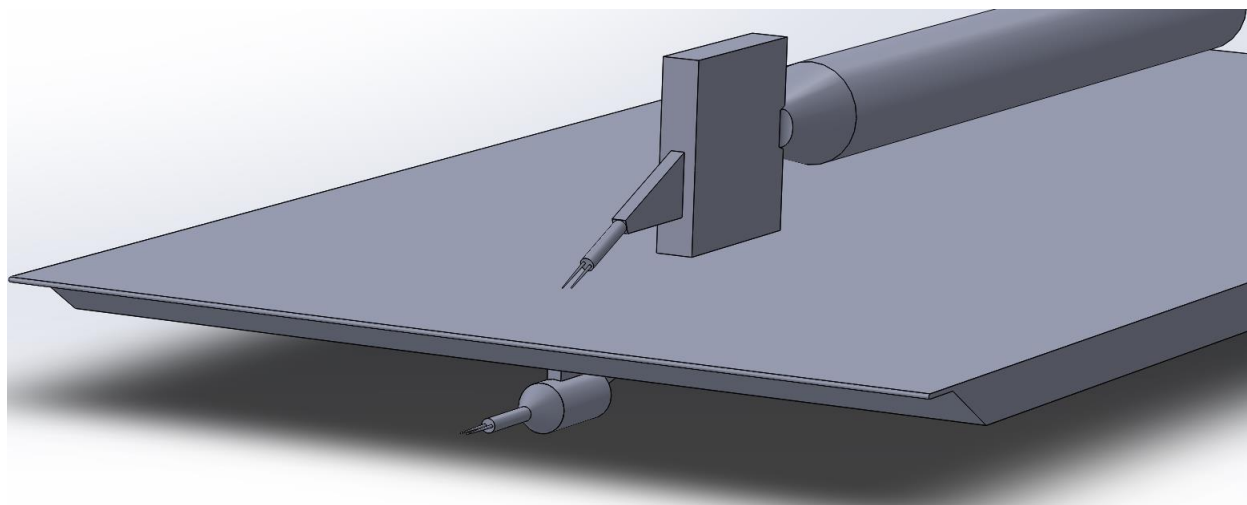


Рис. 1. Схема эксперимента.

С помощью цифровой обработки сигналов получены пространственно-временные распределения коэффициента корреляции и пространственно-частотные распределения квадрата функции когерентности и взаимной фазы для сечения пограничного слоя на расстоянии 60 мм от передней кромки, параллельно последней. Подробное описание методики представлено в работе [1].

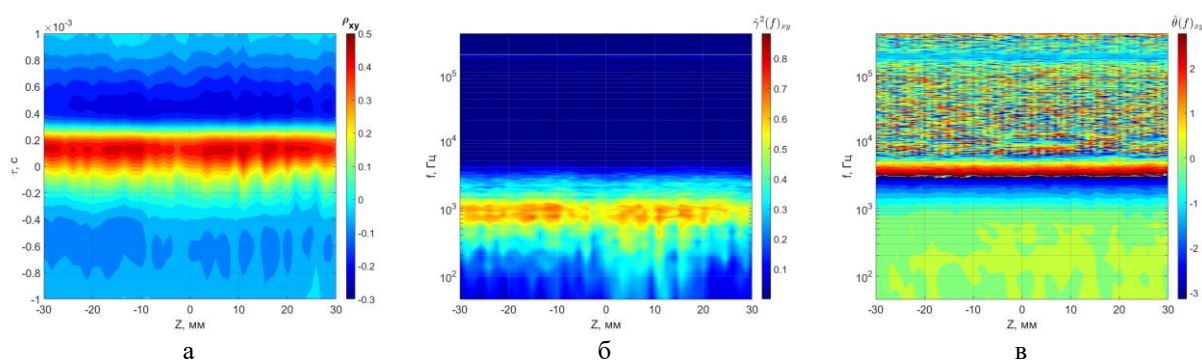


Рис.2. а) пространственно-временные распределения коэффициента корреляции, б) пространственно-частотные распределение квадрата функции когерентности, в) пространственно-частотные распределение взаимной фазы

Корреляционные методы позволяют получить максимально полную информацию о взаимосвязи пульсаций набегающего сверхзвукового потока и пограничного слоя модели. Так в данном случае, продемонстрированные корреляционные характеристики позволяют сделать вывод как о уровне взаимосвязи (рис. 2 а), так и частотном диапазоне, в котором имеется взаимосвязь (рис. 2 б). Коэффициент корреляции достигает значения до 0,5, а частотный диапазон, в котором фиксируется взаимосвязь имеет границы 0,05–4 кГц. Кроме того, распределение взаимной фазы показывает, что регистрируемые возмущения падают на переднюю кромку, по всей видимости, плоским фронтом.

В докладе приводятся подробные результаты экспериментов по исследованию взаимосвязи пульсаций сверхзвукового набегающего потока и возмущений пограничного слоя моделей плоских пластин, в случае естественных возмущений и в случае воздействия на переднюю кромку N-волны.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (№ 22-19-00666, <https://rscf.ru/project/22-19-00666/>) и при использовании оборудования ЦКП «МЕХАНИКА» ИТПМ СО РАН.

ЛИТЕРАТУРА.

1. Афанасьев Л. В., Косинов А. Д., Яцких А. А., Шипуль С. А., Семенов Н. В. О методике оценки взаимосвязи возмущений с помощью цифровой обработки сигналов применительно к измерениям в сверхзвуковых течениях // Сибирский физический журнал. 2022. Т. 17, № 4. С. 58–71.
DOI 10.25205/2541-9447-2022-17-4-58-71

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕРАВНОВЕСНЫХ И НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПРОЦЕССОВ В ОБЛАСТИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СОЛНЕЧНОГО ВЕТРА С ЛОКАЛЬНОЙ МЕЖЗВЕЗДНОЙ СРЕДОЙ – ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И АНАЛИЗ ДАННЫХ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

В.Б. Баранов, В.В. Измоленов

МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва
Институт космических исследований РАН, Москва

Задача о взаимодействии солнечного ветра с локальной межзвездной средой является предметом теоретических исследований, начиная с пионерских работ Паркера (1961) и Баранова, Краснобаева и Куликовского (ДАН 1970). В последние 10-20 лет благодаря данным, полученным на космических аппаратах Voyager 1 и 2, Ulysses и SOHO стало ясно, что область взаимодействия солнечного ветра с межзвездной средой является существенно нестационарной и неравновесной. Нестационарность обусловлена как эффектами, связанными с изменением параметров солнечного ветра с солнечным циклом и гелиоширотой, так и с неустойчивостью гелиопаузы — тангенциального разрыва, отделяющего плазму солнечного ветра от плазмы межзвездной среды. Космические аппараты Voyager 1 и 2 пересекли гелиопаузу в 2012 и 2018 годах, соответственно, чем доказали ее существование. Неравновесный характер течения в области взаимодействия обусловлен наличием нейтральной компоненты межзвездной среды состоящей из атомарного водорода. Атомы водорода имеют длину свободного пробега, сравнимую с характерным размером задачи. При этом они обмениваются импульсом и энергией с плазменной компонентой вследствие процесса перезарядки. В результате для моделирования взаимодействия солнечного ветра с межзвездной средой необходимо использовать кинетико-газодинамический подход. Плазменную компоненту описывать уравнениями магнитной гидродинамики, а нейтральную компоненту — кинетически.

В представленном цикле работ [1-9] получены следующие результаты:

1. Создана численная нестационарная трехмерная кинетико-магнитогидродинамическая модель взаимодействия солнечного ветра с локальной межзвездной средой, которая была использована при анализе данных и планированию различных космических экспериментов.
2. Проведен анализ устойчивости гелиопаузы.
3. Исследованы нестационарные эффекты, связанные изменением параметров солнечного ветра с солнечным циклом и гелиоширотой.
4. Исследованы эффекты, связанные с влиянием магнитных полей, как солнечного, так и межзвездного.

ЛИТЕРАТУРА.

1. В. Б. Баранов, В. В. Измоленов. Модельные представления о взаимодействии солнечного ветра со сверхзвуковым потоком межзвездной среды. Предсказание и интерпретация экспериментальных данных // Изв. РАН. МЖГ. 2006. № 5. С. 19-40.
2. Baranov, V.B., Fahr H.-J., Ruderman M.S., Investigation of macroscopic instabilities at the heliopause boundary surface, *Astronomy and Astrophysics* (ISSN 0004-6361), vol. 261, no. 1, p. 341-347, 1992.
3. Baranov V. B., Izmodenov V. V., Malama Y. G. On the distribution function of h atoms in the problem of the solar wind interaction with the local interstellar medium // *Journal of Geophysical Research*. — 1998. — Vol. 103, no. A5. — P. 9575–9585.
4. Izmodenov V., Malama Y., Ruderman M. S. Solar cycle influence on the interaction of the solar wind with local interstellar cloud // *Astronomy and Astrophysics*. — 2005. — Vol. 429, no. 3. — P. 1069–1080.
5. Izmodenov V., Alexashov D., Myasnikov A. Direction of the interstellar h atom inflow in the heliosphere: role of the interstellar magnetic field // *Astronomy and Astrophysics*. — 2005. — Vol. 437, no. 3.
6. Izmodenov V. V., Malama Y. G., Ruderman M. S. Modeling of the outer heliosphere with the realistic solar cycle // *Advances in Space Research*. — 2008. — Vol. 41, no. 2. — P. 318–324.
7. Izmodenov V. V., Alexashov D. B. Three-dimensional kinetic-mhd model of the global heliosphere with the heliopause-surface fitting // *Astrophysical Journal, Supplement Series*. — 2015. — Vol. 220, no. 2. — P. 32.
8. Измоленов В.В., Глобальная структура гелиосферы: трёхмерная кинетико-магнитогидродинамическая модель и анализ данных космических аппаратов, в журнале Успехи физических наук, том 188, с. 881-893, 2018
9. Izmodenov V. V., Alexashov D. B. Magnitude and direction of the local interstellar magnetic field inferred from voyager 1 and 2 interstellar data and global heliospheric model // *Astronomy and Astrophysics*. — 2020. — Vol. 633. — P. L12.

ЗАВИСИМОСТЬ ЭФФЕКТИВНОСТИ РАБОТЫ ВОЛНОВЫХ ДВИЖИТЕЛЕЙ НА ПОЛУПОГРУЖЕННОМ СУДНЕ С МАЛОЙ ПЛОЩАДЬЮ СЕЧЕНИЯ ПО ВАТЕРЛИНИИ ОТ ПАРАМЕТРОВ ВОЛН, СУДНА И ДВИЖИТЕЛЯ

А.В. Бойко, Е.А. Архангельский, В.В. Прокофьев

Московский Государственный Университет им. М.В. Ломоносова, Институт механики, Москва

Идея использования волновой энергетики моря для движения судов возникла давно. Первые упоминания об использовании энергии морских волн для движения судов относятся еще к 19 в. Препятствием к применению различных волновых движителей (ВД) является нестабильность параметров реальных морских волн и сильная зависимость эффекта от параметров самого судна и волнового движителя. Испытания моделей судов с ВД в гидроканале Института механики МГУ проводятся с 1989 г. Показано, что эффект создания тяги для традиционных ВД, использующих качающееся крыло симметричного профиля с упругой заделкой, связан, в большой мере, с качкой судна, и наибольшая тяга ВД достигается при длине волны соизмеримой с длиной судна.

Исследования, проведенные в условиях гидроканалов на пологих волнах показали, что скорость судна, оборудованного крыльевыми ВД при фиксированной частоте волн примерно пропорциональна высоте волн. Казалось бы, в штормовых условиях, где амплитуда волн приближается к максимальной, оправдано применение ВД. Однако, в этих условиях увеличивается крутизна волн, происходит их обрушение, а скорость частиц жидкости на гребнях волн приближается к их фазовой скорости. Это приводит к значительному увеличению сопротивления для судов, движущихся против волн. Однако, известна конструкция судов мало подверженных воздействию волн, это, так называемые, суда с малой площадью сечения по ватерлинии (СМПВ), также часто их называют полупогруженными катамаранами.

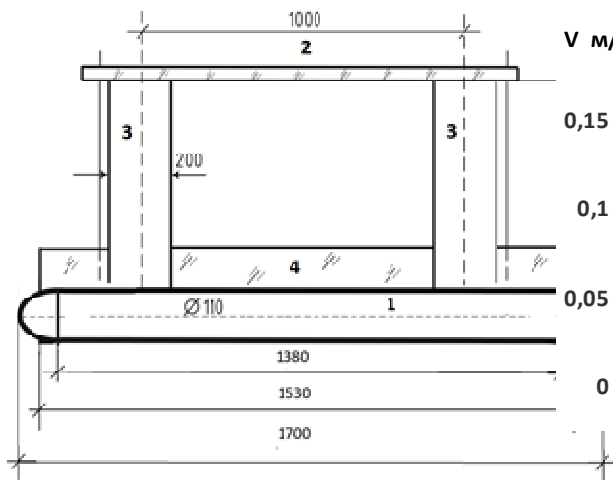


Рис. 1

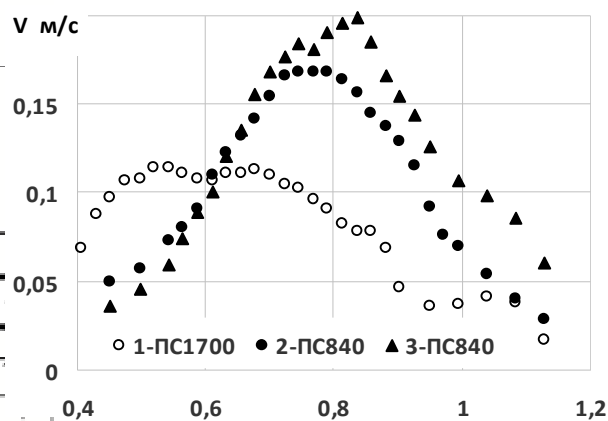


Рис. 2

Суда этого типа имеют специальную форму корпуса - расположенную над водой платформу, укрепленную на двух подводных понтонах с помощью нескольких (к примеру, четырех) опор, которые образуют минимальную площадь сечения по ватерлинии. В работе экспериментально исследуется возможность использования ВД различных конструкций на моделях (СМПВ) различных масштабов. На рис. 1 показан боковой вид базовой модели для гидроканала института механики МГУ. Двухкорпусная плавающая конструкция состоит из двух полых цилиндрических пластмассовых корпусов-понтон (1) диаметром 110 мм длиной 1700 мм с носовым и кормовым обтекателями специальной формы. К каждому корпусу крепятся два пенопластовых пилон эллиптического сечения (3, оси эллипса 200 и 82 мм) высотой 900 мм. Расстояние между центрами понтонов – 1160 мм. Также была построена модель меньшего масштаба (длина 840 мм). На рис 2 приведены зависимости скорости движения судов против волн для длины моделей 1700 мм (1) и 840 мм (2 и 3 - разные осадки судна). Движитель – парус длиной 200 мм (1) и 100 мм (2 и 3). Сдвиг максимума по частоте (рис. 2) связан с изменением собственных частот килевой качки судна, а возрастание скорости хода для малой модели с возрастанием высоты волн с ростом частоты (максимум достигается примерно при $f = 1$ Гц).

На рис. 3 зависимость скорости движения судна длиной 840 мм с прямоточным движителем (наклонная пластина длиной 200 мм) от частоты волн, 1, 2, 3 минимальная, средняя и максимальная высота волн. Эффективность работы прямоточного волнового движителя слабо связана с качкой судна, но сильно зависит от крутизны волн и отношения высоты волн и размера рабочего элемента волнового движителя. На рис. 3 показано, что с уменьшением амплитуды генерируемых волн максимум скорости движения судна сдвигается в сторону больших частот волн, туда же сдвигается максимум крутизны волн.

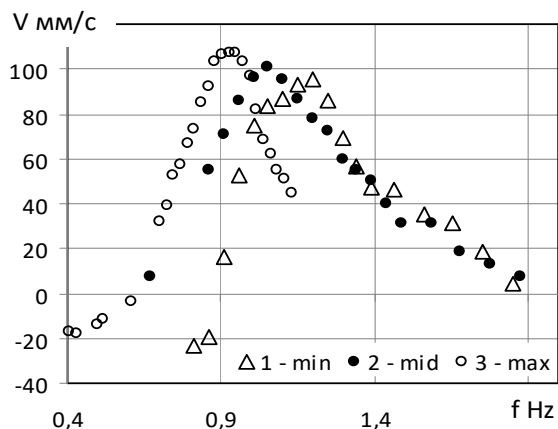


Рис. 3

Связь эффективности волновых движителей с собственной частотой килевой качки судна подтверждена опытами с моделями разных масштабов.

Механизм создания тяги для прямоточного движителя принципиально отличается от традиционного ВД, поэтому тяга прямоточного ВД увеличивается с увеличением осадки судна, килевая качка при этом уменьшается. При увеличении осадки судна эффективность прямоточного ВД приближается к эффективности крыльевого ВД при той же осадке. Тяга прямоточного движителя сильно зависит от крутизны набегающих волн и от отношения высоты волн к размеру рабочего элемента прямоточного ВД.

Обнаружено, что ВД типа подпружиненное крыло и подводный парус можно достаточно эффективно использовать на судах типа СМПВ со значительной осадкой корпусов при условии установки ВД на некотором оптимальном расстоянии от поверхности жидкости (ниже подошвы набегающих волн). Эффективность сильно зависит от длины волн — для волн, длина которых близка к длине судна наиболее эффективная работа ВД наблюдается для плавающих корпусов, а для погруженных корпусов максимум смещается в сторону более длинных волн.

ХЕМОКОНВЕКЦИЯ В РЕАГИРУЮЩИХ СМЕСЯХ: НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА, СТРУКТУРЫ, МЕХАНИЗМЫ И ПРИЛОЖЕНИЯ

Д.А. Браун

Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь

В докладе приводится обзор выполненных за последние несколько лет теоретических и экспериментальных исследований в рамках проекта РНФ [1-7]. Интерес к изучению взаимного влияния конвективных течений и химических реакций стимулируется как фундаментальными аспектами исследований [1-5], так и важными технологическими приложениями [6,7]. Выяснилось, что реакции могут приводить к существенным изменениям плотности, вязкости, диффузии растворов. Хотя каждый из этих эффектов по отдельности исследовался ранее в химически инертных системах, собранные вместе в реагирующей системе они могут порождать новые эффекты в силу локальности протекающих процессов и их нелинейного взаимодействия. Чаще всего эти эффекты придают известным механизмам неустойчивости новые свойства. В некоторых случаях мы можем говорить о возникновении даже новых механизмов неустойчивости [2,3]. Стандартной системой для исследования неустойчивостей стала двухслойная система смешивающихся или несмешивающихся растворов, которая начинает свою эволюцию из состояния однородно перемешанных и пространственно разделенных слоев, которые приводятся в контакт в начальный момент эволюции. Такая конфигурация удобна для экспериментальных наблюдений за реагирующей системой [2], так как не требует от экспериментаторов специальных усилий по установлению в системе постоянных градиентов температуры и концентраций. Вместе с тем, этот подход требует адаптации классической теории гидродинамической устойчивости из-за необратимого изменения основного состояния системы со временем [3].

Развитие неустойчивости существенно различается в случаях смешивающихся [2,3] и несмешивающихся [5] растворов. В случае химически инертных растворов ранее разными авторами было показано, что в системе смешивающихся жидкостей может случиться один из трёх типов гравитационно-зависимой неустойчивости: двойной диффузии (DD), диффузионного слоя (DLC) и конвекции Рэлея-Тейлора (RT). В каждом из этих случаев возмущения симметрично распространяются вверх и вниз в виде неупорядоченной системы пальчиковых структур (фингеров). Реализация конкретного сценария зависит от начальных концентраций растворов. В случае RT неустойчивость может быть предсказана уже по виду профиля плотности в основном состоянии. Для DD и DLC ситуация сложнее, так как потенциальная энергия диффузионных процессов является здесь скрытой и трансформируется в движение жидкости после определенного переходного периода (парадокс устойчивости). Так как процесс диффузии рассматривается обычно как сугубо релаксационный, то список возможных сценариев неустойчивости исчерпывается. В работе [1] мы показали, что, по крайней мере, в растворах солей щелочных металлов и сильных кислот коэффициенты диффузии зависят от концентрации этих растворов (эффект концентрационно-зависимой диффузии). Это может приводить к полной перестройке профиля плотности уже в ходе процесса диффузии, спонтанному возникновению потенциального барьера (-ов) плотности и разрушению симметрии верх-низ у конвективной структуры. Более того, перебирая растворы разной концентрации (но фиксированного отношения между концентрациями в слоях), можно наблюдать даже спонтанные переходы между указанными неустойчивостями в одной и той же системе [1]. Таким образом, концентрация становится бифуркационным параметром задачи.

Для изучения реакционного случая обычно используют модельную реакцию нейтрализации, которая обладает сравнительно простой, но, в то же время, нелинейной кинетикой. В рамках попыток общей классификации всех возможных видов неустойчивости в двухслойной системе смешивающихся реагирующих растворов ранее был сделан вывод, что система не порождает новых типов неустойчивости и структур, но лишь приводит к асимметрии паттерна (DD, DLC или RT). Этот вывод мы считаем не удовлетворительным, так как в работе [1] мы показали, что асимметрия может происходить даже без всякой реакции. Тщательное исследование карты устойчивости подтвердило наши предположения. Серия наших экспериментальных и теоретических работ [2-4] выявила более полную классификацию структур. Вкупе с нелинейной реакцией, которая производит воду (размывая концентрации веществ на фронте реакции), эффекты концентрационно-зависимой диффузии приводят к спонтанному возникновению в поле плотности потенциальных ям, которые структурно устойчивы и могут существовать в системе длительное время (при постоянном подводе растворов со свежими реагентами время существования структур вообще неограниченно). Это кардинально меняет сценарии структурообразования в системе. Например, наблюдается локализация хемоконтвекции в кармане плотности (CDD конвекция) [3]. Карман плотности образован двумя потенциальными барьерами, которые формируют потенциальную яму. Хемоконтвективная структура, которая возбуждается в потенциальной яме, представляет собой идеальную периодическую систему хемоконтвективных ячеек, зажатых неподвижной жидкостью и формирующихся перпендикулярно направлению силы тяжести. Было показано также, что при задании начальных концентраций реагентов ближе к изопикне, в системе стремительно развивается волна плотности, которая быстро распространяется вниз. Волна возникает в результате схлопывания потенциальной ямы из-за резкой перестройки профиля плотности в стиле теории катастроф.

В случае несмешивающихся реагирующих растворов [5] также были получены новые результаты. В частности был обнаружен эффект спонтанного выравнивания пальчиковых структур со временем, связанный с эффектом прогрессирующей левитации фингеров из-за перестройки плотностных полей. В этом случае важную роль играет производство воды в ходе реакции нейтрализации. Продукт реакции, выделяющийся в узкой области зоны реакции, приводит к постепенному разбавлению и облегчению этой зоны по отношению к примыкающим растворам реагентов. Таким образом, обнаружено, что нелинейные процессы реакции и диффузии (вместе или порознь) способны приводить к спонтанным перестройкам поля плотности, что порождает новые типы структурообразования, которые кардинально отличаются от стандартной нерегулярной фингер-конвекции DD, DLC или RT.

Обнаруженные эффекты могут быть использованы при конструировании миксеров и микрочипов, встраиваемых в микрореакторы проточного типа [6,7]. Нами была разработана серия концептуальных смесителей, использующих хемоконвективный массоперенос для эффективного перемешивания растворов в микрожидкостных устройствах с характерным размером канала до 200 микрон.

Исследования проведены при поддержке Российского Научного Фонда (грант № 19-11-00133).

ЛИТЕРАТУРА.

1. D.A. Bratsun, V.O. Oschepkov, E.A. Mosheva, R.R. Siraev The effect of concentration-dependent diffusion on double-diffusive instability. *Phys. Fluids*, 2022, 34, 034112.
2. A. Mizev, E. Mosheva, D. Bratsun. Extended classification of the buoyancy-driven flows induced by a neutralization reaction in miscible fluids. Part 1. Experimental study. *J. Fluid Mech.*, 2021, 916, A22.
3. D. Bratsun, A. Mizev, E. Mosheva. Extended classification of the buoyancy-driven flows induced by a neutralization reaction in miscible fluids. Part 2. Theoretical study. *J. Fluid Mech.*, 2021, 916, A23.
4. V.Yu. Utochkin, R.R. Siraev, D.A. Bratsun. Pattern Formation in Miscible Rotating Hele-Shaw Flows Induced by a Neutralization Reaction. *Microgravity Sci. Technol.*, 2021, 33, 67.
5. D. Bratsun et al. Nonlinear development of convective patterns driven by a neutralization reaction in immiscible two-layer systems. *Phil. Trans. R. Soc. A.*, 2023, 381, 20220178.
6. D.A. Bratsun et al. Mixing enhancement by gravity-dependent convection in a Y-shaped continuous-flow microreactor. *Microgravity Sci. Technol.*, 2022, 34, 90.
7. Д.А. Брацун, Р.Р. Сираев, Е.А. Мошева, А.В. Шмыров, А.И. Мизев. Хемоконвективное перемешивание реагирующих растворов в Y-образном проточном микроканале. *Теплофизика и аэромеханика*, 2022, 29(6), 1005-1012.

ТЕПЛОВАЯ КОНВЕКЦИЯ В СТАЕ ВЫСШИХ ЖИВОТНЫХ

Д.А. Браун, К.В. Костарев

Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь

Коллективное поведение в сложных биологических системах может выступать в роли механизма сохранения энергии и играть ключевую роль при выживании группы организмов [1]. Показательным примером такого рода является поведение императорских пингвинов (лат. *Aptenodytes forsteri*) в период их размножения [2]. Это единственные животные, способные размножаться во время антарктической зимы. Наблюдения за императорскими пингвинами показывают, что в наиболее критические моменты высиживания птенцов они переключаются от индивидуального к коллективному поведению. Критическими параметрами для такого перехода являются температура окружающей среды и сила ветра. Установлено, что при превышении порогового значения ветра и температуры птицы собираются в плотную неподвижную стаю. Если условия внешней среды становятся мягче, то наблюдается обратный процесс перехода к индивидуальному поведению. Это позволило авторам [3] рассматривать стаю как сплошную среду, в которой происходят фазовые переходы 1-ого рода газ - жидкость - твердое тело. Однако, при ожигении стаи в ней могут происходить фазовые переходы 2-ого рода, связанные с наступлением эффективной конвективной неустойчивости.

В данной работе предлагается математическая модель данного явления, в рамках которой исследуется вопрос о фазовых переходах и механизмах самоорганизации в данной системе. Совокупность особей рассматривается как сложная система локально взаимодействующих между собой микроскопических элементов. Вид потенциальных взаимодействий подбирается феноменологически. Основной силой, побуждающей пингвина к движению, является стремление птицы двигаться по градиенту температуры коллективного поля. Это потенциальное взаимодействие выступает аналогом силы Архимеда в неоднородно нагретой жидкой среде. Математическая модель явления включает в себя расчет коллективного теплового поля стаи и определение траектории движения каждого отдельного пингвина. Обе части нелинейным образом связаны друг с другом: общее поле зависит от местоположения каждой особи, но оно же определяет динамику каждой особи.

Для изучения фазовых переходов была разработана гибридная математическую модель сложной системы, которая включает стаю взаимодействующих особей с индивидуальной динамикой и расчет сплошного теплового поля. Животные перемещаются только по плоскости с соответствующими скоростями. Физические аспекты взаимодействия особей в группе определяются с помощью эффективных потенциальных сил, которые имеют специальный вид, разработанный для данной задачи. Мы используем Аристотелеву формулировку механики, так как движение особей в стае затруднено сильным трением и происходит в диссипативном режиме. Это означает, что можно принять безынерционное приближение. Тогда уравнения движения стаи могут быть записаны в следующем виде:

$$\begin{aligned} m_i \frac{dx_i}{dt} &= k \frac{\partial T}{\partial x} + \sum_{j=1, i \neq j}^M A \frac{x_i - x_j}{\sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}} e^{\frac{2d - \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}}{B}}, \\ m_i \frac{dy_i}{dt} &= k \frac{\partial T}{\partial y} + \sum_{j=1, i \neq j}^M A \frac{y_i - y_j}{\sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}} e^{\frac{2d - \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}}{B}}, \end{aligned} \quad (1)$$

где суммирование идёт по особям, участвующим в процессе. Первое слагаемое в правой части (1) описывает стремление каждого животного двигаться по градиенту коллективного теплового поля, которое генерируется всей стаей. Эта сила является основным инструментом сборки животных в плотную группу. Природный механизм срабатывания этой силы обсуждается. Возможно, здесь играют роль тактильные ощущения каждой особи (при плотном контакте), а также визуальные наблюдения (при дальном действии). Второе слагаемое описывает процессы отталкивания между особями при слишком близком их сближении ("социальная" сила). Вторая часть модели это построение общего теплового поля. Каждая особь является источником тепла с определенной мощностью. Уравнением, которое определяет тепловое поле, является двумерное уравнение теплопроводности, осложненное присутствием источников тепла, явлением адвективного сноса тепла за счет ветра и диссипацией тепла в вертикальном направлении:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla T = \lambda \Delta T - DT + \sum_{i=1}^M P_i(x_i, y_i), \quad (2)$$

где λ — коэффициент теплопроводности внутри стаи, D — коэффициент диссипации тепла, $\mathbf{V}$ — скорость ветра. На рис.1а-г показан численно полученный процесс сборки особей в плотно упакованную массу, который можно интерпретировать как последовательную смену агрегатного состояния среды (газ—жидкость—твердое тело). Обнаружено, что при определенных условиях температуры внешней среды, которая является управляющим параметром задачи, твердое состояние может испытывать внезапное ожигение и в стае возникают

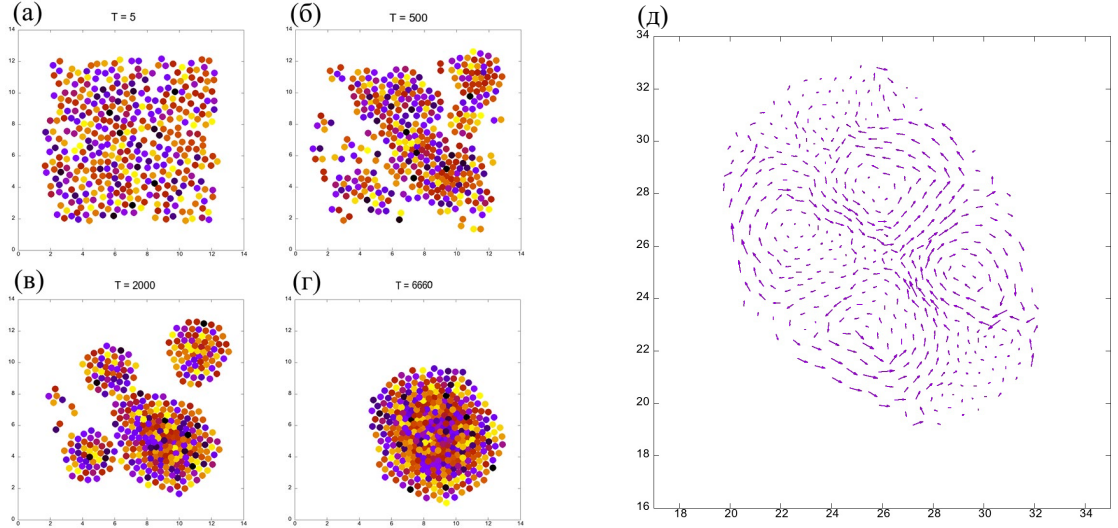


Рис. 1. (а–г) Последовательная сборка животных в плотную группу, при которой происходит последовательная смена агрегатного состояния среды: (а,б) газообразное, (в) жидкое, (г) твёрдое; (д) поле скорости особей в оживленной стае, демонстрирующее циркуляцию.

циркуляционные движения особей (рис.1д), которое можно интерпретировать как наступление конвективной неустойчивости (фазовый переход 2-ого рода). Каждая особь, как правило, совершает движения от границы стаи к её центру и обратно, получая, в среднем, достаточно тепла для выживания.

Интересно построить модель сплошной среды. Как известно, получить единое универсальное уравнение движения для сложных сред (например, гранулированных), которое описывало бы процессы в среде во всем многообразии фазовых переходов, практически невозможно. Будем считать, что стая в виде оживленной среды уже сформировалась, новые особи к ней не присоединяются и вся группа располагается на идеально плоском рельефе, более того, имеет круглую форму радиуса R . Последнее допущение, конечно, на практике, как правило, не выполняется. Рисунок 1 также демонстрирует, что стая нестационарна и может приобретать причудливые формы. Будем решать задачу в полярных координатах. Тогда уравнение теплопроводности (2) можно использовать практически в том же виде, а уравнение движения стаи свести к уравнению движения жидкости, насыщающей пористый самогравитирующий диск.

Обезразмеривая полученные уравнения с помощью единиц R , R^2/χ , χ/R , $v\chi\rho_0/K$ и $(vQ/2\rho_0c_p gK)^{1/2}$ соответственно для длины, времени, скорости, давления и температуры (использованы стандартные обозначения для гидромеханики пористой среды), получим систему безразмерных уравнений следующего вида в переменных функции тока ψ и температуры T [4]:

$$\begin{aligned} \Delta\psi - G \frac{\partial T}{\partial \varphi} &= 0, \\ \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial \psi}{\partial \varphi} \frac{\partial T}{\partial r} - \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial T}{\partial \varphi} \right) &= \Delta T + G \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} + 2G - \Omega \cos \varphi \frac{\partial T}{\partial r} - \Omega \frac{\sin \varphi}{r} \frac{\partial T}{\partial \varphi}, \\ r=1: \quad \psi &= 0, \quad T = 0, \end{aligned} \quad (3)$$

где определились критерии подобия задачи, содержащие все физические константы:

$$G = R^2 \sqrt{\frac{gKQ}{2\rho_0 c_p v \chi^2}}, \quad \Omega = \frac{R\omega}{\chi}.$$

Параметр G определяет мощность стаи (количество особей), а Ω задаёт силу ветра.

Любопытно, что система (3), по сути, описывает поведение самогравитирующей жидкости с внутренними источниками тепла, насыщающей тонкий пористый диск. Если ветер отсутствует, то задача (3) обладает свойством косимметрии [5]. Однако, в данном случае это тривиальная косимметрия, свойства которой скрыты симметрией задачи.

Задача (3) решалась последовательно, как это принято в гидромеханике: сначала получено основное состояние системы, затем исследовано его линейная устойчивость, проведен слабо-нелинейный анализ вблизи порога и, наконец, численно исследован случай сильной нелинейности. В последнем случае задача (3) решалась методом конечных разностей. Большинство результатов получено на сетке 21×121 . В качестве начального состояния задавались случайные возмущения функции тока с амплитудой не более 10^{-3} . В отсутствие ветра $\Omega = 0$ вплоть до критического значения параметра сборки $G = 13.21$ все возмущения затухали. Сразу выше порога мягко возбуждалась циркуляция с четырьмя вихрями, приведенная на рис. 2. При значении параметра $G = 19$ и выше в системе начинается нестационарная циркуляция (сначала периодическая, а затем и хаотическая). Например, наблюдалось колебание, при котором последовательно

возникает 4, 6 и 8 вихрей в стае. На наш взгляд, подобные колебания в природе наблюдать вполне реалистично, поскольку различие значений параметра $G = 13$ и $G = 19$ означает, что количество особей в стае во втором случае увеличилось всего на 46%. В реальных колониях пингвинов в Антарктике в таких стаях могут участвовать несколько тысяч птиц одновременно [3].

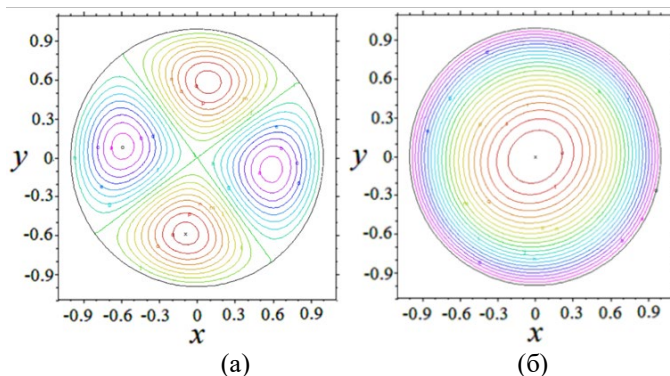


Рис. 2. Стационарная циркуляция особей в стае при $G = 13.22$, $\Omega = 0$: (а) функция тока, (б) температура.

Направление ветра задаёт предпочтительное направление, вдоль которого выстраивается центральная ось, разделяющая вихри. Было обнаружено, что циркуляция становится двухвихревой. При этом перестройка к двухвихревой циркуляции происходит при любой форме исходной конвекции. Стоит отметить также смещение максимума температурного поля из-за ветра. Это приводит к постепенному смещению всей стаи в сторону максимума, что также регистрируется в натурных наблюдениях за животными [3].

Сравнение результатов исследований микроскопической и макроскопической моделей показывает, что между ними наблюдается хорошее согласие. Например, в обоих случаях сразу за порогом возбуждения тепловой конвекции наблюдается четырех вихревая циркуляция (можно сравнить рис. 1д и рис. 2).

Исследования выполнены при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (проект № FSNM-2023-0003).

ЛИТЕРАТУРА.

1. H. Trenchard, M. Perc. Energy saving mechanisms, collective behavior and the variation range hypothesis in biological systems: a review. *BioSystems*, 2016, 147, 40-66.
2. Y. Le Maho. The Emperor Penguin: A Strategy to Live and Breed in the Cold: Morphology, physiology, ecology, and behavior distinguish the polar emperor penguin from other penguin species, particularly from its close relative, the king penguin. *American Scientist*, 1978, 65(6), 680-693.
3. S. Richter, R. Gerum, A. Winterl, A. Houstin, M. Seifert, J. Peschel, B. Fabry, C. Le Bohec, D.P. Zitterbart. Phase transitions in huddling emperor penguins. *Journal of physics D: Applied physics*, 2018, 51(21), 214002.
4. Д.А. Брацун, К.В. Костарев. Сплошносредная модель биоконвекции с центростремительной силой. *Вестник Пермского университета. Серия: Физика*, 2022, 2, с.36-46.
5. D.A. Bratsun, D.V. Lyubimov, B. Roux. Co-symmetry Breakdown in Problems of Thermal Convection in Porous Medium. *Physica D*, 1995, 82, 398-417.

ВОЛНОВАЯ ДИНАМИКА СТРАТИФИЦИРОВАННЫХ СРЕД С ФОНОВЫМИ СДВИГОВЫМИ ТЕЧЕНИЯМИ: АНАЛИТИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ, АСИМПТОТИКИ И КРИТИЧЕСКИЕ РЕЖИМЫ ГЕНЕРАЦИИ

В.В. Булатов

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, internalwave@mail.ru

В реальных природных стратифицированных средах (океан, атмосфера Земли) вертикальная и горизонтальная динамика фоновых сдвиговых течений в значительной степени связана с внутренними гравитационными волнами. В океане такие течения могут проявляться, например, в области сезонного термоклина и оказывать заметное влияние на динамику внутренних гравитационных волн. Обычно предполагается, что фоновые течения с вертикальным сдвигом скорости слабо зависят от времени и горизонтальных координат. Если масштаб изменения течений по горизонтали много больше длин внутренних гравитационных волн, а масштаб временной изменчивости много больше периодов внутренних гравитационных волн, то такие течения можно рассматривать как стационарные и горизонтально однородные. В общей постановке описание динамики внутренних гравитационных волн в стратифицированной среде с фоновыми полями сдвиговых течений является весьма сложной задачей уже в линейном приближении. В этом случае задача сводится к анализу системы уравнений в частных производных, и при одновременном учете вертикальной и горизонтальной неоднородности эта система уравнений не допускает разделение переменных.

Среди большого многообразия наблюдаемых волновых процессов различной физической природы в океане и атмосфере Земли особое место вызывает взаимодействие возбуждаемых волн с гидродинамическими потоками. Движение стратифицированной среды является одним из основных факторов, влияющих на динамику внутренних гравитационных волн, как в естественных условиях, так и в технических устройствах. В современных научных исследованиях при анализе динамики внутренних гравитационных волн в природных стратифицированных средах с учетом наличия течений применяются асимптотические методы исследования аналитических моделей волновой генерации. В линейном приближении существующие подходы к описанию волновой картины возбуждаемых полей внутренних гравитационных волн основаны на представлении волновых полей интегралами Фурье и их асимптотическом анализе.

В реальных океанических условиях необходимо рассматривать внутренние гравитационные волны, распространяющиеся на фоне средних течений с вертикальным сдвигом скорости, причем вариация скорости по вертикали составляет десятки см/сек и м/сек, то есть имеет тот же порядок, что и максимальные скорости внутренних гравитационных волн. Такие течения должны существенно сказываться на распространении внутренних гравитационных волн. Если масштаб изменения течений по горизонтали много больше длин внутренних гравитационных волн, а масштаб временной изменчивости много больше периодов внутренних волн, то естественной математической моделью является случай стационарных и горизонтальных однородных сдвиговых течений. Для моделирования генерации внутренних гравитационных волн точечным источником в реальном океане можно считать крутой склон поперечного хребта в проливах, который обтекается сдвиговым течением и периодическим приливным течением.

Генерация внутренних гравитационных волн сдвиговыми течениями представляют собой важный для геофизических приложений пример взаимодействия волн с гидродинамическими потоками. При распространении внутренних гравитационных волн в сдвиговых потоках возникают специфические эффекты, связанные с усилением и поглощением волн. Это происходит при наличии резонансных слоев, в которых скорость потока совпадает с фазовой или групповой скоростью внутренних гравитационных волн. Критические слои играют важную роль в механизме гидродинамической неустойчивости сдвиговых течений. Резонансное взаимодействие волн с критическими слоями является важным механизмом генерации и поглощения различных типов волн в атмосфере, океане, движущейся плазме. Сильное взаимодействие распространяющейся волны с потоком возможно так в тех слоях, где частота волны совпадает с частотами собственных колебаний неоднородного потока. В этом случае резонанс обусловлен равенством групповой скорости волны со скоростью некоторого слоя жидкости. В результате может происходить захват волнового пакета в окрестности резонанса.

Алгебраический метод исследования волн в сдвиговых потоках опирается на кусочно-линейную аппроксимацию профиля скорости, однако этот метод непригоден для анализа резонансных особенностей. Для исследования волн в потоке с непрерывным профилем скорости можно использовать прямое численное моделирование или приближенные асимптотические методы: метод ВКБ, метод эталонных уравнений, метод сращивания асимптотических разложений. Может быть также полезна плазменно-гидродинамическая аналогия, дающая инструмент физического понимания резонансных процессов. Для исследования динамики внутренних гравитационных волн фундаментальную роль играет число Ричардсона. При значении этого числа больше одной четвертой в окрестности критического слоя волновой пакет при уменьшении длины волны бесконечно долго приближается к критической точке. В ряде работ рассматривалась возможность резонансного усиления внутренних гравитационных волн, используя модельные представления профилей сдвиговых скоростей или прямое численное моделирование. В общем виде получить общий критерий

усиления амплитуды внутренних гравитационных волн в окрестности критического уровня, то есть выразить его непосредственно через параметры потока, не представляется возможным, однако для некоторых модельных течений возможно получить аналитическое представление такого критерия.

Исследованы аналитические свойства функции Грина для уравнения линейных внутренних гравитационных волн в стратифицированной среде конечной толщины с фоновыми сдвиговыми течениями. Показано, что на больших временах вклад от непрерывного спектра спектральной задачи экспоненциально мал, и функция Грина представляет собой сходящийся ряд по собственным функциям этой задачи. Поэтому для построения асимптотик волновых полей при больших временах необходимо исследовать соответствующие асимптотики отдельных волновых мод. В общем случае решение спектральной задачи и качественный анализ получаемых дисперсионных соотношений и амплитудных зависимостей собственных функций представляет значительную математическую трудность.

Для аналитического решения можно использовать модельные представления основных гидрологических параметров, например, постоянное распределение частоты плавучести и линейные зависимости фонового сдвигового течения от глубины. Модельные представления гидрологических параметров качественно верно могут описать как характер, так и масштабы пространственной изменчивости сдвиговых океанических течений. Использование модельных представлений для основных гидрологических характеристик (частоты плавучести и фоновых сдвиговых течений) позволяют редуцировать основную спектральную задачу к более простой, а также исследовать эту упрощенную задачу аналитически. Для аналитического решения задачи использовано постоянное распределение частоты плавучести и различные линейные зависимости сдвигового течения от глубины. Используя модельную гидрологию, получены аналитические выражения, описывающие дисперсионные зависимости, которые выражаются через модифицированную функцию Бесселя мнимого индекса.

При выполнении условия устойчивости Майлса-Ховарда и больших числах Ричардсона для построения аналитических решений были использованы дебаевские асимптотики модифицированной функции Бесселя мнимого индекса. Подробно изучены свойства дисперсионного уравнения и исследованы основные аналитические свойства дисперсионных кривых. В приближении стационарной фазы построены интегральные представления решений для дальних волновых полей. Численно рассчитаны фазовые картины возбуждаемых полей внутренних гравитационных волн для различных моделей волновой генерации. Исследованы зависимости волновых характеристик возбуждаемых полей от основных параметров использованных моделей стратификации, течений и режимов генерации. Показано, что при больших числах Ричардсона дебаевские асимптотики функции Бесселя мнимого индекса позволяют получить явные аналитические представления основных дисперсионных соотношений, которые дают возможность эффективно рассчитывать амплитудно-фазовую структуру дальних волновых полей внутренних гравитационных волн, а также исследовать различные режимы волновой генерации для модельных представлений частоты плавучести и сдвиговых течений.

Аналитические оценки и численные результаты показывают, что асимптотические конструкции, использующие модельные представления частоты плавучести и фоновых сдвиговых скоростей качественно верно могут описывать амплитудно-фазовую структуру возбуждаемых полей внутренних гравитационных волн. Учет реальных распределений основных гидрологических параметров океана дает возможность изучить все многообразие генерируемых в природных стратифицированных средах волн, и для описания амплитудных зависимостей внутренних гравитационных волн в природных средах (океане, атмосфере) с произвольными фоновыми сдвиговыми течениями необходимо использовать численные методы. Поэтому для исследования внутренних гравитационных волн в реальных природных средах (океан, атмосфера) необходимо сочетание, как точных численных методов исследования волновых полей, так и различных асимптотических подходов, позволяющих исследовать основные качественные особенности возбуждаемых волн.

Асимптотики дисперсионных соотношений позволяют исследовать более реалистичную задачу изучения динамики внутренних гравитационных волн в океане медленноменяющимися и нестационарными параметрами. В этом случае решение можно представить в виде суммы волновых пакетов, фазовая структура которых определяется аналитическими свойствами соответствующих дисперсионных зависимостей. Конкретный выбор фазовой функции (модельных интегралов) определяется аналитическими свойствами дисперсионных соотношений, зависящих от реальной гидрологии океана. Аналитические выражения дисперсионных кривых могут использоваться, в частности, для качественной интерпретации наблюдаемых волновых явлений в океане и для разработки дистанционных методов обнаружения внутренних гравитационных волн методами дистанционной радиолокации.

Также рассмотрены задачи динамики линейных внутренних линейных внутренних гравитационных волн в стратифицированных средах с горизонтальными сдвиговыми течениями при критических режимах генерации. При распространении внутренних гравитационных волн в стратифицированных сдвиговых потоках ключевую роль играют механизмы их усиления и поглощения при взаимодействии с течениями. В плоской постановке обсуждены основные модельные физические постановки задач, в которых могут возникать критические уровни. Изучены аналитические свойства решений вблизи критических уровней. Рассмотрена постановка задачи о потоке стратифицированной среды, набегающим на препятствие, за которым могут возникать уходящие волны, при этом особенность на критическом уровне формируется

вдали от препятствия. Построены асимптотики решений вблизи критического уровня, которые выражаются через неполную гамма функцию, и для реальных океанологических параметров приведены оценки ширины критического слоя, в котором происходит энергообмен между течениями и волновым пакетом.

Предложенный подход предполагает выделение, детальное исследование и классификацию основных аналитических моделей взаимодействия сдвиговых течений и волн, что дает возможность в дальнейшем исследовать, в частности такие эффекты, как захват и усиление пакетов внутренних гравитационных волн океаническими сдвиговыми течениями. Очевидно, также, что эффект заметного увеличения амплитуды внутренних гравитационных волн стратифицированным потоком определяется глобальными условиями, то есть зависит не только от деталей профиля потока в некоторой окрестности критической точки, но и от свойств волнового поля, поведение которого определяется всем течением. Поэтому существенного прояснения роли критического уровня в динамике внутренних гравитационных волн с учетом реальной гидрологии океана можно ожидать в дальнейшем только при построении нелинейной теории взаимодействия течений и волн.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ проект 23-21-00194.

ЛИТЕРАТУРА.

1. В.В. Булатов Аналитические свойства функции Грина уравнения внутренних гравитационных волн в стратифицированной среде со сдвиговыми течениями. ТМФ, 2022, 211(2), 200-215.
2. В.В. Булатов Аналитические свойства решений уравнения внутренних гравитационных волн с течениями для критических режимов волновой генерации. Труды МИАН, 2023, 322, 71-82.

ВОЛНЫ НА ГРАНИЦЕ ЛЬДА И ГЛУБОКОЙ ЖИДКОСТИ ОТ ЛОКАЛИЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ: ТОЧНЫЕ РЕШЕНИЯ И АСИМПТОТИКИ

В.В. Булатов, И.Ю. Владимиров, М.А. Ильичева
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, internalwave@mail.ru
Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН, Москва,
МГУ им. М.В. Ломоносова

Изучение волновых процессов в море с плавающим ледяным покровом актуально для изучения его реакции на различные гидродинамические возмущения, движущиеся надводные и подводные суда, процессы распада ледяных полей в интересах судоходства, а также совершенствования методов дистанционного зондирования поверхности ледяного покрытия. Поверхностные возмущения ледяного покрова, которые могут быть зарегистрированы с помощью специальных радиолокационных и оптических систем, несут информацию не только об источниках возмущений, но и о характеристиках морской среды подо льдом. Плавающий ледяной покров, определяющий динамическое взаимодействие между океаном и атмосферой, влияет на динамику не только морской поверхности, но и подповерхностных вод, так как в общем движении по вертикали участвует как ледяной покров, так и вся масса жидкости под ним. Одним из заметных источников возбуждения ледяного покрова могут являться интенсивные внутренние гравитационные волны, в частности, что колебания ледяного покрова за счет внутренних волн могут быть от нескольких сантиметров (прилив) до 2-3 метров (цунами), амплитуды до 30 см регистрировались при наличии ветровых волн.

Обычно предполагается, что ледяной покров является сплошным (его горизонтальные масштабы превышают длины возбуждаемых волн), и при достаточно общих условиях моделируется тонкой упругой физически линейной пластиной, деформации которой малы. Для проведения прогнозных расчетов возмущений ледяного покрова можно подбирать параметры модели генерации так, чтобы приблизить смоделированную волновую систему к реально наблюдаемым в природных условиях картинам возмущения поверхности льда. Целью настоящей работы является решение ранее не рассматриваемой задачи о построении асимптотик дальних волновых возмущений ледяного покрова, возбуждаемых локализованным источником в потоке однородной жидкости бесконечной глубины. Рассматривается поток идеальной бесконечно глубокой жидкости, который обтекает точечный источник мощности массы.

Численные расчеты показывают, что при изменении параметров волновой генерации (изменение скоростей потока и толщины льда) происходит заметная качественная перестройка фазовых картин возбуждаемых волновых полей на границе раздела льда и жидкости. Дисперсионные зависимости могут представлять замкнутые, всюду выпуклые кривые, а также могут иметь две пары точек перегиба, которые существуют только при достаточно малых значениях волновых чисел и расположены симметрично. Усложнение топологии дисперсионных зависимостей приводит к генерации дополнительной системы поперечных волн и появлению соответствующих пар волновых фронтов. В этом случае фазовые картины демонстрируют пространственные структуры типа «ласточкина хвоста», когда в фиксированной точке наблюдения происходит качественная перестройка одновременно приходящих волновых фронтов. Наиболее интересными с практической точки зрения являются локальные экстремумы дисперсионных зависимостей, так как асимптотики дальних волновых полей в окрестности соответствующих волновых фронтов и каустик, отвечающих этим экстремумам, можно описать с помощью метода эталонных интегралов. Сложность топологии рассчитанных дисперсионных зависимостей требует для корректного асимптотического исследования дальних полей применения специального математического аппарата.

Численный анализ решений показал, что основными параметрами, которые могут приводить к существенной изменчивости качественных характеристик дисперсионных соотношений, являются толщина льда и скорость потока. Остальные параметры (модуль Юнга, коэффициент Пуассона, напряжение, плотность сред), в пределах естественных масштабов их природной изменчивости практически не влияют на динамику поведения дисперсионных зависимостей. Поэтому усложнение наблюдаемых волновых картин возвышения ледяного покрова может являться одним из признаков заметного изменения только таких параметров морской среды как скорость течения и толщина льда.

Увеличение скорости течения при неизменной толщине льда приводит к расширению (в пространстве волновых чисел) дисперсионных кривых. Кривая, соответствующая меньшей скорости потока, целиком находится внутри кривой, отвечающей большей скорости потока. Поэтому при увеличении скорости течения длина волны вдоль положительной направления горизонтальной оси движения источника возрастает, а вдоль отрицательного направления этой оси убывает. Также при увеличении скорости потока происходит уменьшение пространственной области, где существуют волновые колебания. Вне этой зоны амплитуды дальних волновых полей экспоненциально малы. Этот же эффект наблюдается при изменении толщины льда при неизменном значении скорости потока. При увеличении толщины льда происходит сужение (в пространстве волновых чисел) дисперсионных кривых, и, соответственно, расширение пространственной области волновых колебаний. Длина волны вдоль положительного направления оси движения источника возрастает, а вдоль отрицательного этой оси – убывает.

Численные анализы асимптотик показали хорошее совпадение с точным решением уже на расстояниях, начиная с десяти и более метров от источника, то есть на таких расстояниях можно использовать понятие

дальних волновых полей. Поэтому, исходя из результатов рассмотрения подобного класса задач и оценок пространственных масштабов возможного затухания волновых возмущений в природных условиях, представляется вполне обоснованным использования линейного приближения и метода стационарной фазы для расчета возмущений ледяного покрова и получения физически адекватных результатов.

Построенные асимптотики дальних полей дают возможность эффективно рассчитывать основные характеристики волновых возмущений на границе раздела ледяного покрова и качественно анализировать полученные решения. Полученные асимптотические результаты с различными значениями входящих в них физических параметров позволяют провести оценку характеристик возмущений ледяного покрова, наблюдаемых в реальных морских условиях и рассчитывать дальние волновые поля, в том числе, и от нелокальных источников возмущений различной физической природы. В результате проведения модельных многовариантных расчетов по асимптотическим формулам смоделированная волновая система может быть приближена к наблюдаемым в натурных условиях волновым картинам, что дает возможность оценить физические параметры реальных источников в морской среде с ледовым покрытием и определить основные характеристики начальных возмущений, варьируя модельные значения исходных параметров. Таким образом, модели волновой генерации на поверхности раздела морской воды и льда могут быть не только верифицированы, но и использованы для проведения прогнозных оценок.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ проект 23-21-00194.

ЛИТЕРАТУРА.

1. В.В. Булатов. Волны с плавающим ледяным покровом. Севастополь: ФГБУН МГИ, 2017, 360 с.
2. V.A. Squir, R.J. Hosking, A.D. Kerr, P.J. Langhorne. Moving loads on ice plates. Dordrecht: Springer Science & Business Media, 2012, 236 pp.
3. А.Т. Ильичев. Уединенные волны в моделях гидродинамики. М.: Физматлит, 2003, 256 с.
4. В.В. Булатов, И.Ю. Владимиров. Дальние поля на поверхности раздела бесконечно глубокого океана и ледяного покрова, возбуждаемые локализованным источником. Известия РАН. Физика атмосферы и океана, 2023, 59(3), 346-351.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ТЕХНИКА ИЗМЕРЕНИЯ ДИФФУЗИОННОЙ ИЗВИЛИСТОСТИ ПОРИСТЫХ МАТЕРИАЛОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ФЛУОРЕСЦИРУЮЩЕГО КРАСИТЕЛЯ В ЖИДКОСТИ

А.В. Бушуева¹, В.В. Дьякова², Д.А. Полежаев¹

¹Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, Пермь

²Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь

Извилистость пористой среды, представляющей собой прямоугольную ячейку Хеле-Шоу, заполненную шариками или цилиндриками, измерена с помощью новой экспериментальной техники. В качестве рабочей жидкости используется вода, в качестве красителя – родамин Б. Водный раствор родамина Б обладает флуоресцентными свойствами: максимум энергии излучения приходится на длину волны 610 нм (оранжевый свет), а максимум энергии возбуждения – на длину волны 546 нм (зеленый свет). Ячейка заполняется шариками одинакового диаметра, который немного меньше, чем толщина ячейки, так что в ее поперечном сечении помещается только один ряд шариков. В экспериментах с цилиндриками они изготавливаются на станке ЧПУ вместе с подложкой, которая одновременно играет роль стенки ячейки Хеле-Шоу. В экспериментах с шариками они засыпаются в ячейку Хеле-Шоу и занимают в ней свое положение под действием силы тяжести. В экспериментах с цилиндриками их положение и плотность упаковки контролируются. Изменение плотности упаковки позволяет варьировать пористость P среды и, следовательно, ее извилистость τ .

В покоящейся жидкости перенос растворенного вещества осуществляется только благодаря молекулярной диффузии. Если жидкость заполняет поры пористого материала, то темп переноса вещества меньше темпа молекулярной диффузии вследствие извилистости диффузионных линий, огибающих скелет пористой среды. Этот эффект можно оценить по отношению коэффициента молекулярной диффузии D_m к коэффициенту диффузии D_p растворенного вещества в жидкости, насыщающей пористую среду. Этот параметр называется диффузионной извилистостью τ [1]. Таким образом, распространение растворенного в жидкости вещества зависит от извилистости пористой среды, которая, в свою очередь, определяется ее пористостью. Варьируя в экспериментах пористость P и измеряя коэффициенты D_m и D_p , можно получить зависимость извилистости от пористости и сравнить полученные результаты с многочисленными моделями извилистости (например, [2 – 4]).

Предложенная экспериментальная техника позволяет измерить распределение концентрации растворенного в воде флуоресцентного красителя родамина Б по интенсивности излучения водного раствора. В экспериментах вертикальная ячейка Хеле-Шоу, содержащая шарики или цилиндрики, наполовину заполняется водным раствором родамина Б, наполовину – водой. В водный раствор родамина Б добавляется небольшое количество хлорида натрия, чтобы увеличить плотность жидкости и предотвратить перемешивание двух жидкостей. В результате диффузии родамина Б на границе водного раствора родамина Б и воды образуется диффузионный слой, толщина которого изменяется со временем. Ширина диффузионного слоя измеряется по фотографиям ячейки Хеле-Шоу, которые получены при освещении ячейки зеленым лазерным ножом и использовании фотообъектива с оранжевым светофильтром. Зная зависимость ширины диффузионного слоя от времени, можно вычислить коэффициент диффузии D_p и затем извилистость τ . Анализ данных, полученных в экспериментах со случайным образом расположенными шариками, показывает хорошее согласие между экспериментальными результатами и предсказаниями модели [5].

Работа выполнена при поддержке Российского Научного Фонда (проект 23-11-00311).

ЛИТЕРАТУРА.

1. G. Behzad et al. Tortuosity in porous media: a critical review. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 2013, 77(5), 1461-1477.
2. H. L. Weissberg. Effective diffusion coefficient in porous media. *J. Appl. Phys.*, 1963, 34, 2636-2639.
3. G. H. Neale and W. K. Nader. Prediction of transport processes within porous media: Diffusive flow processes within an homogeneous swarm of spherical particles. *AIChE J.*, 1973, 19(1), 112-119.
4. J. W. Beeckman. Mathematical description of heterogeneous materials. *Chem. Eng. Sci.*, 1990, 45, 2603-2610.
5. E. Mauret and M. Renaud. Transport phenomena in multi-particle systems: I. Limits of applicability of capillary model in high voltage beds – Application to fixed beds of fibers and fluidized beds of spheres. *Chem. Eng. Sci.* 1997, 52, 1807– 1817.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ МАССОПЕРЕНОСА РАСТВОРЕННОГО В ОСЦИЛЛИРУЮЩЕЙ ЖИДКОСТИ ВЕЩЕСТВА В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

А.В. Бушуева, Д.А. Полежаев

Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, Пермь

Экспериментально исследуется интенсивность массопереноса растворенного в осциллирующей жидкости красителя в пористой среде, представляющей собой прямоугольную ячейку Хеле-Шоу (щелевой зазор), заполненную тяжелыми твердыми шариками. В качестве рабочей жидкости используется вода, в качестве красителя – родамин Б. Диаметр шариков выбирается таким образом, чтобы он был чуть меньше толщины щелевого зазора, так что в поперечном сечении ячейки помещается только один ряд шариков.

Эксперименты проводятся при различных частотах и амплитудах колебаний жидкости. Когда жидкость в порах между шариками покоится, перенос растворенного вещества осуществляется только благодаря молекулярной диффузии. Соответствующий коэффициент диффузии D_p отличается от коэффициента молекулярной диффузии D_m вследствие огибания молекулами растворенного вещества скелета пористой среды. Когда жидкость осциллирует, интенсивность массопереноса возрастает. Измерения показывают, что в таком случае коэффициент эффективной диффузии D_{eff} превышает коэффициент диффузии D_p на 1 – 2 порядка в зависимости от интенсивности колебаний. Результаты, полученные в экспериментах с разными частотами и амплитудами колебаний, хорошо согласуются на плоскости безразмерных параметров (Pe , D), здесь Pe – число Пекле, $D = D_{eff} / D_p$ – безразмерный коэффициент диффузии, показывающий, во сколько раз интенсивность массопереноса превосходит темп молекулярной диффузии внутри пористого материала. В изученном диапазоне значений числа Пекле $Pe = 10^4 - 10^5$ параметр D пропорционален Pe^2 (рис. 1).

Известно, что колебания жидкости в узких каналах увеличивают интенсивность массопереноса благодаря дисперсии Тейлора [1] или осредненным конвективным течениям [2 – 4]. Для изучения эффекта дисперсии Тейлора были проведены эксперименты в прямоугольной ячейке (щелевом зазоре), заполненной только осциллирующей жидкостью. Сравнение экспериментальных результатов, полученных в щелевом зазоре, и ячейке, заполненной жидкостью и тяжелыми шариками, показывает, что при сравнимых амплитудах и частотах колебаний интенсивность массопереноса в пористой среде во много раз превышает величину дисперсии Тейлора.

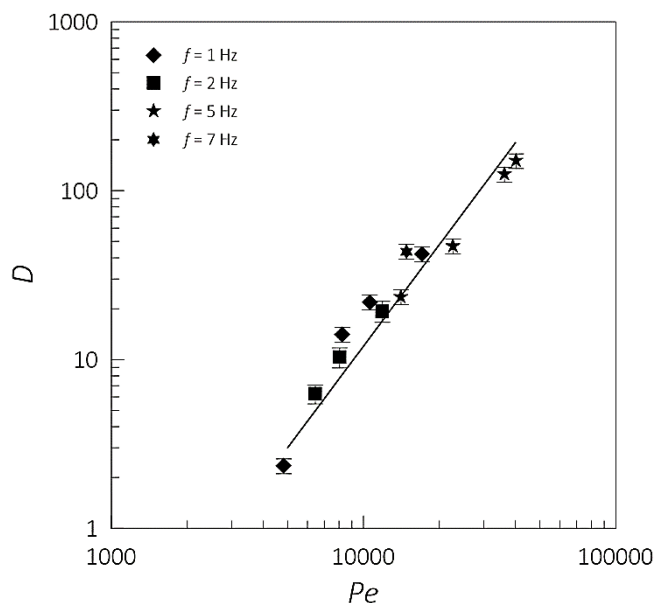


Рис. 1. Зависимость безразмерного коэффициента диффузии от числа Пекле. Значки иллюстрируют результаты экспериментов, проведенных при различных частотах f колебаний жидкости. Сплошная линия соответствует $D \sim Pe^2$. Толщина ячейки Хеле-Шоу равна $2h = 2.05$ мм, средний диаметр шариков $d = 1.79$ мм

Предположительно, интенсификация массопереноса в пористой среде, состоящей из шариков, возникает преимущественно конвективному массопереносу. Колебания жидкости в порах между шариками неоднородны по амплитуде, и это приводит к возникновению осредненных течений внутри и за пределами вязкого пограничного слоя Стокса [5]. Используемая техника измерений не позволяет увидеть такие течения, так как поры имеют размер порядка 1 мм. Однако, существуют экспериментальные доказательства того, что такие течения могут возникать в осесимметричных неоднородных по сечению каналах. Согласно наблюдениям, даже в предельном случае низких безразмерных частот $\omega \sim 1$ (характерном и для настоящего исследования) в широких частях канала возникают вихревые потоки, скорость которых линейно возрастает с ω [2]. Анализ результатов показывает, что данные этих экспериментов можно привести

к виду $D \sim Pe^2$, что подтверждает гипотезу о преимущественно конвективном способе массопереноса растворенного вещества в осциллирующей жидкости в порах между шариками.

Работа выполнена при поддержке Российского Научного Фонда (проект 23-11-00311).

ЛИТЕРАТУРА.

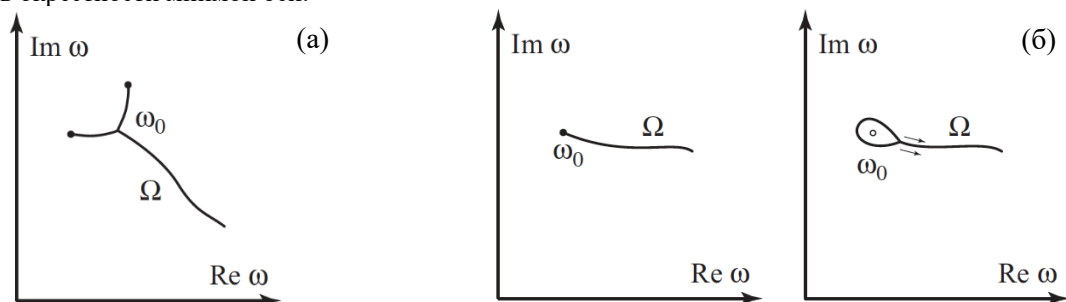
1. E. J. Watson. Diffusion in oscillatory pipe flow. J. Fluid Mech., 1983, 133, 233-244.
2. V. Kozlov and O. Vlasova. Oscillatory dynamics of immiscible liquids with high viscosity contrast in a rectangular Hele–Shaw channel. Phys. Fluids, 2022, 34(3), 032121.
3. S. Subbotin, V. Kozlov, and M. Shiryayeva. Effect of dimensionless frequency on steady flows excited by fluid oscillation in wavy channel. Phys. Fluids, 2019, 31(10), 103604.
4. V. Kozlov and D. Polezhaev. Enhanced mass transfer in air oscillating in a channel with periodically varying radius. Int. J. Heat Mass Tran., 2021, 167, 120818.
5. G. K. Batchelor. An introduction to fluid dynamics. Cambridge university press, 1967.

АСИМПТОТИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ СПЕКТРА СОБСТВЕННЫХ ЧАСТОТ ПРОТЯЖЁННЫХ ОДНОМЕРНЫХ СИСТЕМ

В. В. Веденеев, А.Б. Подопросветова
МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва
vasily@vedeneev.ru

Известно [1], что комплексные собственные частоты одномерных систем большой протяжённости концентрируются вокруг асимптотической кривой в комплексной плоскости, определяемой дисперсионным уравнением системы. В случае, если часть такой кривой лежит в верхней полуплоскости комплексной плоскости, то система достаточно большой длины неустойчива; такая неустойчивость называется глобальной. Глобальная неустойчивость исследовалась в физических системах самой разной природы: течение Пуазейля в трубе конечной длины, термокапиллярная конвекция, струйные течения жидкости, упругие пластины в потоке несжимаемой жидкости, спиральные волны, устойчивость пламени, течение Куэтта магнитной жидкости, вибрации труб с движущейся внутри жидкостью, флаттер панелей обшивки сверхзвуковых летательных аппаратов, течения над углублениями и при исследовании других задач [2, 3].

В настоящей работе уравнение кривой, служащей аттрактором собственных значений при больших размерах системы, обобщается на случай произвольных собственных частот (ранее оно было получено лишь для участков, расположенных наиболее высоко в комплексной плоскости, т.е. соответствующих наиболее быстро растущим модам). Проведен анализ локальной топологии таких кривых и её устойчивости по отношению к малому изменению параметров задачи. Доказано, что устойчивыми являются регулярная точка кривой, точка разветвления кривой и конец кривой – точка ветвления функции $k(\omega)$. Рассмотрены случаи распада неустойчивой локальной топологии на устойчивые при изменении параметров задачи, проведена классификация возможных бифуркаций кривой. Изучены наиболее характерные устойчивые конфигурации кривой в окрестности мнимой оси.



Вид кривой, содержащей три устойчивые локальные конфигурации: регулярные точки, точка разветвления, концы кривой (показаны кружками) (а). Одна из возможных бифуркаций топологии асимптотической кривой – появление петли (б).

Полученные результаты продемонстрированы на двух задачах: флаттер пластины в сверхзвуковом потоке газа [4] и колебания мягкой эластичной трубки, содержащей текущую жидкость [5]. Второй случай особенно интересен, т.к. содержит несколько нетривиальных бифуркаций топологии асимптотических кривых. В обоих случаях численно прослежено, как удлинение системы приводит к движению и взаимодействию собственных частот в комплексной плоскости, и их концентрации около асимптотических кривых.

Исследование В.В. Веденеева выполнено за счет гранта РФФИ № 20-19-00404.

1. Куликовский А.Г. Об устойчивости однородных состояний// ПММ. 1966. Т. 30. № 1. С. 148–153.
2. Doare O., de Langre E. The role of boundary conditions in the instability of one-dimensional systems// Eur. J. Mech. B/Fluids. 2006. V. 25. № 6. P. 948–959.
3. В. В. Веденеев. О применении асимптотического метода глобальной неустойчивости в задачах аэроупругости// Труды МИАН. 2016. Т. 295. С. 292-320.
4. В. В. Веденеев. Флаттер пластины, имеющей форму широкой полосы, в сверхзвуковом потоке газа// Изв. РАН. МЖГ. 2005. № 5. С. 155-169.
5. A. Podoprosvetova, V. Vedeneev. Axisymmetric instability of elastic tubes conveying power-law fluids// Journal of fluid mechanics. 2022. Vol. 941. A61.

СТРУКТУРА И УСТОЙЧИВОСТЬ ПОТОКОВ ВО ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПОЛОСТИ, ГЕНЕРИРУЕМЫХ ДВИЖУЩЕЙСЯ ВДОЛЬ ОСИ ВРАЩЕНИЯ СФЕРОЙ

О.А. Власова, Е.А. Звягинцева, Е.М. Кудымова, В.Г. Козлов

Лаборатория вибрационной гидромеханики,

Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, Пермь

Динамика вращающихся систем является одной из фундаментальных задач, привлекающих внимание ученых. В частности, интерес вызывает движение тел во вращающейся жидкости. Первое теоретическое описание движения всплывающего сферического тела во вращающейся жидкости дано в [1]. Теоретическое и экспериментальное развитие эта задача получила в работах [2-4]. В [4] было обнаружено, что всплывающее сферическое тело совершает дифференциальное вращение относительно полости, скорость которого изменяется с высотой всплытия тела. При этом движущееся тело генерирует перед собой и позади себя столбики Тейлора–Праудмена, диаметр которых соответствует диаметру тела. В верхнем столбике жидкость совершает отстающее вращение, в нижнем – опережающее. В настоящей работе изучается дифференциальное вращение жидкости внутри и за пределами столбика Тейлора–Праудмена, создаваемого сферой, всплывающей в вертикальном вращающемся цилиндре. Диаметр тела в 2.2 раза меньше диаметра полости. В качестве рабочей жидкости используется водный раствор глицерина вязкостью 1.66 сСт. Относительная плотность тела 0.86.

При малых скоростях вращения полости жидкость внутри столбика Тейлора–Праудмена и за его пределами совершает осесимметричное дифференциальное азимутальное вращение (рис.1, *а*). Причем скорость внутри столбика выше, чем за его пределами. Экспериментально обнаружено, что неустойчивость осесимметричного движения развивается позади всплывающего тела при достижении некоторой пороговой скорости вращения полости (рис.1, *б*). Неустойчивость проявляется в формировании вытянутых вдоль оси вращения двумерных валов, расположенных за пределами столбика Тейлора–Праудмена. Интенсивность вихревых структур растет с увеличением скорости вращения полости.

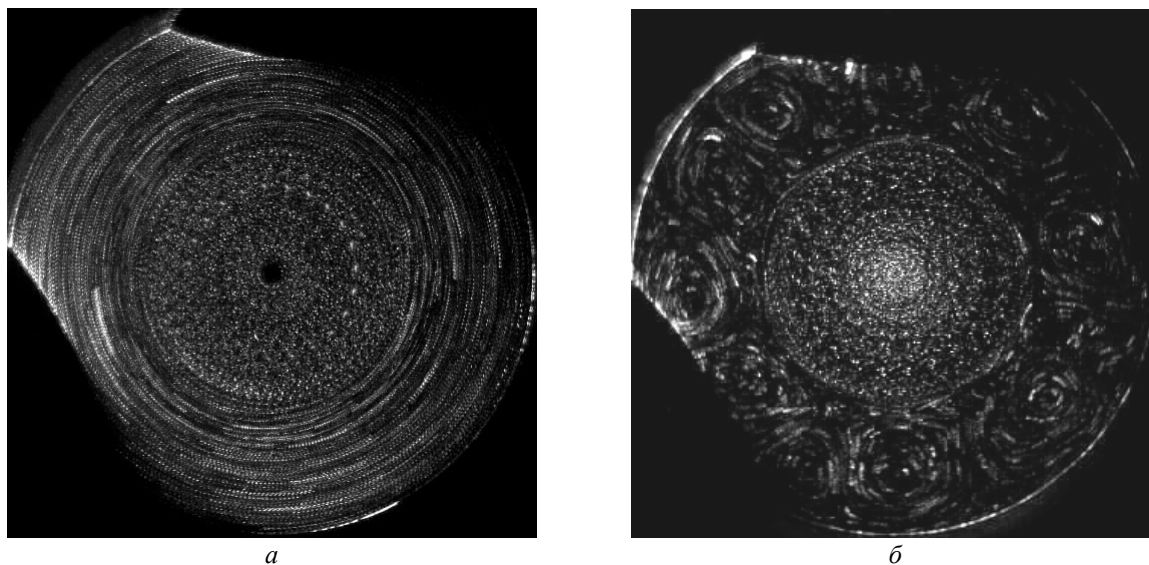


Рис. 1. Треки, оставленные светорассеивающими частицами в поперечном сечении полости, полученные наложением кадров, взятых через период вращения, до порога возникновения неустойчивости (*а*) и после (*б*), $a - f = 9 \text{ об/с}$, $b - f = 17 \text{ об/с}$. Вязкость жидкости $\nu = 1.66 \text{ сСт}$, положение тела относительно дна полости – 15.8 см.

Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства просвещения РФ (проект KPZU-2023-0002).

ЛИТЕРАТУРА.

1. G.I. Taylor. Motion of Solids in Fluids when the Flow is not Irrotational. Proceedings of the Royal Society. 1916. A92. 408–424.
2. D.W. Moore, P.G. Saffman. The rise of a body through a rotating fluid in a container of finite length. J. Fluid Mech. 1968. 31. 635–642.
3. T. Maxworthy. The observed motion of a sphere through a short, rotating cylinder of fluid. J. Fluid Mech. 1968. 31. 643–655.
4. V. Kozlov, E. Zvyagintseva, E. Kudymova, V. Romanetz. Motion of a light free sphere and liquid in a rotating vertical cylinder of finite length. Fluids 2023. 8. 49.

ВЛИЯНИЕ ИМПУЛЬСНО-ПЕРИОДИЧЕСКОГО ЛОКАЛЬНОГО ЭНЕРГОВКЛАДА НА ИНТЕГРАЛЬНЫЕ И ЛОКАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ В ОБЛАСТИ ИНЖЕКЦИИ ПОПЕРЕЧНОЙ СТРУИ В ПОТОК ВОЗДУХА

Л.С. Волков, А.А. Фирсов
ОИВТ РАН, Москва

Одним из перспективных способов интенсификации смешения при инжекции вторичной поперечной струи газа (например, горючего топлива) в сверхзвуковой поток воздуха через отверстие на плоской стенке является импульсный локальный нагрев среды в области смешения [1]. Такой нагрев может быть осуществлен посредством искровых разрядов. Известно, что в результате импульсного энерговклада при искровом разряде на плоской стенке в неподвижном воздухе образуется ударная волна и расширяющаяся тепловая каверна, а также происходит образование вихрей (однако этот процесс происходит гораздо медленнее, чем отхождение ударной волны) [2]. В работе [3] показано, что такой импульсно-периодический энерговклад, локализованный на передней кромке отверстия инжектора вторичной струи на стенке сверхзвукового тракта, способен приводить к увеличению значения интегрального критерия эффективности смешения η_m за счет возбуждения неустойчивости течения.

Однако процессы, связывающие локальный энерговклад с увеличением интегрального критерия η_m , не исследованы подробно. К тому же представляет интерес поиск оптимальных режимов энерговклада при одной и той же средней мощности, например, сравнение эффекта от редких и мощных импульсов и от сравнительно слабых импульсов со специально подобранной частотой.

Цель данной работы состоит в численном исследовании путей распространения возмущений от локального импульсного энерговклада, а также влияния этих возмущений на структуру течения в области смешения вторичной поперечной струи со сверхзвуковым потоком и на интегральную эффективность смешения.

Численное моделирование проводилось в отечественном междисциплинарном программном комплексе FlowVision 3.13. Для расчета эволюции локальных характеристик течения был использован метод нестационарных уравнений Навье-Стокса, осредненных по Рейнольдсу (URANS) с моделью турбулентности KEFV – модифицированной моделью k- ϵ [4], которая в прошлом показала хорошие результаты при расчете течений с отрывом и присоединением потока. Данный метод в исполнении FlowVision прошел валидацию на классическом частном случае поперечной струи в сверхзвуковом потоке [3].

Параметры сверхзвукового потока и вторичной струи были выбраны с учетом возможностей аэродинамической трубы ИАДТ-50 в ОИВТ РАН. У свободного потока воздуха: скорость 500 м/с, давление 22 кПа, температура 170 К, пограничный слой ламинарный с толщиной $\delta=0,15D$. Диаметр отверстия инжектора вторичной струи $D=3$ мм. В качестве газа вторичной струи, моделирующего горючее топливо, был взят CO_2 . Массовый расход варьировался от 2 до 6 г/с, таким образом коэффициент динамического напора J составлял от 0,7 до 2.

Локальный импульсный энерговклад моделировался с помощью модификатора, добавляющего в УНС член с объемным тепловыделением в заданном объеме: цилиндре со скругленными торцами длиной 3 мм и радиусом 0,8 мм (цифра 1 на рис. 1). Средняя мощность тепловыделения составляла 500 Вт, но была распределена неравномерно во времени. Частота импульсов энерговыведения варьировалась от 10 до 60 кГц. Длительность каждого импульса составляла 2 мкс.

Была проанализирована роль различных механизмов распространения возмущений от локального импульсного энерговклада. Были выявлены механизмы, которые приводят к изменению формы границы струи и соответствующим изменениям эффективности смешения.

Например, на рис. 1 приведены несколько этапов эволюции локальных характеристик для случая инжекции с коэффициентом динамического напора $J=2$. Отображена разность скоростей в возмущенном и невозмущенном потоке и условная граница вторичной струи. Прослеживаются процессы, приводящие к изменению формы границы струи с ее наветренной стороны и подветренной стороны после одного импульса тепловыделения.

Искривление границы струи с наветренной стороны обусловлено анизотропией скорости распространения ударной волны (цифра 2 на рис. 1) от искрового разряда по среде, в которой уже имеются дозвуковые и сверхзвуковые области, типичные для данной конфигурации течения газов [3].

С подветренной стороны область возмущения достигает границы струи двумя путями. Первый путь – напрямую сквозь струю (цифра 3 на рис. 1). Этот тип возмущения связан непосредственно с распространением ударной волны от искрового разряда. Второй путь – по полуокружности в обход струи, в области дозвукового течения у стенки (цифра 4 на рис. 1). Этот тип возмущения обусловлен расширением области среды, нагретой искровым разрядом. Два зеркально-симметричных потока горячего газа встречаются у подветренной стороны струи, и в месте их встречи возникает новая ударная волна (цифра 5 на рис. 1). Этот тип возмущения достигает подветренной стороны струи быстрее, чем первый. Два типа возмущений приводят к противоположным направлениям прироста скорости около подветренной стороны струи.

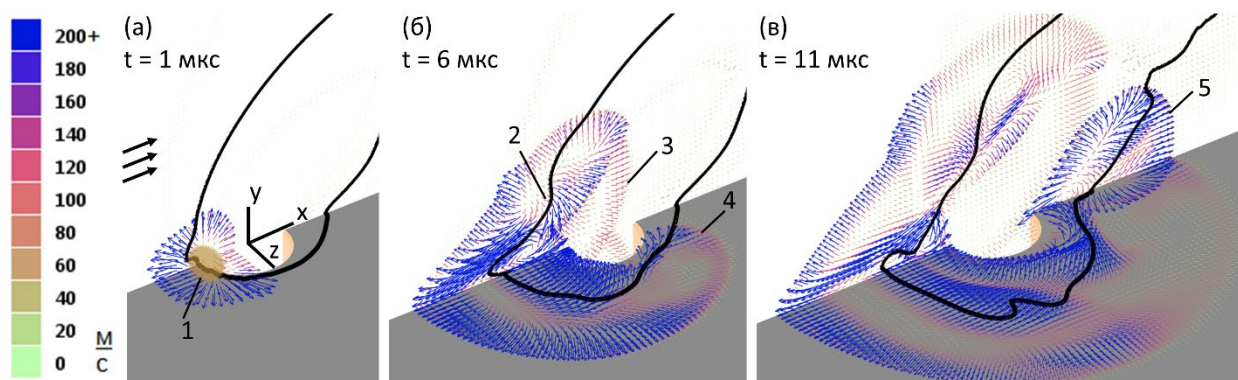


Рис. 1. Распространение области возмущения от одного импульса энерговыведения в плоскостях $Y=0$ и $Z=0$ (плоскость симметрии). Время отсчитывается от начала импульса тепловыведения. Цветными векторами показана разность полей скорости в возмущенной среде (после энерговыведения) и в невозмущенной среде (до энерговыведения). Черной линией обозначена условная граница вторичной струи (по уровню массовой доли газа струи $W=0,5$). Черными стрелками обозначено направление воздуха в свободном сверхзвуковом потоке. $J=2$.

Таким образом, было показано, что один искровой разряд приводит к формированию возмущений как на наветренной, так и на подветренной стороне вторичной струи. Для вышеупомянутых и других механизмов распространения возмущений были найдены их характерные времена.

Для нескольких режимов инжекции с разным J были найдены наиболее оптимальные частоты импульсно-периодического энерговклада, которые приводят к наибольшему значению эффективности смещения η_m при одной и той же средней мощности энерговклада. Пример зависимости η_m в определенной плоскости от частоты импульсного энерговыведения f приведен на рис. 2. График показывает, что, в зависимости от f при фиксированной средней мощности, можно достичь как уменьшения η_m , так и его увеличения (на 19%) по сравнению с η_m в случае отсутствия импульсного энерговклада. Была проанализирована связь оптимальной частоты с характерными временами механизмов распространения возмущений.

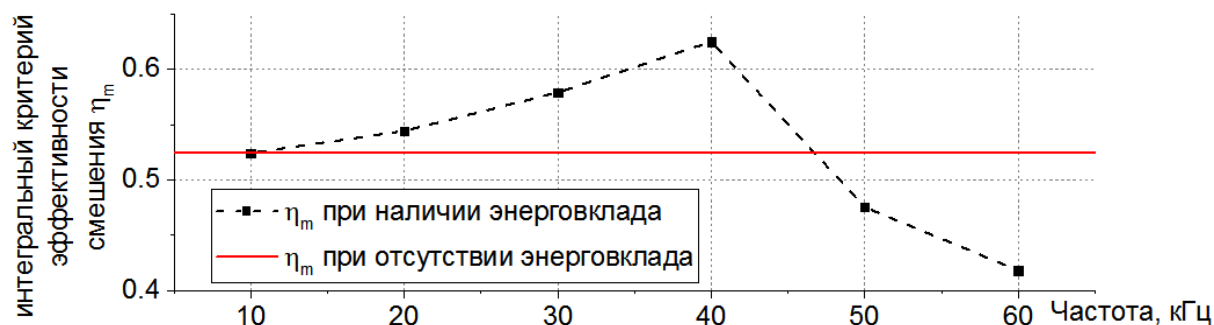


Рис. 2. Осредненное во времени значение интегрального критерия эффективности смещения газов η_m в плоскости $X/D=5$ при нескольких частотах f периодического энерговклада. Средняя мощность энерговклада неизменна. $J=1$.

Результаты моделирования будут учтены при подготовке и проведении натурных экспериментов по воздействию искровых разрядов на вторичную поперечную струю в сверхзвуковом потоке.

Исследование поддержано грантом РФФИ №21-79-10408.

ЛИТЕРАТУРА.

1. Cai Z., Gao F., Wang H., Ma C., Yang T. Numerical Study on Transverse Jet Mixing Enhanced by High Frequency Energy Deposition // *Energies*, 2022, V. 15, I. 21, No. 8264.
2. Dolgov E. V., Firsov A. A. Numerical study of hydrodynamic perturbations caused by filiform spark. discharge near wall // *J. Phys. Conf. Ser.*, 2018, V. 1112, No. 1.
3. Волков Л.С., Фирсов А.А. Моделирование влияния импульсно-периодического нагрева на формирование возмущений на границе поперечной струи в сверхзвуковом потоке // *Компьютерные исследования и моделирование*, 2023, т. 15, № 4, с. 845-860.
4. Жлуктов С.В., Аксенов А.А. Пристеночные функции для высокорейнольдсовых расчетов в программном комплексе FlowVision // *Компьютерные исследования и моделирование*, 2015, т. 7, № 6, с. 1221-1239.

РЕЖИМЫ ТЕПЛОВОЙ КОНВЕКЦИИ ВО ВРАЩАЮЩЕМСЯ ГОРИЗОНТАЛЬНОМ ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ СЛОЕ ЖИДКОСТИ. РОЛЬ ОТНОСИТЕЛЬНОЙ ТОЛЩИНЫ.

А.А. Вяткин, С.А. Петухов

Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, Лаборатория вибрационной гидромеханики, Пермь

Исследованию влияния вращения на тепловую конвекцию посвящено большое количество работ [1]. Значительный интерес как с фундаментальной точки зрения, так и в связи с многочисленными технологическими приложениями представляют задачи с горизонтальным расположением оси вращения. При этом поле силы тяжести совершает осцилляции в системе отчета полости и возмущает поле центробежной силы инерции с частотой вращения. В работах [2,3] показано, что колебания жидкости могут приводить к возбуждению вибрационной тепловой конвекции, структуры которой представляют собой длинноволновые двумерные вихри. В толстых цилиндрических слоях обнаружено возбуждение конвекции до порога проявления термовибрационного механизма [3].

В данной работе исследуется структура тепловой конвекции во вращающемся горизонтальном цилиндрическом слое с применением PIV метода. Рассмотрен случай нагрева слоя изнутри. Относительная толщина слоя варьируется. Показано, что при определенных условиях до порога вибрационной тепловой конвекции возбуждаются нестационарные двумерные вихри. Знак завихренности конвективных валов меняется на противоположный с каждым последующим периодом вращения. Максимальная интенсивность валов достигается на поднимающейся стороне слоя, минимальная – на опускающейся. Показано, что тепловая конвекция вызвана параметрическими колебаниями жидкости. Подробно исследованы структура конвекции и теплоперенос в надкритической области параметров.

Работа поддержана Министерством просвещения РФ (проект KPZU-2023-0002).

ЛИТЕРАТУРА.

1. S. aus der Wiesche, Heat transfer in rotating flows, in: F. Kulacki (Ed.), Handbook of Thermal Science and Engineering, Springer, Cham, 2017, 647-690.
2. A. Vjatkin, R. Siraev, V. Kozlov. Theoretical and Experimental Study of Thermal Convection in Rotating Horizontal Annulus. Microgravity Sci. Technol. 2020. Vol. 32, P. 1133–1145.
3. А.А. Вяткин, В.Г. Козлов, Р.Р. Сираев О конвективной устойчивости жидкости во вращающемся горизонтальном цилиндрическом слое. Изв. РАН. МЖГ, 2017. № 4. С. 73–84.

О ТРЕХ ЗАДАЧАХ ТЕОРИИ СТРУЙ

А.М. Гайфуллин, А.С. Щеглов

Центральный аэрогидродинамический институт им. проф. Н.Е. Жуковского, Жуковский

В докладе будут рассмотрены три задачи, касающиеся теории струй. Первая задача об осесимметричной струе, вытекающей из сопла конечного диаметра с конечной скоростью. Для такой струи известна дальняя асимптотика, полученная в рамках уравнений пограничного слоя [1] и пригодная как для ламинарных, так и для турбулентных струй. В докладе будет показано, что связь этой дальней асимптотики с профилем скорости в начальном сечении струи устанавливается через инвариант, полученный в работе [2].

Вторая задача о ламинарных и турбулентных закрученных осесимметричных струях. Уравнения Навье - Стокса допускают два вида закрученных осесимметричных струй: струю Лойцянского с сохранением момента количества движения в любом поперечном сечении струи [1] и струю Лонга с сохранением циркуляции скорости по большому радиусу в любом поперечном сечении струи [3]. В докладе обсуждается вопрос о возможности создания таких струй и о связи данных решений со скрытыми инвариантами [4]-[6].

Третья задача о характеристиках течения в трехмерных пристенных струях. В отличие от первых двух задач, в которых структура ламинарных и турбулентных струй качественно похожа, структура течения в ламинарных и турбулентных пристенных струях различна. Решение в дальнем поле ламинарной трехмерной пристенной струи выходит на автомодельный режим с показателем автомодельности $4/3$ [7]. Толщина струи вдоль продольной координаты x растет как $x^{4/3}$, продольная скорость затухает как $x^{-5/3}$. Линии тока поперечного течения устроены следующим образом: имеется предельная линия тока (рис.1), которая делит всю область течения на две подобласти. В обеих областях линии тока направлены к предельной линии тока, во внутренней подобласти из-за торможения струи, а во внешней из-за подсасывающего действия струи. Решение в дальнем поле турбулентной струи также выходит на автомодельный режим, при котором и толщина и ширина струи растут как x . Структура течения в турбулентной пристенной струе [8] отличается от ламинарной струи: по краям струи возникают вихри, которые «растягивают» струю (рис. 2). Струя, тормозясь, расплывается по поверхности.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-11-00210, <https://rscf.ru/project/23-11-00210/>.

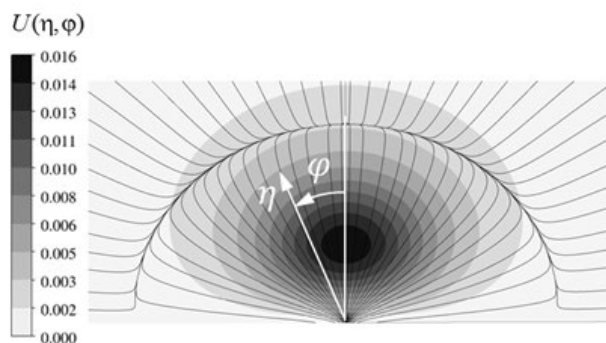


Рис.1. Поле продольной скорости и линии тока поперечного течения ламинарной трехмерной пристенной струи

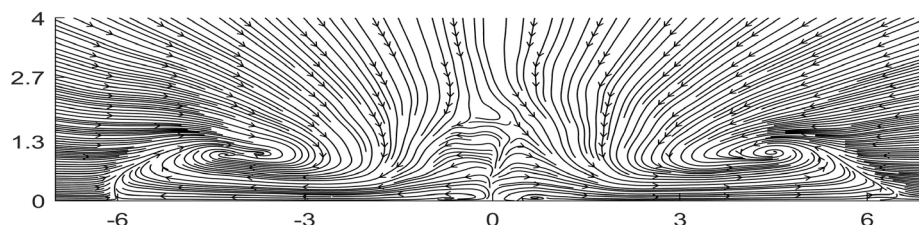


Рис.2. Линии тока поперечного течения турбулентной трехмерной пристенной струи

ЛИТЕРАТУРА.

1. Л.Г. Лойцянский. Распространение закрученной струи в безграничном пространстве, затопленном той же жидкостью. ПММ, 1953, т. 17, № 1, с. 3–16.
2. R. Naz. Conservation laws for laminar axisymmetric jet flows with weak swirl. Applicable Analysis, 2012, 91(5), 1045-1052.
3. R.R. Long. A vortex in an infinite viscous fluid. Journal of Fluid Mechanics, 1961, 11(4), 611–625.
4. М.А. Гольдштик. Вихревые потоки. Новосибирск: Наука, 1981, 367.

5. В.В. Жвик. Инварианты и асимптотики осесимметричных закрученных затопленных струй. ПМТФ, 2020, №2, с. 92-108.
6. А.М. Гайфуллин, В.В. Жвик. Ламинарные затопленные струи несжимаемой жидкости при больших числах Рейнольдса. УФН, 2023, 193, 1214–1226.
7. И.И. Бут, А.М. Гайфуллин, В.В. Жвик. Дальнее поле трехмерной пристенной ламинарной струи. Изв. РАН. МЖГ, 2021, № 6, с. 51 – 61.
8. А.М. Гайфуллин, А.С. Щеглов. Структура течения в трехмерной пристенной турбулентной струе. ПММ, 2023, №2, с. 226-239.

РАЗВИТИЕ ТЕОРИИ УСТОЙЧИВОСТИ МИКРОТЕЧЕНИЙ ЭЛЕКТРОЛИТА ВБЛИЗИ ИОНОСЕЛЕКТИВНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ ВНЕШНЕГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

Г.С. Ганченко, В.С. Шелистов

Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации, Москва

Микротечения электролита, формально являясь ламинарными, обнаруживают довольно сложную динамику, формируемую за счёт взаимодействия электростатических и вязких сил. Неоднородность, возникающая из асимметрии системы или изменения поля, порождает разнообразные режимы течения, наблюдаемые в многочисленных экспериментальных работах. Большинство из этих режимов имеют довольно скудное теоретическое обоснование, связанное со сложностями решения системы уравнений, описывающих динамику электролита. В частности, эта система имеет несколько малых параметров (число Рейнольдса Re ; число Дебая ν , стоящее при старшей производной). Во многих современных теоретических работах до сих пор используются упрощения, в результате которых ряд физических эффектов не может быть описан.

Работа [1] стала первой, в которой динамика электролита была показана прямым расчётом для системы с плоскими катионообменными мембранами. Использованные упрощения сводились к рассмотрению стоксовских течений ($Re=0$) симметричного бинарного электролита под воздействием единственной внешней силы, порождаемой наложенным электрическим полем. Для численного решения использовалась модификация конечноразностного алгоритма, ранее применявшегося для расчёта турбулентных течений. В расчётах удалось качественно воспроизвести все известные особенности поведения бинарного электролита: электроконвективную неустойчивость, вихреобразование, гистерезис вольт-амперной характеристики, регулярные и стохастический режимы течения (последний имеет некоторое сходство с турбулентностью). После некоторой доработки, с помощью этого же алгоритма были получены обобщения этого результата на случай неоднородных и неидеальных плоских мембран, наличия гравитации и тепловыделения [2].

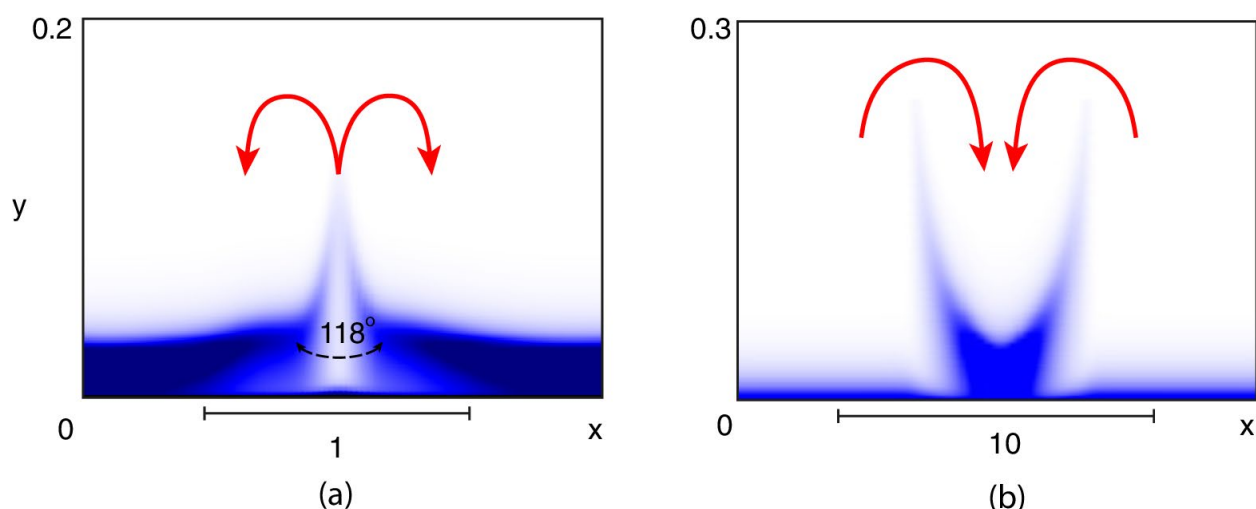


Рис. 1. Когерентные структуры заряда в электролите около ионоselectивной мембраны [2]:
(а) «шип», тепловой конвекции нет; (б) «корона», тепловая конвекция есть

Адаптация разработанного алгоритма к сферической системе координат позволила изучить движение бинарного электролита в окрестности заряженной микрочастицы с ионоselectивной поверхностью – как закреплённой, так и движущейся (электрофорез). В [3] численно подтверждён экспериментально известный факт концентрирования электролита на полюсе частицы. В серии работ [4-6] более детально изучено взаимодействие электролита со сферическими частицами. Авторам удалось, в частности, получить стохастический режим и сравнить условия его возникновения с планарной геометрией. Численные результаты подкреплены асимптотическим анализом, который позволил выполнить прямой расчёт переходных режимов и выделить физические механизмы перестройки течения.

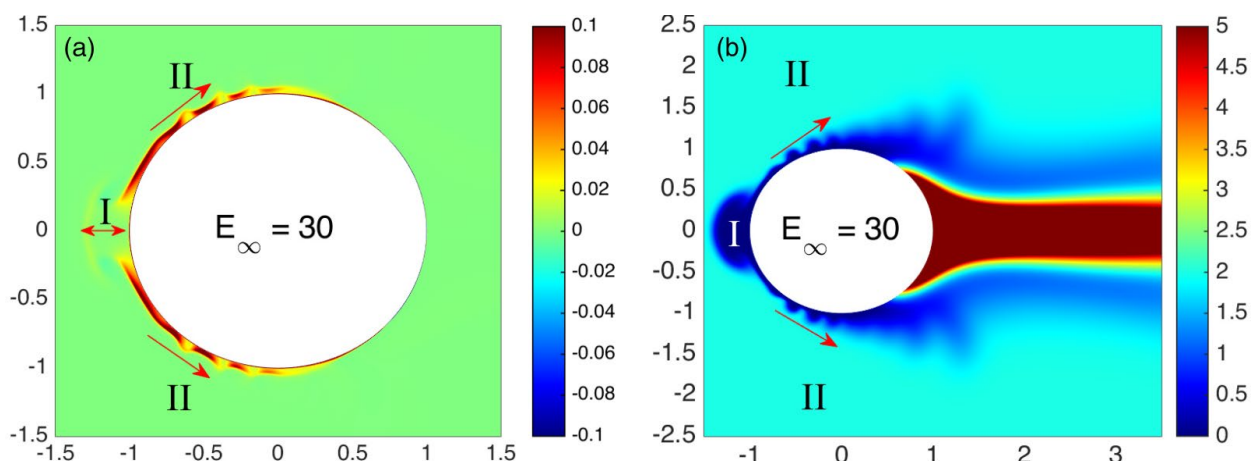


Рис.2. Распределение (а) плотности заряда; (б) концентрации соли около ионоселективной микрочастицы [6]

Предложенная методология исследований, как оказалось, имеет потенциал для дальнейшего обобщения. Так, численный алгоритм легко масштабируется на несимметричный электролит и электролит с произвольным числом ионов. В работе [7] теоретически и экспериментально изучена динамика частного случая тернарного электролита, где один из сортов ионов резко отличается по параметрам от остальных. Такой случай соответствует распространённому на практике раствору буферного электролита с заряженной примесью макромолекул, которую необходимо выделить или отделить [8]. Другое обобщение связано со сменой электрических свойств микрочастицы. Движение идеально проводящей и идеально непроводящей частицы в бинарном электролите, изучаемое коллегами авторов, показывает аналогичные особенности поведения и даёт материал для исследования более сложного случая – движения многослойной частицы. Эта перспективная модель, как ожидается, позволит с хорошей точностью описывать движение биологических объектов относительно простой формы.

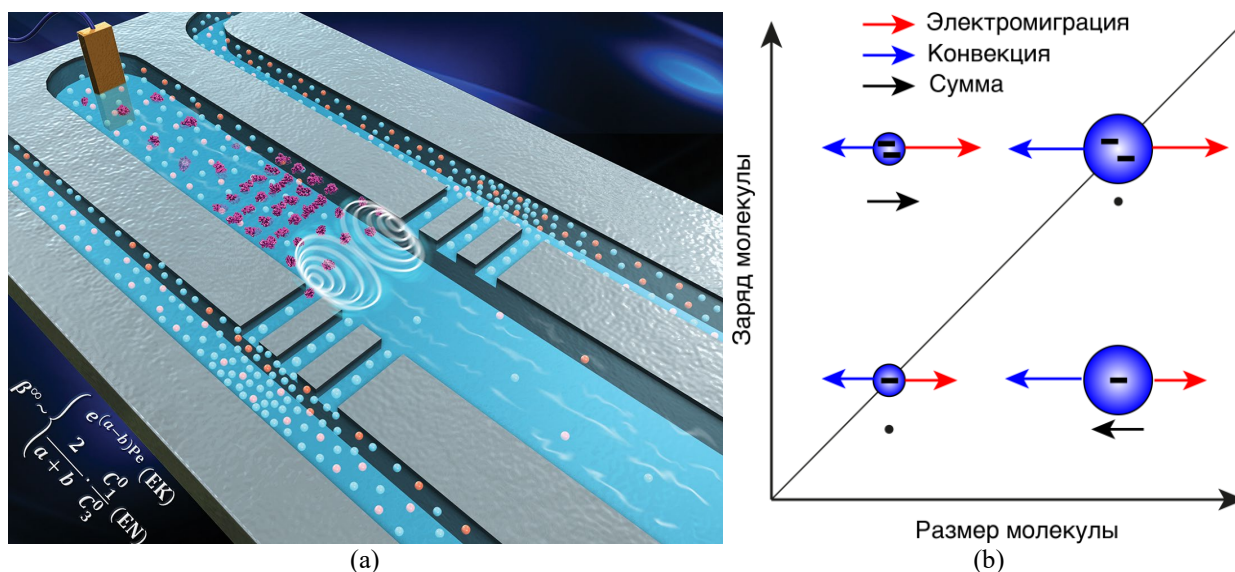


Рис. 3. (а) Иллюстрация микроустройства для концентрирования заряженной примеси [8]; (б) иллюстрация физического механизма концентрирования

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект 22-79-10085).

ЛИТЕРАТУРА.

1. В.С. Шелистов, Н.В. Никитин, Г.С. Ганченко, Е.А. Демёхин. Численное моделирование электрокинетической неустойчивости в полупроницаемых мембранах. Доклады Академии наук, 2011, т.440, №5, с.625-630.
2. E.N. Kalaydin, N.Yu. Ganchenko, G.S. Ganchenko, N.V. Nikitin, E.A. Demekhin. Thermoelectrokinetic instability and salt superconcentration near permselective electric membranes. Physical Review Fluids, 2017, 2, 114201.
3. В.С. Шелистов, Ш.-Ч. Вонг, Е.Н. Калайдин, Г.С. Ганченко, А.С. Куцепалов, Е.А. Демёхин. Бифуркация, приводящая к самофокусировке электрического поля вблизи полюсов проводящей микрогранулы. Доклады Академии наук, 2016, т.468, №5, с.517-520.

4. E.A. Frants, G.S. Ganchenko, V.S. Shelistov, E.A. Demekhin. The movement of an ion-exchange microparticle in a weak external electric field. *Microgravity Science and Technology*, 2018, 30(4), 411-417.
5. E.A. Frants, G.S. Ganchenko, S. Amiroudine, V.S. Shelistov, E.A. Demekhin. Nonequilibrium electrophoresis of an ion-selective microgranule for weak and moderate external electric fields. *Physics of Fluids*, 2018, 30(2), 022001.
6. G.S. Ganchenko, E.A. Frants, V.S. Shelistov, N.V. Nikitin, S. Amiroudine, E.A. Demekhin. Extreme nonequilibrium electrophoresis of an ion-selective microgranule. *Physical Review Fluids*, 2019, 4, 043703.
7. G.S. Ganchenko, M.S. Alekseev, I.A. Moroz, S.A. Mareev, V.S. Shelistov, E.A. Demekhin. Electrokinetic and electroconvective effects in ternary electrolyte near ion-selective microsphere. *Membranes*, 2023, 13(5), 503.
8. W. Ouyang, X. Ye, Z. Li, J. Han. Deciphering ion concentration polarization-based electrokinetic molecular concentration at the micro-nanofluidic interface: theoretical limits and scaling laws. *Nanoscale*, 2018, 10, 15187-15194.

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ МОДАЛЬНОГО И НЕМОДАЛЬНОГО МЕХАНИЗМОВ РОСТА ВОЗМУЩЕНИЙ В ЭКСПЕРИМЕНТАХ С ЗАТОПЛЕННОЙ СТРУЕЙ

Л.Р. Гареев, В.В. Веденеев, О.О. Иванов, В.В. Трифонов
НИИ механики МГУ, Москва

В пристенных течениях, наряду с ростом модальной неустойчивости, имеет место немодальный «lift-up» механизм линейного роста возмущений. Этот механизм вызывает сильное нарастание трехмерных возмущений и приводит к «bypass» сценарию перехода к турбулентности. Кинетическая энергия возмущений при этом увеличивается гораздо быстрее вниз по потоку по сравнению с энергией собственных мод. В неограниченных течениях, таких как затопленные струи, теоретические исследования немодального механизма проводились только в последнее десятилетие [1], а экспериментально этот механизм был впервые обнаружен и изучен в струйном течении в недавней работе авторов [2]. Взаимодействие модального и немодального механизмов также впервые изучено в довольно свежей теоретической работе [3]. В ней показано, что модулирование оптимальными стационарными возмущениями основного течения приводит к уменьшению инкремента нарастания наиболее растущей собственной моды течения.

В данном экспериментальном исследовании рассматривается осесимметричная ламинарная затопленная струя воздуха ($D=0.12$ м, $Re=5400$). Струйное течение имеет длинный ламинарный участок ($5D$ и более) благодаря специальному формирующему устройству [4]. Предыдущие эксперименты показали, что при помощи тонкого осциллирующего кольца можно усилить рост гармонических возмущений, развивающихся по модальному закону, а немодальный механизм роста возмущений можно инициировать при помощи специальных тонких волнистых конструкций (дефлекторов) с разными азимутальными волновыми числами n и амплитудами вносимого возмущения ε . Такие дефлекторы создают возмущения схожие с теми, что наблюдаются в пристенных течениях при высоком уровне входной турбулентности: продольные вихревые структуры нарастают вниз по потоку и турбулизуют струйное течение отличным от модального механизма Кельвина-Гельмгольца способом. Влияние таких стационарных возмущений на естественные возмущения изучалось как при усилении модальных возмущений осциллирующим тонким металлическим кольцом, так и без него.

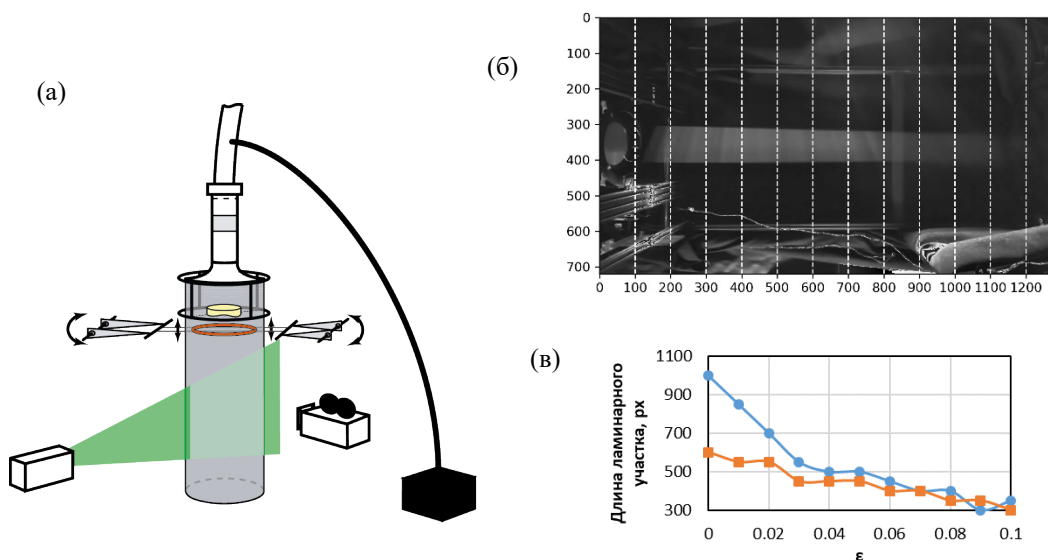


Схема экспериментальной установки для визуализации течения с установленным в него дефлектором и кольцом (а), пример покадрово осредненной картины течения (б), зависимость длины ламинарного участка от амплитуды дефлектора ε (в): с установленным в течение колеблющимся кольцом (оранжевые квадраты) и без него (синие кружки).

Была проведена визуализация течения на четырех режимах вносимых возмущений: без внесения возмущений, внесение гармонических возмущений осциллирующим кольцом (с частотой 5Гц), внесение только стационарного возмущения дефлектором и одновременное внесение стационарного и гармонического возмущений. Проведена оценка зависимости длины ламинарного участка от типа вносимого возмущения. Обработка записей визуализации показала, что без вносимых возмущений течение имеет ламинарный участок, превышающий 7 диаметров выходного сечения; при внесении дефлекторов с ε от 0.01 до 0.1 длина ламинарного участка сокращается монотонно до 3 диаметров. При проведении аналогичных экспериментов, но с дополнительно внесенным колеблющимся кольцом ожидаемого увеличения ламинарного участка, вследствие взаимодействия двух линейных механизмов, не обнаружено. Длина ламинарного участка без дефлекторов при внесении периодических возмущений кольцом сокращается до 4 диаметров.

Аналогичная длина была получена при внесении колеблющегося кольца и дефлекторов малой амплитуды (до 0.04). При дальнейшем увеличении амплитуды дефлекторов происходит снижение длины ламинарного участка так же, как и без колебаний кольца.

Затем была проведена серия термоанемометрических измерений с использованием трехкоординатного перемещающего устройства для тех же четырех режимов внесения возмущений (использовался дефлектор с $n=3$ и $\varepsilon=0.05$). Были зафиксированы поля мгновенной и средней скорости (время записи и, соответственно, усреднения $T=3\text{с}$) в поперечных сечениях на расстояниях $L/D=0.5, 1 \dots 3.5, 4$. Из полученных рядов мгновенной скорости фильтровалась частота, соответствующая наибольшему росту собственных мод (5Гц), и вычислялась кинетическая энергия рассматриваемого возмущения для каждого сечения. Таким образом, получалась зависимость кинетической энергии собственной моды от расстояния вниз по потоку. Результаты указывают на отсутствие влияния двух механизмов друг на друга. Для двух пар экспериментов с усилением гармонических возмущений колеблющимся кольцом и без усиления наблюдается одинаковая картина: кинетическая энергия модального возмущения нарастает вниз по потоку по схожему экспоненциальному закону и достигает одинакового уровня к расстоянию $4D$ вниз по потоку как с установленным в поток дефлектором, так и без него.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 20-19-00404.

ЛИТЕРАТУРА.

1. S.A. Boronin, J.J. Healey, S.S. Sazhin. Non-modal stability of round viscous jets. *Journal of Fluid Mech.* 2013. V. 716. P. 96–119.
2. Д.А. Ашуров, В.В. Веденеев, Л.Р. Гареев, О.О. Иванов. Экспериментальное изучение немодального механизма роста возмущений в ламинарной затопленной струе. Доклады Российской академии наук. Физика, технические науки. 2023. Т. 509. № 1. С. 28-38.
3. C. Wang, L. Lesshafft, A.V. Cavalieri, P. Jordan. The effect of streaks on the instability of jets. *Journal of Fluid Mechanics.* 2021. V. 910. A14.
4. Julia Zayko, Sergey Teplovodskii, Anastasia Chicherina, Vasily Vedeneev, Alexander Reshmin. Formation of free round jets with long laminar regions at large Reynolds numbers. *Physics of Fluids.* 2018. V. 30 (4). 043603.

О КОНКУРЕНЦИИ МОД ТЕЧЕНИЯ БЛИЖНЕГО СЛЕДА ОТ ПАРЫ ЦИЛИНДРОВ

Г.В. Гембаржевский, К.Ю. Осипенко
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва

След цилиндров представляет теоретический интерес, как характерный, при этом сравнительно простой случай турбулентного течения. В то же время следовые течения широко распространены в технике, реализуются в трубных теплообменниках, химических, ядерных реакторах, в гражданском, промышленном строительстве. Соответственно, раздел гидродинамики «следовые течения» широко представлен в литературе как экспериментальными, так и расчетными, теоретическими работами. Подобные течения принято рассчитывать в рамках уравнений Навье-Стокса или их обобщений. Однако, ввиду трудоемкости таких расчетов, усугубляющейся с ростом числа Рейнольдса течения, здесь могут быть полезны простые (маломерные) модели следа, скажем для получения качественной картины того или иного (комплексного) явления, для решения задачи в первом приближении. Для ближних следовых течений фундаментальную роль в физике наблюдаемых явлений (в вариации сил, приложенных к цилиндру, коэффициентов переноса в ближнем следе) играет крупномасштабная структура ближнего следа – «шахматная» вихревая дорожка [1]. Динамику этой структуры отражает простейшая одномерная модель дорожки Кармана - модель Ландау-Стюарта следа от уединенного цилиндра. Она имеет экспериментальное и теоретическое обоснование [2, 3] и широко применяется, например, при расчетах нестационарных силовых нагрузок на цилиндрические тела, помещенные в поток жидкости или газа.

В технике широко распространен случай обтекания группы цилиндрических тел (теплообменники, реакторы), поэтому желательно иметь аналог модели Ландау-Стюарта для комплексного следа от группы цилиндров. Для построения модели комплексного следа от группы не слишком близко расположенных цилиндров естественно воспользоваться теорией возмущений, и рассматривать комплексный след как несколько (по числу порождающих цилиндров) дорожек Кармана, существенно взаимодействующих в области их формирования (вблизи цилиндров). Ниже рассматриваем простейший случай двух одинаковых цилиндров, расположенных в плоскости перпендикулярной направлению набегающего потока жидкости. Как и при построении модели Ландау-Стюарта для следа от одного цилиндра, считается, что осцилляции в различных точках одной дорожки Кармана приблизительно когерентны, но различаются по амплитуде и фазе колебаний, так, что вся дорожка за порождающим ее цилиндром моделируется уравнением одного осциллятора Ландау-Стюарта для управляющего параметра этой дорожки (модель одномерная) [4]. Упомянутая когерентность в ламинарном ближнем следе соблюдается точно только после выхода на стационар $t \rightarrow \infty$. Для случая двух порождающих цилиндров записываем два связанных (возмущенных, модифицированных) уравнения осцилляторов Ландау-Стюарта для двух комплексных, учитывающих фазу осцилляций, управляющих параметров (a и b) двух осцилляторов-дорожек Кармана [5].

$$\frac{da}{dt} - a \left\{ i\omega_0 + \varepsilon_{LS} \left[\lambda + \Lambda \operatorname{Re} \lambda - (\mu - i l \operatorname{Im} \mu) \left(\frac{\operatorname{Re} \lambda}{\operatorname{Re} \mu} \right) |a|^2 - (\operatorname{Re} \lambda) \Lambda |b|^4 - l (\operatorname{Re} \lambda) a \bar{b} \right] \right\} = St_a \quad (1)$$

$$\frac{db}{dt} - b \left\{ i\omega_0 + \varepsilon_{LS} \left[\lambda + \Lambda \operatorname{Re} \lambda - (\mu - i l \operatorname{Im} \mu) \left(\frac{\operatorname{Re} \lambda}{\operatorname{Re} \mu} \right) |b|^2 - (\operatorname{Re} \lambda) \Lambda |a|^4 - l (\operatorname{Re} \lambda) b \bar{a} \right] \right\} = St_b \quad (2)$$

Уравнения (1), (2) приведены в форме принятой в [3]. В эксперименте управляющие параметры дорожек отождествляется, с точностью до мультипликативной константы, с поперечной составляющей скорости течения в характерной точке соответствующей дорожки (точке на ее оси, то есть там, где среднее значение поперечной скорости нулевое). Удаление этой точки вниз по потоку от порождающего цилиндра целесообразно выбрать равным $x/D \approx 5$, поскольку в этом случае коэффициенты уравнений Ландау-Стюарта наиболее консервативны [4]. Черта над символом управляющего параметра в уравнениях обозначает комплексное сопряжение. Переменное t в уравнениях (1), (2) это время, обезразмеренное по невозмущенной скорости течения и диаметру цилиндров $t = t_{phys} U_\infty / D$. Уравнения (1), (2) содержат параметры модели Ландау-Стюарта для следа одиночного цилиндра. Во-первых, это безразмерная частота установившихся колебаний на пороге бифуркации Ландау-Хопфа (при числе Рейнольдса $R_{cr} = 46$ [3]) к осциллирующему течению $\omega_0 = 2\pi Sh_1 = 0,74$, где $Sh_1 = f_{L-H} D / U_\infty$ - соответствующее число Струхала. Во-вторых, малый параметр $\varepsilon_{LS} = (1/R_{cr}) - (1/R)$, определяющий малую скорость эволюции следа в масштабе периода базовых осцилляций. В-третьих, два комплексных параметра λ_{LS} и μ_{LS} модели Ландау-Стюарта, фактически определяющих, совместно с ε_{LS} , динамику классического осциллятора Ландау-Стюарта. В работе [3]

приведены выражения λ_{LS} и μ_{LS} через квадратуры от установившегося решения соответствующей краевой задачи для уравнений Навье-Стокса.

Для учета взаимодействия дорожек Кармана в стандартные уравнения модели Ландау-Стюарта [3] введены возмущающие члены, пропорциональные действительным параметрам l и Λ . Параметр l характеризует интенсивность взаимодействия дорожек Кармана, зависящую от относительной фазы осцилляций в дорожках Кармана, а параметр Λ - интенсивность фазонезависимого взаимодействия дорожек. Естественно ожидать, что оба этих параметра являются монотонно убывающими функциями расстояния между осями цилиндров. Зависимость возмущающих членов уравнений от определяющих параметров дорожек Кармана выбрана нелинейной, поскольку известно, что простейшая – линейная форма дополнительных членов в уравнениях модели Ландау-Стюарта не приводит к полностью удовлетворительным результатам моделирования комплексного следа [6]. В пользу нелинейности возмущающих членов свидетельствует квадратичная нелинейность основополагающих уравнений Навье-Стокса. Для случая турбулентного следа уравнения модели дополнительно содержат в правой части стохастизирующие члены St - аналог сил Ланжевена. Это – некоторые случайные функции времени, моделирующие воздействие высокочастотных мод течения на основную – низкочастотную моду осцилляций дорожки К, а также и влияние турбулентности набегающего потока. В соответствии с [3], без ограничения общности, можно считать, что $\text{Re } \lambda_{LS} = \text{Re } \mu_{LS}$, так чтобы управляющие параметры дорожек Кармана удовлетворяли естественной нормировке $|a| = |b| = 1$ для случая установившегося следа от уединенных цилиндров: $\Lambda = l = 0$.

Для анализа систему комплексных уравнений модели (1), (2) удобно привести к системе четырех уравнений для действительных амплитуд r, ρ и фаз φ, ψ осцилляций в двух дорожках К согласно преобразованию переменных

$$a = r \exp i(\omega_0 t + \varphi)$$

$$b = \rho \exp i(\omega_0 t + \psi)$$

Ввиду медленности эволюции дорожек Кармана целесообразно использовать далее “медленное” время $\tau = (2\varepsilon_{LS} \text{Re } \lambda_{LS})t$, а также интенсивности $x = r^2$, $y = \rho^2$ и разность фаз $P = \varphi - \psi$ осцилляций в двух осцилляторах - дорожках Кармана (по образцу [5]). В результате проведенных преобразований имеем систему четырех действительных уравнений модели:

$$\frac{dx}{d\tau} - x[1 + \Lambda - x - \Lambda y^2 - l\sqrt{xy} \cos P] = St_x \quad (3)$$

$$\frac{dy}{d\tau} - y[1 + \Lambda - y - \Lambda x^2 - l\sqrt{xy} \cos P] = St_y \quad (4)$$

$$\frac{d\varphi}{d\tau} - k[(1-l)x - 1] + \frac{l}{2}\sqrt{xy} \sin P = St_\varphi \quad (5)$$

$$\frac{d\psi}{d\tau} - k[(1-l)y - 1] - \frac{l}{2}\sqrt{xy} \sin P = St_\psi \quad (6)$$

В уравнениях (5), (6) введен коэффициент $k = -\text{Im } \mu_{LS} / 2 \text{Re } \mu_{LS}$.

В модели (3)-(6) просматривается отделяющаяся система из трех «ведущих» уравнений (3), (4) и (7) для интенсивностей x, y и относительной фазы P колебаний в двух дорожках К, составляющих комплексный след.

$$\frac{dP}{d\tau} - k(1-l)(x-y) + l\sqrt{xy} \sin P = St_\varphi - St_\psi \quad (7)$$

Разрешив эту систему трех уравнений, можно восстановить полное решение согласно уравнениям (5) и (6). Как модель (3)-(6), так и ведущая система уравнений (3), (4), (7) содержит всего три (действительных) параметра: k , Λ и l , причем первый из них - наследован от модели Ландау-Стюарта для следа от одиночного цилиндра. Соответственно, для его оценки можно использовать результаты расчета следа от одиночного цилиндра (вблизи порога бифуркации $R \approx R_{cr}$), согласно которому $k = 1.64$ по [3], или $k = -c/2 \approx 1.35$, где $c \approx -2,7$ - «постоянная Ландау» для характерной точки дорожки Кармана $x/D \approx 5$ по [4].

Первая задача при анализе модели следа это определение набора реализуемых глобальных мод течения. Глобальные квазиламинарные моды находим как линейно-устойчивые точки покоя или квазипериодические решения уравнений модели (3)-(7) при нулевых правых частях $St = 0$. Получаем набор из трех мод, это:

Первая симметричная мода, в форме одинаковых синфазно-синхронизованных парциальных дорожек К. Конфигурация моды I следующая:

$$x = y = \left[\sqrt{(1+l)^2 + 4\Lambda(1+\Lambda)} - (1+l) \right] / 2\Lambda, \quad P = 0 \quad (8)$$

Она существует и линейно устойчива при произвольной интенсивности взаимодействия $\Lambda > 0$ и при $l > 0$, но вне клина $\Lambda > 0.5$, $|l| < 2\Lambda^2 + 2\Lambda - 1.5$

Вторая симметричная мода, в форме одинаковых противофазно синхронизованных дорожек Кармана, с конфигурацией

$$x = y = \left[\sqrt{(1-l)^2 + 4\Lambda(1+\Lambda)} - (1-l) \right] / 2\Lambda, \quad P = \pi \quad (9)$$

Эта мода существует при произвольной интенсивности взаимодействия $\Lambda > 0$, но при $l < 0$ и также вне клина $\Lambda > 0.5$, $|l| < 2\Lambda^2 + 2\Lambda - 1.5$.

Третья асимметричная квазипериодическая мода имеет примерную конфигурацию

$$x \approx \left[1 + \sqrt{4\Lambda(1+\Lambda) - 3} \right] / 2\Lambda, \quad y \approx \left[1 - \sqrt{4\Lambda(1+\Lambda) - 3} \right] / 2\Lambda \quad (10)$$

Она существует на следующем интервале интенсивности взаимодействия парциальных дорожек Кармана (то есть только при достаточном сближении цилиндров $L/D < 2 - 2.5$):

$$0.5 < \Lambda < 0.5(\sqrt{5} - 1) \quad (11)$$

Область существования третьей моды также ограничена и по параметру l [5], но это ограничение не существенно (слабое). Третья мода вне треугольника параметров $0.5 < \Lambda < 0.5(\sqrt{5} - 1)$; $|l| < 2\Lambda(1+\Lambda) - 1.5$ перемежается с модой I при $l > 0$, или с модой II при $l < 0$, а внутри этого треугольника глобально устойчива.

При дальнейшем повышении интенсивности взаимодействия дорожек $\Lambda > 0.5(\sqrt{5} - 1)$, модель теряет корректность, ввиду предсказания для этой области параметров модели не наблюдавшейся моды IV в форме невозмущенной дорожки Кармана от одного из цилиндров при полном подавлении дорожки от второго цилиндра. Кроме того, при весьма малых значениях параметра k дополнительно обнаруживается мода V в виде различающихся по интенсивности, но синхронизованных дорожек Кармана. При $l < 0$ для этого требуется выполнение неравенства $k < 1/4\sqrt{2}$, что не согласуется с приведенными выше оценками параметра k .

Набор трех расчетных глобальных мод I-III точно соответствует экспериментально наблюдаемым трем огрубленным модам следа [7-9]. При этом, в случае достаточно широко разнесенных цилиндров $L/D > 2 - 2.5$, в эксперименте наблюдается перемежающееся течение по модам I и II, при этом № II - преимущественно реализуемая мода, согласно [8]. Соответственно этому случаю ($L/D > 2 - 2.5$), в модели при сравнительно слабом взаимодействии дорожек Кармана (при $0 < \Lambda < 0.5$) воспроизводится одномодовое течение по моде II при надлежащем выборе зависимости $l = l(\Lambda)$. Далее, при сближении цилиндров до расстояния $L/D = 2 - 2.5$ (в зависимости от числа Рейнольдса течения) в эксперименте визуализируется бифуркация от течения по моде II к перемежающемуся по модам II и III следу [7,8]. Эта бифуркация полностью воспроизводится в рамках модели при критическом значении параметра $\Lambda \approx 0.5$.

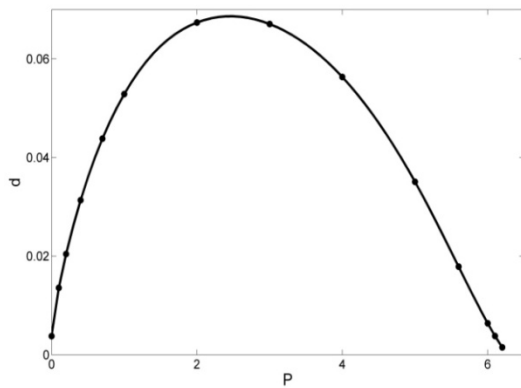
Следующим шагом в валидации модели служит сравнение расчетных и экспериментальных собственных частот осцилляций по модам следа при изменении расстояния между цилиндрами. При расчете частот следует конкретизировать зависимость $l = l(\Lambda)$. Подходящим выбором будет траектория, лежащая чуть ниже верхней границы области существования моды II, например:

$$l = -\alpha\Lambda^4, \quad \text{для } 0 < \Lambda < 0,5 \quad (12)$$

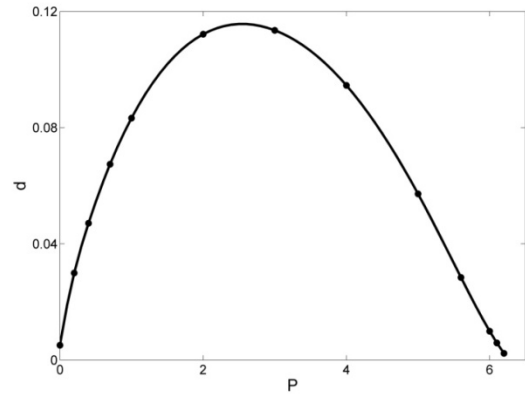
$$l = -2\Lambda(1 + \Lambda) + 1,5 - \alpha\Lambda^4, \quad \text{для } 0,5 < \Lambda < 0,5(\sqrt{5} - 1), \quad 0 < \alpha < 1$$

При таком (12) выборе траектории изменения параметров частота осцилляций по моде II будет примерно постоянной во всем допустимом интервале изменения параметра взаимодействия $0 < \Lambda < 0,5(\sqrt{5} - 1)$, что полностью соответствует экспериментальным измерениям [7, 8]. Этот диапазон примерно соответствует расстояниям между осями цилиндров $L/D > 1,5$, где экспериментаторы наблюдают две дорожки Кармана в комплексном следе. При значении $\Lambda \approx 0,5$ наблюдается бифуркация к перемежающемуся течению мод II/III, причем ветви двух частот осцилляций по моде III непрерывно ответвляются от ветви моды II (в область более высоких и более низких частот). Соответственно, расчетное распределение частот осцилляций по модам следа, в зависимости от интенсивности взаимодействия дорожек Кармана (расстояния между цилиндрами) также удастся согласовать с экспериментальными данными [7, 8].

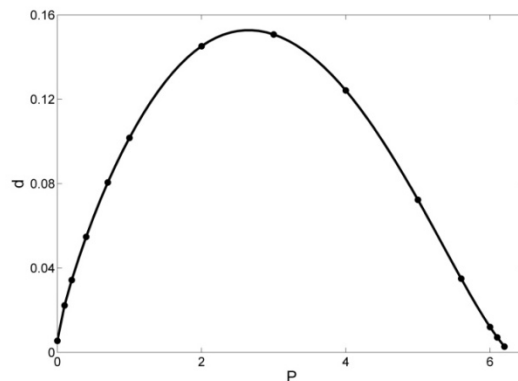
Определенный интерес представляет информация об областях притяжения мод II, III в конфигурационном пространстве модели. В соответствии с числом ведущих уравнений это пространство можно считать трехмерным. Для наглядности представления удобно перейти к переменным $s = x + y$; $d = x - y$; P . Ниже приведены графики границы между областями притяжения мод II и III в сечениях $s = \text{const}$ для характерной точки параметров модели $\Lambda = 0,6$; $l = -0,5$; $k = 1,5$:



$s=0,8$



$s=1,7$



$s=3,0$

Согласно приведенным данным область притяжения моды II гораздо меньше области притяжения моды III. Из этого наблюдения следует вывод, что в рамках модели вероятность реализации моды II существенно меньше вероятности осуществления моды III в турбулентном перемежающемся течении (по крайней мере, в некоторой окрестности рассмотренной точки). Этот вывод соответствует экспериментальным наблюдениям [8].

В целом, выводы модели выдерживают сопоставление с экспериментальными данными для случая не слишком тесного расположения цилиндров $L/D > 1,5$. Уместно отметить, что в предыдущих вариантах развиваемой модели комплексного следа [10-12] не удавалось согласовать расчетное и экспериментальное распределение частот осцилляций в следе в сравнительно широком диапазоне изменения расстояния между осями цилиндров L/D .

Работа выполнена с использованием средств государственного бюджета по госзаданию № 123021700057-0.

ЛИТЕРАТУРА.

1. С.В. Гувернюк, Я.А. Дынников, Г.Я. Дынникова, Т.В. Малахова. Вклад силы присоединенных масс в формирование пропульсивной силы машущего профиля в вязкой жидкости. Изв. РАН. МЖГ, 2022, № 5, с. 3-12.
2. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Гидродинамика. М.: Наука, 1986, 733 с.
3. D. Sipp, A. Lebedev. Global stability of base and mean flows: a general approach and its applications to cylinder and open cavity flows. J. Fluid Mech., 2007, V. 593, P. 333-358.
4. M.C. Thompson, P. Le Gal. The Stuart-Landau model applied to wake transition revisited. Europ. J. Mech. B/Fluids, 2004, V. 23, P. 219-228.
5. Г.В. Гембаржевский, К.Ю. Осипенко. Моделирование основных характеристик ближнего следа от пары цилиндров, расположенных бок о бок, не слишком близко. Изв. РАН. МЖГ, 2023, № 6, с. 32-37.
6. I. Peschard, P. Le Gal. Coupled wakes of cylinders. Phys. Rev. Lett., 1996, V. 77, № 15, P. 3122-3125.
7. D. Sumner. Two circular cylinders in cross-flow: A review. J. Fluids Struct., 2010, V. 26, P. 849-899.
8. Md.M. Alam, M. Moriya, H. Sakamoto. Aerodynamic characteristics of two side-by-side circular cylinders and application of wavelet analysis on the switching phenomenon. J. Fluids Struct., 2003, V. 18, P. 325-346.
9. D. Sumner, H.K. Reitenbach. Wake interference effects for two finite cylinders: A brief review and some new measurements. J. Fluids Struct., 2019, V. 89, P. 25-39.
10. Г.В. Гембаржевский, А.К. Леднев, К.Ю. Осипенко. Моделирование эволюции плазменного следа пары цилиндров под действием электрического разряда. Письма в ЖТФ, 2015, Т. 41, № 23, с. 40-48.
11. Г.В. Гембаржевский, А.К. Леднев, К.Ю. Осипенко. Развитие простой модели следа от пары цилиндров: двухчастотная мода течения. ТВТ, 2019, Т. 57, № 1, с. 121-126.
12. Г.В. Гембаржевский, К.Ю. Осипенко. Интерпретация и механизм перестройки течения ближнего следа под действием тлеющего разряда. Изв. РАН. МЖГ, 2022, № 1, с. 14-31.

ПРИМЕНЕНИЕ ГЛОБАЛЬНОГО АНАЛИЗА УСТОЙЧИВОСТИ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ВЛИЯНИЯ НЕРЕГУЛЯРНОСТЕЙ НА ПОЛОЖЕНИЕ ЛАМИНАРНО-ТУРБУЛЕНТНОГО ПЕРЕХОДА, ВЫЗЫВАЕМОГО ВОЛНАМИ ТОЛЛМИНА-ШЛИХТИНГА

В.Д. Голубков, К.В. Беляев, А.В. Гарбарук, М.Х. Стрелец

Лаборатория «Вычислительная гидроаэроакустика и турбулентность», Санкт-Петербургский Политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург

Введение

Разработка надежных методов предсказания положения ламинарно-турбулентного перехода (ЛТП) имеет большое значение для многих ключевых отраслей промышленности (гражданская авиация, турбомашин, ветроэнергетика и т.д.), поскольку аэродинамические силы сильно зависят от протяженности ламинарного участка пограничного слоя. Например, в задачах внешней аэродинамики это напрямую влияет на вязкое сопротивление самолетов и наземных транспортных средств и, следовательно, на расход топлива [1,2]. При низких уровнях свободной турбулентности, характерных для задач внешнего обтекания, имеет место так называемый естественный тип ЛТП [3], в котором основную роль играет формирование и развитие волн Толлмина-Шлихтинга (ТШ) [4]. Как показано в многочисленных исследованиях, положение перехода, вызываемого волнами ТШ в присоединенных пограничных слоях на плоских и криволинейных гладких поверхностях, можно надежно предсказать с помощью классического анализа устойчивости в одномерном приближении (уравнение Орра-Зоммерфельда) и его усовершенствованных версий, таких как локально-параллельный подход или метод, базирующийся на параболизированных уравнениях устойчивости Навье-Стокса (НС) (см., например, [5,6] и обзорную статью [7]). Однако для течения вокруг реальных аэродинамических поверхностей, которые неизбежно имеют различные технологические неровности, вызывающие отрыв и образование локальных рециркуляционных зон, предположение о медленном изменении параметров потока в направлении его течения, на котором основаны эти подходы, не является верным. Следовательно, для прогнозирования ЛТП в таких потоках должны применяться более общие подходы, основанные, как минимум, на двумерном Глобальном Анализе Устойчивости (ГАУ) [8], т.е. на анализе линейной устойчивости стационарных решений полных двумерных уравнений Навье-Стокса.

Первые попытки применения ГАУ к расчету эволюции волн ТШ были предприняты для пограничного слоя с нулевым градиентом давления (см., например, [9,10]). Они оказались весьма обнадеживающими, и в дальнейшем широкие возможности этого подхода были продемонстрированы для более сложных течений, например, пограничных слоев с градиентом давления (пограничный слой Фолкнера-Скэн [11]), осесимметричного пограничного слоя ([12]) и пограничных слоев с неоднородностями поверхности [13–15]. В результате основные методологические вопросы, связанные с расчетом процесса эволюции волн ТШ в пристенных течениях с использованием ГАУ стационарных решений уравнений НС в настоящее время в значительной степени решены. Более того, в недавней работе авторов [16] предложена процедура обработки "сырых" результатов ГАУ (пар комплексных собственных значений $\omega_r + i\omega_i$ и собственных векторов возмущений, соответствующих различным модам ТШ-волн), позволяющая извлечь огибающую показателей роста амплитуд волн ТШ $N(x)$. Данная методика была валидирована путем сравнения рассчитанного с ее помощью распределения $N(x)$ для гладкой плоской пластины и аналогичного распределения, предсказанного с использованием уравнения Орра-Зоммерфельда. Это позволяет применить методику [16] для оценки влияния локальных неоднородностей поверхности на ЛТП, вызванный развитием волн ТШ, что и является целью настоящего исследования.

Эта статья организована следующим образом.

В разделе 1 представлен краткий обзор методологии ГАУ и вычислительных средств, использованных в настоящем исследовании. В разделе 2 описаны рассматриваемые течения (характеристики набегающего потока и параметры неоднородностей), а также постановки соответствующих вычислительных задач. После этого в разделе 3 представлены основные результаты проведенного параметрического численного исследования, иллюстрирующие влияние неоднородностей на положение ЛТП, и проведено сравнение этих результатов с имеющимися экспериментальными данными для подтверждения их достоверности. Далее, в разделе 4, приведено сравнение результатов ГАУ и так называемого метода переменного N-фактора и в Заключение сформулированы основные результаты исследования.

1. Вычислительная методика ГАУ

1.1. Общая формулировка методики ГАУ

Методика ГАУ включает в себя три этапа, а именно: 1) численное решение стационарных сжимаемых уравнений НС (получение «базового» решения), 2) проведение ГАУ «базового» решения, т.е. решение соответствующей задачи на собственные значения, что позволяет найти скорости роста и частоты отдельных мод, соответствующих волнам ТШ (действительные и мнимые части собственных значений, ω_r и ω_i , соответственно) и пространственные распределения их амплитуд, представленные собственными векторами, и 3) обработку этих "сырых" результатов ГАУ, направленную на извлечение огибающей показателей роста амплитуд бегущих волн ТШ.

Для расчета базового течения используется разработанный в СПбПУ вычислительный код NTS [17,18]. Это конечно-объемный код, использующий перекрывающиеся структурированные многоблочные сетки тип «Химера», предназначенный для решения как нестационарных, так и стационарных несжимаемых и сжимаемых уравнений НС. Он успешно применяется уже более 25 лет в многочисленных отечественных и международных проектах (см., например, [19–21]), что подтверждает его высокую надежность. В сжимаемой ветви кода, использованной в настоящем исследовании, для пространственной аппроксимации невязких потоков применяется противопоточная схема Роу третьего порядка [22], а вязкие потоки аппроксимируются с помощью центрально-разностной схемы второго порядка. Для ускорения сходимости к стационарному решению шаг интегрирования по “псевдовремени” (релаксационный параметр) Δt определяется локально по заданному значению числа Куранта CFL и минимальному локальному шагу пространственной расчетной сетки, ограниченному снизу задаваемой величиной $h_{\min}$: $\Delta t = CFL(\Delta/U_{\infty})$, $\Delta = \max\{\min[\Delta x, \Delta y, \Delta z], h_{\min}\}$. Сходимость к стационарному решению достигается за счет возможности проведения расчетов с большим числом Куранта при неявной схеме интегрирования по времени, а также за счет использования селективного частотного демпфирования нестационарности (SFD) [23].

ГАУ проводится с помощью комплекса программ, первоначально разработанного для предсказания характеристик трансзвукового бафтинга [24] и адаптированного к анализу устойчивости пограничного слоя в [16]. При этом вычисление якобиана уравнений Навье-Стокса производится с использованием дискретного подхода [25] и процедуры автоматического дифференцирования, реализованной в открытой библиотеке ADF95 [26]. Для решения задачи на собственные значения, которая является ключевым элементом ГАУ, используется метод Крылова-Шура [27,28], предназначенный для решения задач на собственные значения с разреженными неэрмитовыми матрицами большого размера, к классу которых относится и рассматриваемая матрица. Этот метод, реализованный в открытой библиотеке SPEPC/PETSc [29], позволяет получить заданное число наибольших по модулю собственных значений и соответствующие им собственные векторы. Однако, учитывая, что в рамках ГАУ наибольший интерес представляют собственные значения с наибольшей действительной частью (эти моды соответствуют наиболее неустойчивым волнам ТШ), исходный дискретный аналог матрицы Якобиана предварительно преобразуется с помощью метода "shift-invert approach", реализованного в библиотеке ARPACK [30].

Наконец, как уже упоминалось во введении, для обработки полученных таким образом "сырых" результатов ГАУ разработана специальная процедура, представленная в [16]. Ниже кратко описан основной алгоритм этой процедуры.

1.2. Процедура обработки результатов ГАУ

Целью этой обработки является извлечение из исходных результатов ГАУ огибающей показателей роста амплитуд волн ТШ $N(x)$. В данной работе обработка проводилась для компоненты собственного вектора, соответствующей возмущениям поперечной скорости (предварительные расчеты показали, что зависимость $N(x)$ от конкретного выбора компоненты собственного вектора является незначительной). Процедура обработки состоит из следующих шагов.

Во-первых, поля амплитуды возмущений поперечной скорости $\hat{v}$, полученные с помощью ГАУ для всех волн ТШ, фильтруются от низкочастотного и высокочастотного шума, который затрудняет идентификацию волн ТШ и расчет их амплитуды. Низкочастотная фильтрация основана на фильтре Колмогорова-Зурбенко [31], заключающемся в многократном осреднении исходных полей по соседним точкам в продольном направлении x :

$$\hat{v}^1(x_p, y) = \frac{1}{(2m+1)} \sum_{i=-m}^m \hat{v}(x_{p+i}, y), \quad \hat{v}^k(x_p, y) = \frac{1}{(2m+1)} \sum_{i=-m}^m \hat{v}^{k-1}(x_{p+i}, y), \quad k = 2, 3, \dots, K, \quad (1)$$

где p - номер текущей точки, m - количество учитываемых соседних точек, K - количество циклов фильтрации.

Расчеты, проведенные при различных значениях параметров m и K в (1), показали, что их оптимальные значения составляют 12 и 15 соответственно.

Затем к полученным таким образом полям $\hat{v}^K(x_p, y)$ применяется высокочастотный фильтр (дифференцирование четвертого порядка):

$$\hat{v}_f(x_p, y) = -\hat{v}^K(x_{p-3}, y) + 12\hat{v}^K(x_{p-2}, y) - 39\hat{v}^K(x_{p-1}, y) + 56\hat{v}^K(x_p, y) - 39\hat{v}^K(x_{p+1}, y) + 12\hat{v}^K(x_{p+2}, y) - \hat{v}^K(x_{p+3}, y) \quad (2)$$

После этого по отфильтрованным полям $\hat{v}_f(x, y)$ (2) находится локальная амплитуда $A(x)$ волн ТШ в пограничном слое и их локальная длина:

$$A(x) = \max_y(|\hat{v}_f(x, y)|), \quad (3)$$

$$\lambda(x_{l+1/2}) = x_{\hat{v}_{\max}^{l+1}} - x_{\hat{v}_{\max}^l}, \quad x_{l+1/2} = 0.5(x_{\hat{v}_{\max}^{l+1}} + x_{\hat{v}_{\max}^l}), \quad (4)$$

где $x_{\hat{v}_{\max}^j}$ - координата локального максимума функции $\hat{v}_f[x, y_{\max}(x)]$, а $y_{\max}(x)$ - нормальная к стене координата, при которой достигается локальный максимум (3).

После вычисления длины волны $\lambda(x)$ для всех мод, соответствующих волнам ТШ, можно найти зависимость частоты возмущений ω_i от волнового числа $\alpha = 2\pi/\lambda$, что, в свою очередь, позволяет вычислить групповую скорость волн ТШ по формуле:

$$U_g = \frac{d\omega_i}{d\alpha} \quad (5)$$

После этого определяются продольные распределения нормализованной амплитуды бегущих волн ТШ с учетом их затухания во времени $B(x)$ и соответствующие показатели роста амплитуды $N_\omega(x)$ для каждой моды:

$$\frac{B(x)}{B_{\max}} = \frac{A(x)}{A_{\max}} \exp(\omega_r(x - x_{\max}) / U_g) \quad (6)$$

$$N_\omega(x) = \ln(B(x) / B_{\min}) \quad (7)$$

где $x_{\max}$ – продольная координата максимума амплитуды $A(x)$, $A_{\max}$ – соответствующей этой точке максимум амплитуды волны ТШ, $B_{\min}$, $B_{\max}$ – минимум и максимум амплитуды бегущей волны в рассматриваемом диапазоне x соответственно.

Наконец, на основе распределений N-факторов для всех мод волн ТШ можно определить огибающую показателей роста $N(x)$:

$$N(x) = \max_{\omega} (N_\omega(x)) \quad (8)$$

Пример определенной таким образом огибающей $N(x)$ для пограничного слоя Блазиуса на плоской пластине приведен на рис. 1

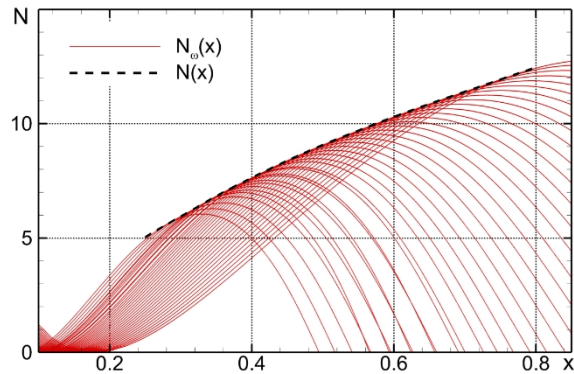


Рис 1. Пример продольного распределения показателей роста амплитуд отдельных волн ТШ $N_\omega(x)$ (сплошные линии) и их огибающая $N(x)$ (пунктирная линия) в пограничном слое на плоской пластине.

2. Постановка задачи

Рассматривается пограничный слой на плоской пластине при числе Маха $M_\infty=0.05$ и числе Рейнольдса $Re_0=L_0 U_\infty/\nu=6 \cdot 10^6$, где L_0 – длина пластины.

Рассматриваются две формы неоднородностей поверхности, расположенных на этой пластине, а именно обратные и прямые уступы (BFS и FFS, соответственно) высотой h , которые схематически показаны на рис. 2.

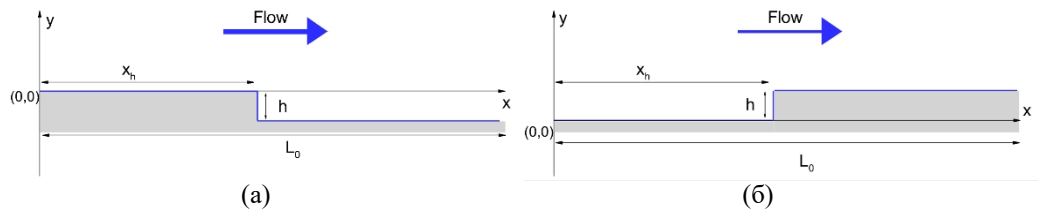


Рис 2. Схематические изображения рассматриваемых неоднородностей (а): BFS; (б): FFS

Расчеты были выполнены для двух положений уступов x_h , соответствующих числам Рейнольдса $Re_{x_h} = x_h U_\infty / \nu = 1.2 \cdot 10^6$ и $1.5 \cdot 10^6$, при которых безразмерные значения толщины вытеснения пограничного слоя δ^*/L_0 равны $3.13 \cdot 10^{-4}$ и $3.5 \cdot 10^{-4}$, соответственно, и для пяти значений высот уступов, нормированных на локальное значение δ^* : $h/\delta^* = 0.25, 0.5, 0.75, 1.0$ и 1.25 .

Расчетная область, использованная для вычислений базового течения, показана на рис. 3 сплошными линиями. Для исключения влияния граничных условий, задаваемых на входной границе расчетной области, в нее включена область невязкого потока протяженностью $0.1L_0$, где при $y=0$ задается условие проскальзывания (симметрии). Таким образом, общая длина расчетной области составляет $1.1L_0$. Размер

расчетной области в нормальном к стенке направлении задается равным $0.1L_0$, что соответствует примерно 40 толщинам пограничного слоя на выходной границе области для всех рассмотренных случаев.

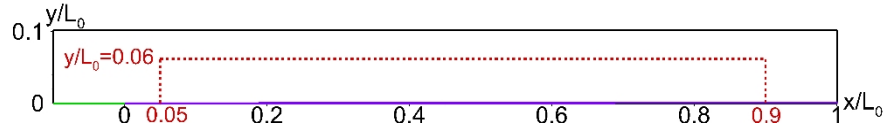


Рис. 3. Расчетные области, использованные для получения базового течения (сплошные линии) и ГАУ (пунктирные линии), $x = 0$ соответствует передней кромке пластины.

Для базового течения при $x \geq 0$, $y = 0$ ставятся условия прилипания и адиабатической стенки: $u = v = 0$, $\partial T / \partial y = \partial P / \partial y = 0$.

На входной границе ($x/L_0 = -0.1$) задаются компоненты скорости и температура свободного потока ($u = U_\infty$, $v = 0$, и $T = T_\infty$), давление экстраполируется из внутренних точек расчетной области, на выходной границе ($x/L_0 = 1$) задается постоянное давление, остальные переменные экстраполируются из внутренних точек.

На верхней границе ($y/L_0 = 0.1$) граничное условие зависит от знака поперечной компоненты скорости v на этой границе. Если $v < 0$, то в соответствующей точке используется такое же граничное условие, как для входной границы, в другом случае ($v > 0$) – как для выходной.

Как видно на рис. 3, расчетная область ГАУ, показанная пунктирными линиями, уменьшена по сравнению с той, которая использовалась для расчетов базового течения. Положения свободных границ этой области определялись исходя из следующих соображений. Во-первых, при рассматриваемом числе Рейнольдса $Re_0 = 6 \cdot 10^6$, согласно теории одномерной устойчивости, эта область охватывает всю область роста амплитуд волн ТШ для пограничного слоя на плоской пластине в достаточно широком диапазоне частот: $40 \geq F_i \geq 20$ (F_i - частота, нормированная по вязкому масштабу времени, $F_i = 10^6 \omega_i / (U_\infty^2 / \nu)$). Во-вторых, уменьшение области позволяет устранить потенциальное негативное влияние на результаты ГАУ незначительных численных ошибок, связанных с использованием приближенных граничных условий на свободных границах при расчете базового течения, описанных выше.

Что касается граничных условий для возмущений на свободных границах, то они были выбраны на основе предварительного ГАУ пограничного слоя на плоской пластине, проведенного с использованием классических условий Робина [32] и однородных условий Дирихле. Полученные результаты оказались очень близки друг к другу и к результатам одномерного анализа устойчивости. По этой причине во всех расчетах ГАУ использовались гораздо более простые условия Дирихле, эти результаты и представлены в следующем разделе.

Граничные условия для возмущений на твердых стенках непосредственно следуют из условий прилипания и адиабатичности, используемых для расчетов базового течения: $u' = v' = 0$, $\partial T' / \partial y = \partial P' / \partial y = 0$.

Одинаковые расчетные сетки использовались как для получения базового течения, так и для проведения ГАУ. Примеры расчетных сеток приведены на рис.4.

Они сгущены в направлении по нормали к стенке и в направлении по потоку вблизи передней кромки пластины и мест расположения уступов. За пределами этих областей сетки однородны и имеют шаги $\Delta x / L_0 = 10^{-4}$ и $\Delta y / L_0 = 2.5 \cdot 10^{-4}$. В результате общее количество ячеек сетки для рассматриваемых течений варьирует от 1,7 до 3,5 млн. Эти сетки не только обеспечивают сеточно независимое решение для базового течения, но и обеспечивают точное разрешение (не менее 80 ячеек на длину волны) волн ТШ в рассматриваемом диапазоне частот ($40 \geq F_i \geq 20$).

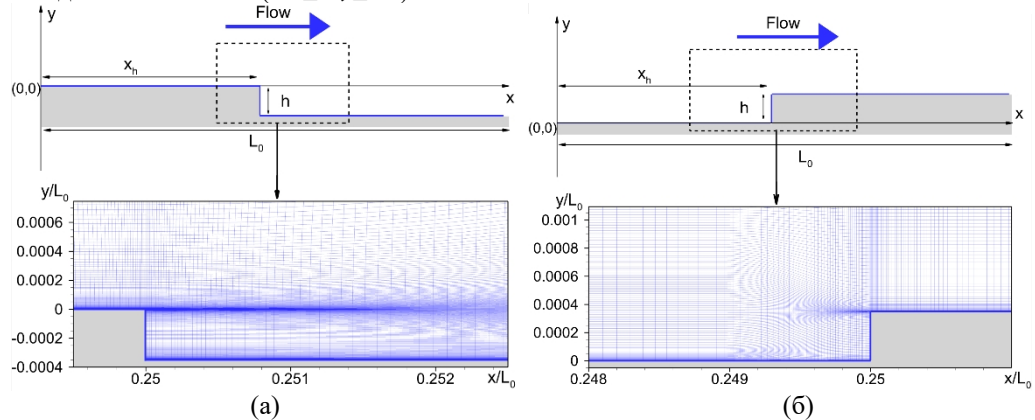


Рис. 4. Увеличенные фрагменты расчетных сеток для BFS (а) и FFS (б) при $Re_{xh} = 1.5 \cdot 10^6$ и $h/\delta^* = 1.0$

3. Результаты расчетов

На рисунке 5, где изображены линии тока базовых течений для BFS и FFS различной высоты, показана хорошо известная тенденция к росту отрывных зон с увеличением высоты обоих уступов, а также появление второй отрывной зоны ниже по потоку за высокими прямыми уступами.

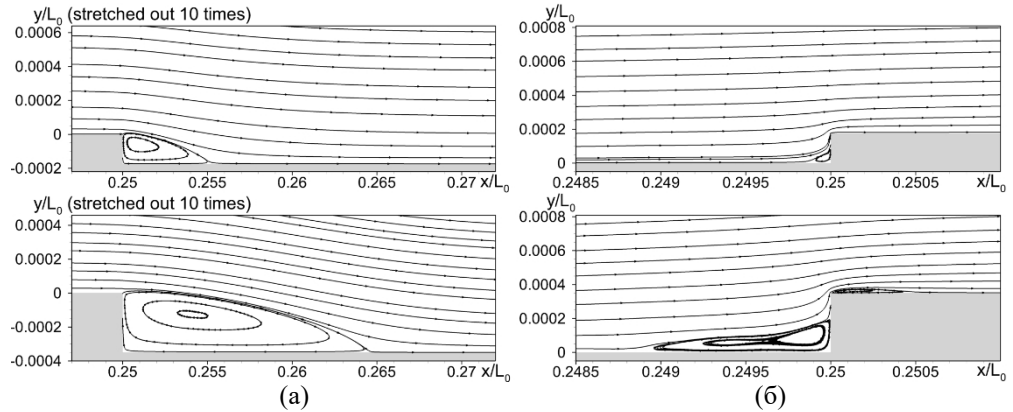


Рис. 5. Линии тока в окрестности уступов для BFS (а) и FFS (б) высотой $h/\delta^* = 0.5$ (верхние рамки) и 1.0 (нижние рамки), расположенные при $Re_{xh} = 1.5 \cdot 10^6$ ($\delta^*/L_0 = 3.5 \cdot 10^{-4}$)

На рис. 6-8 представлены обработанные результаты ГАУ для всех рассмотренных течений.

В частности, на рис.6 представлены продольные распределения огибающих показателей роста амплитуд возмущений волн ТШ $N(x)$ вместе с аналогичной огибающей для плоской пластины (черная линия на рисунке). Этот рисунок дает четкое представление о влиянии уступов на развитие волн ТШ и в целом согласуется с тенденцией к сдвигу вверх кривой $N(x)$ с увеличением высоты уступов, которая наблюдается во многих экспериментальных исследованиях (см., например, [33]). Однако для малых высот FFS (с $h/\delta^* < \sim 0.5$) ГАУ предсказывает небольшой сдвиг кривой $N(x)$ вниз относительно гладкой пластины или, другими словами, стабилизирует течение. Этот эффект также наблюдался в некоторых численных исследованиях, например, [34]. Наконец, из рисунка следует, что распределения $N(x)$ зависят не только от формы уступа (BFS или FFS) и высоты h/δ^* , но и от его положения, т.е. от величины Re_{xh} , хотя изменение этого параметра в расчетах относительно невелико (около 25%).

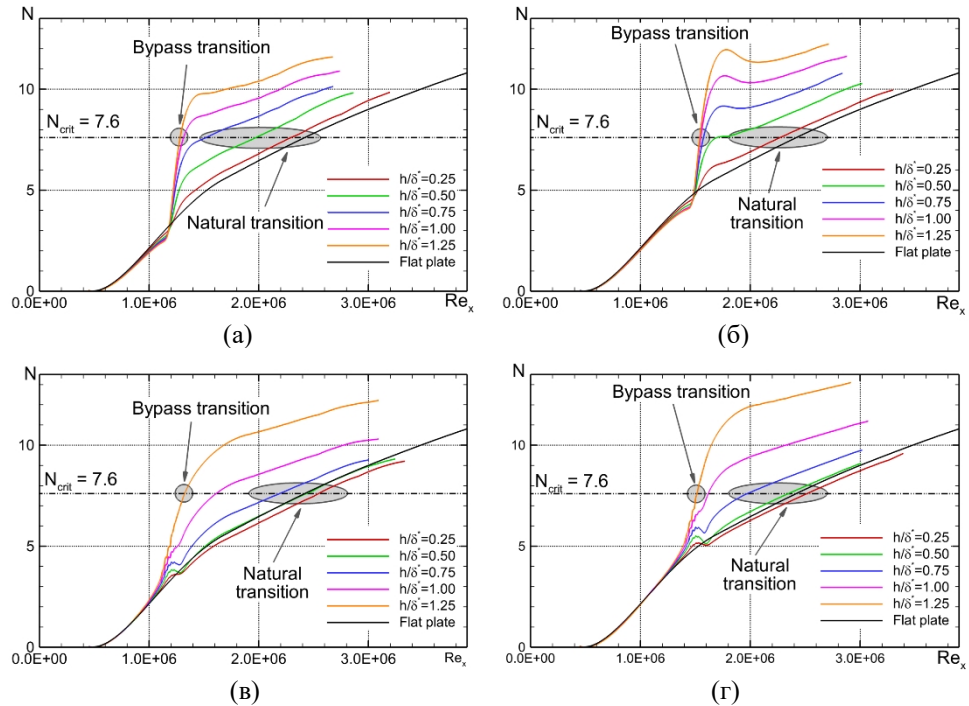


Рис. 6. Влияние h/δ^* на огибающую показателей роста амплитуд волн ТШ $N(x)$, вычисленной по результатам ГАУ, для BFS (а, б) и FFS (в, г), расположенных в $Re_{xh} = 1.2 \cdot 10^6$ (а, в) и $Re_{xh} = 1.5 \cdot 10^6$ (б, г).

Учитывая, что критическое значение величины N , приводящее к ЛТП на гладкой пластине, N_{crit} , известно, и предполагая, что оно такое же для пластины с уступами, распределения $N(x)$, показанные на рис. 6, позволяют найти соответствующие положения ЛТП для BFS и FFS.

На рисунке 7 представлены зависимости $Re_{xt} = U_{\infty} x_{tr}/\nu$ от безразмерной высоты уступа h/δ^* , определенные в предположении, что $N_{crit} = 7.6$ (это значение обеспечивает совпадение положения ЛТП, предсказанного ГАУ, с положением, измеренным в [35] для гладкой пластины, и показано пунктирными горизонтальными линиями на рис. 6). На рисунке отчетливо видна тенденция к уменьшению координаты ЛТП (сдвиг перехода вверх по течению) с увеличением h/δ^* для BFS и ее немонотонное поведение с локальным максимумом при $h/\delta^* \approx 0.25$ для FFS (последний эффект наблюдался также в прямом численном моделировании [34] и в анализе линейной устойчивости в локально-параллельном приближении [36]).

Сравнение полученных таким образом Re_{xt} для различных безразмерных высот уступов h/δ^* с экспериментальными данными [35], также представленными на рис. 7, позволяет сделать следующие выводы.

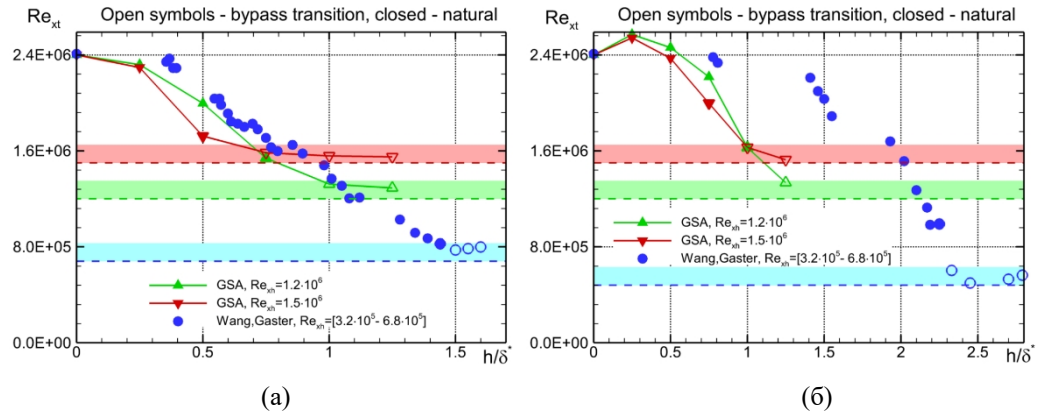


Рис. 7. Влияние h/δ^* на Re_{xt} для BFS (а) и FFS (б). Кривые с символами: результаты ГАУ при $Re_{xh} = 1.2 \cdot 10^6$ и $Re_{xh} = 1.5 \cdot 10^6$; символы: экспериментальные данные из [35]; цветные полосы соответствуют точкам, относящимся к байпасному ЛТП при различных Re_{xh} .

Во-первых, результаты ГАУ, полученные при $Re_{xh} = 1.2 \cdot 10^6$, лучше согласуются с экспериментальными данными, чем при $Re_{xh} = 1.5 \cdot 10^6$, что не удивительно, поскольку первое значение ближе к экспериментальному ($3.2 \cdot 10^5 - 6.8 \cdot 10^5$). Во-вторых, достаточно хорошее согласие этих результатов с экспериментом наблюдается только при относительно небольших высотах уступов ($h/\delta^* < 1$ для BFS и $h/\delta^* < 0.7$ для FFS), а при дальнейшем увеличении высоты расхождение резко возрастает. Причину этого эффекта объясняет рис. 8, на котором показана зависимость пороговых значений h_{bypass}/δ^* , при которых положения ЛТП, обусловленные ростом волн ТШ, оказываются в непосредственной близости к уступам, т.е. тип перехода меняется на «байпасный» [15,37]. Как видно из рисунка, эти пороговые значения зависят как от формы уступа (они в 1.5-2.0 раза больше для FFS, что согласуется с известным фактом более слабого влияния FFS на ЛТП), так и от ее положения Re_{xh} , причем уменьшение последнего приводит к значительному росту h_{bypass}/δ^* . Следовательно, упомянутое выше расхождение между результатами ГАУ и экспериментальными данными при относительно больших h/δ^* напрямую связано с меньшим значением Re_{xh} . Дополнительным аргументом в пользу этого вывода является тот факт, что расчетные и экспериментальные точки h_{bypass}/δ^* , построенные на рис. 8 как функция Re_{xh} , лежат на одних и тех же, почти прямых, линиях.

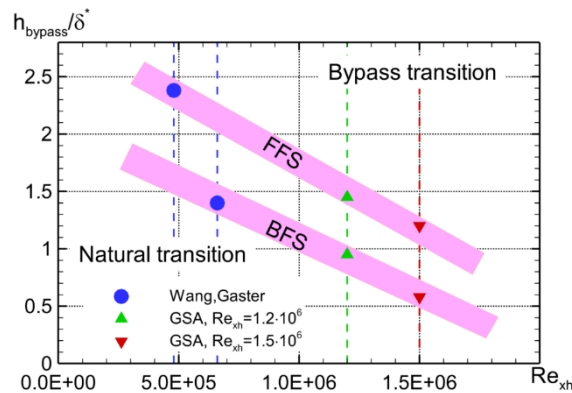


Рис. 8. Зависимость порогового значения h_{bypass}/δ^* , относящегося к изменению типа перехода от естественного к байпасному, от числа Рейнольдса положения уступа на пластине. Вертикальные пунктирные линии соответствуют положениям уступов в ГАУ и эксперименте.

4. Сравнение с методом переменного N-фактора

Этот метод, берущий начало в пионерских работах [38,39], получил дальнейшее развитие во многих последующих исследованиях (см., например, [33,40,41]). Идея метода заключается в том, чтобы связать сдвиг положения ЛТП, вызванный неоднородностью поверхности, с уменьшением критического значения N-фактора перехода ΔN :

$$\Delta N = N_{crit}^{plate} - N_{crit}^{step}, \quad (8)$$

где N_{crit}^{plate} и N_{crit}^{step} это значения N на кривой $N(x)$ для гладкой пластины относящиеся к положению перехода на гладкой пластине и пластине с неоднородностью соответственно. Это иллюстрирует рис.9а, из которого видно, что в методе переменного N-фактора ΔN определяется на основе измеренных значений положений ЛТП ($x_{tr, plate}^{exp}$ и $x_{tr, step}^{exp}$) и кривой огибающей показателей роста амплитуд возмущений для гладкой пластины. В отличие от этого, в рамках ГАУ (см. рис. 9б), т. е. при наличии огибающих показателей роста амплитуд возмущений как для гладкой пластины, так и для пластины с неоднородностями (например, уступами), единственным входным параметром, необходимым для вычисления ΔN , является N_{crit}^{plate} (напомним, что в рамках ГАУ значения $x_{tr, step}^{GSA}$ и, следовательно, ΔN находятся в предположении, что критическое значение показателя роста амплитуд возмущений, соответствующее ЛТП на пластине со уступом, остаются такими же, как и на гладкой пластине). Таким образом, учитывая, что зависимость N_{crit}^{plate} от уровня турбулентности свободного потока может быть легко оценена с разумной точностью с помощью, например, формулы Мака [42], подход ГАУ можно считать самодостаточным.

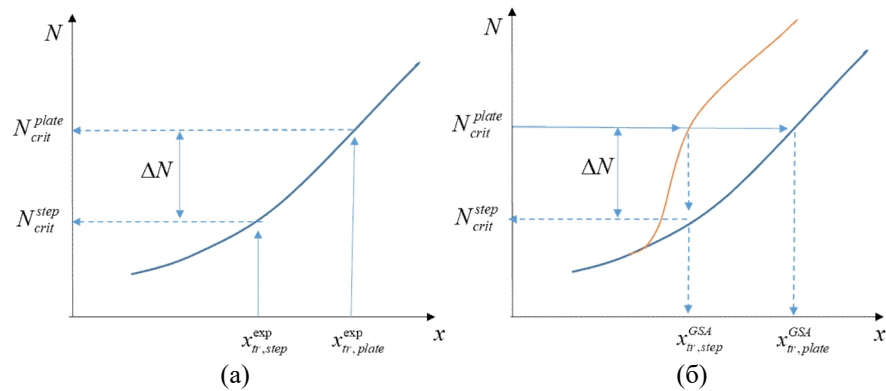


Рис. 9. Схемы, иллюстрирующие определение величины ΔN по методу переменного N-фактора (а) и на основе ГАУ (б)

Метод переменного N-фактора базируется на том, что, согласно упомянутым выше и некоторым другим исследованиям, экспериментальные данные по снижению критического значения N-фактора ΔN , измеренные при различных условиях течения, примерно аппроксимируются одной кривой, если их построить как функцию соответствующим образом выбранных безразмерных геометрических параметров (для BFS и FFS, рассматриваемых в настоящей работе, таким параметром является h/δ^*). Это позволяет легко построить соответствующие эмпирические корреляции, что дает простой инженерный инструмент для оценки влияния неоднородностей поверхности на положение ЛТП. Имея такую корреляцию и предполагая, что ΔN не зависит от конкретного значения параметра N_{crit}^{plate} , что оправдано, если кривые $N(x)$ для гладкой пластины и пластины со уступами почти параллельны, положение ЛТП можно рассчитать с помощью соотношения $N_{crit}^{step} = N_{crit}^{plate} - \Delta N$, которое следует из (8), и кривой $N(x)$ для гладкой пластины.

На рис. 10 приведено сравнение зависимости ΔN от h/δ^* , полученного из результатов метода ГАУ, с экспериментальными данными [35,43], свидетельствующее об их хорошем согласовании при $h/\delta^* < h_{bypass}/\delta^*$, т.е. для ЛТП, вызванного ростом волн ТШ.

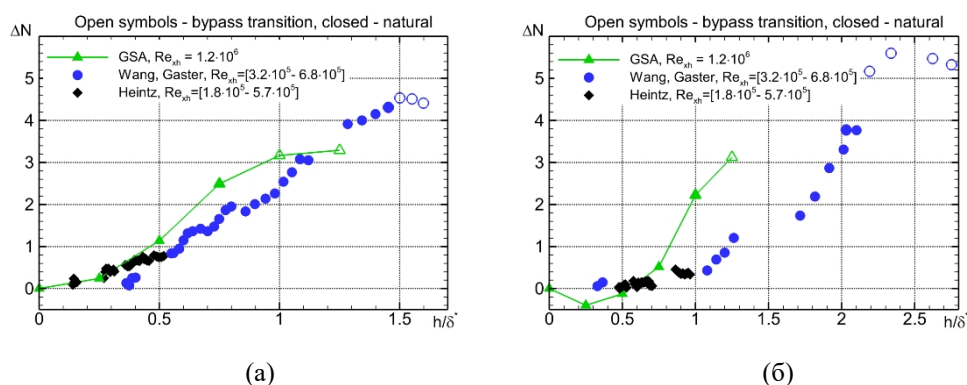


Рис. 10. Сравнение зависимостей ΔN от h/δ^* для BFS (а) и FFS (б). Кривые с символами: результаты ГАУ при $Re_{xh} = 1.2 \cdot 10^6$ и $Re_{xh} = 1.5 \cdot 10^6$; символы: экспериментальные данные ([35,43])

Заключение

На основе Глобального Анализа Устойчивости разработана методика оценки влияния двумерных неоднородностей поверхности, расположенных на гладкой пластине, на положение естественного ЛТП, вызванного неустойчивостью волн Толлмина-Шлихтинга. Основным результатом этой методики являются кривые огибающей показателей роста амплитуд возмущений $N(x)$, которые позволяют непосредственно предсказывать положение ЛТП с неоднородностями и без них, базируясь только на известном критическом значении N -фактора.

Разработанный метод был применен для расчета положения ЛТП на пластине при наличии прямых и обратных уступов. Сравнение результатов, полученных с использованием разработанного метода, с экспериментальными данными как по положению ЛТП, так и в терминах метода переменного N -фактора, свидетельствует о том, что в расчете отражены все тенденции по влиянию уступов на ЛТП, наблюдаемые в экспериментах. Рассчитанные положения ЛТП количественно хорошо согласуются с измеренными в диапазоне безразмерных высот уступов h/δ^* , которые приводят к ЛТП, обусловленным ростом волн Толлмина-Шлихтинга. Кроме того, процедура, основанная на ГАУ, позволяет получить пороговые значения h/δ^* , соответствующие изменению типа перехода с естественного на байпасный, в зависимости от числа Рейнольдса, построенного по координате положения уступа в потоке.

Литература

1. Crouch J. Boundary-Layer Transition Prediction for Laminar Flow Control (Invited) // 45th AIAA Fluid Dynamics Conference. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2015.
2. Malik M.R. et al. Application of Drag Reduction Techniques to Transport Aircraft // Encyclopedia of Aerospace Engineering. 2015. P. 1–10.
3. Schlichting H., Gersten K. Boundary-layer theory. 9th ed. Springer, 2016.
4. Boiko A.V. et al. Physics of transitional shear flows: instability and laminar–turbulent transition in incompressible near-wall shear layers. Springer Science & Business Media, 2011. Vol. 98.
5. Herbert T. PARABOLIZED STABILITY EQUATIONS // Annu. Rev. Fluid Mech. 1997. Vol. 29, № 1. P. 245–283.
6. Herbert T., Bertolotti F.P. Stability analysis of nonparallel boundary layers // Bull Am Phys Soc. 1987. Vol. 32, № 2079. P. 590.
7. Reed H.L., Saric W.S., Arnal D. Linear Stability Theory Applied to Boundary Layers // Annu. Rev. Fluid Mech. 1996. Vol. 28, № 1. P. 389–428.
8. Theofilis V. Global Linear Instability // Annu. Rev. Fluid Mech. 2011. Vol. 43, № 1. P. 319–352.
9. Åkervik E. et al. Global two-dimensional stability measures of the flat plate boundary-layer flow // Eur. J. Mech.-BFluids. Elsevier, 2008. Vol. 27, № 5. P. 501–513.
10. Ehrenstein U., Gallaire F. On two-dimensional temporal modes in spatially evolving open flows: the flat-plate boundary layer // J. Fluid Mech. Cambridge University Press, 2005. Vol. 536. P. 209–218.
11. Bhoraniya R., Narayanan V. Global Stability Analysis of Spatially Developing Boundary Layer: Effect of Streamwise Pressure Gradients // Fluid Dyn. 2019. Vol. 54, № 6. P. 821–834.
12. Bhoraniya R., Narayanan V. Global stability analysis of the axisymmetric boundary layer: Effect of axisymmetric forebody shapes on the helical global modes // Pramana. 2021. Vol. 95, № 3. P. 109.
13. Garicano-Mena J. et al. A stability analysis of the compressible boundary layer flow over indented surfaces // Comput. Fluids. Elsevier, 2018. Vol. 160. P. 14–25.
14. Kuester M.S. Growth of Tollmien-Schlichting Waves over Three-Dimensional Roughness // AIAA Scitech 2020 Forum. Orlando, FL: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2020.
15. Mathias M., Medeiros M.F. Global instability analysis of a boundary layer flow over a small cavity // AIAA Aviation 2019 Forum. Dallas, Texas: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2019.

16. Belyaev K.V. et al. Application of global stability analysis to predicting characteristics of Tollmien-Schlichting waves // St Petersburg Polytech. Univ. J. Phys. Math. 2023. Vol. 16, № 1.1. P. 218–224.
17. Shur M., Strelets M., Travin A. High-order implicit multi-block Navier-Stokes code: Ten-year experience of application to RANS/DES/LES/DNS of turbulence // 7th Symposium on Overset Composite Grids and Solution Technology. 2004. P. 5–7.
18. Strelets M. Detached eddy simulation of massively separated flows // 39th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit. Reno, NV, U.S.A.: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2001.
19. The FLOMANIA project / ed. Haase W. et al. Springer Berlin Heidelberg, 2006. Vol. 94.
20. Haase W., Braza M., Revell A. DESider—A European Effort on Hybrid RANS-LES Modelling: Results of the European-Union Funded Project, 2004–2007. Springer Science & Business Media, 2009. Vol. 103.
21. Mockett C., Haase W., Thiele F. Go4Hybrid: A European Initiative for Improved Hybrid RANS-LES Modelling / ed. Girimaji S. et al. Cham: Springer International Publishing, 2015. Vol. 130.
22. Roe P.L. Approximate Riemann solvers, parameter vectors, and difference schemes // J. Comput. Phys. Elsevier, 1981. Vol. 43, № 2. P. 357–372.
23. Richez F., Leguille M., Marquet O. Selective frequency damping method for steady RANS solutions of turbulent separated flows around an airfoil at stall // Comput. Fluids. Elsevier, 2016. Vol. 132. P. 51–61.
24. Crouch J.D., Garbaruk A., Magidov D. Predicting the onset of flow unsteadiness based on global instability // J. Comput. Phys. Elsevier, 2007. Vol. 224, № 2. P. 924–940.
25. De Pando M.F., Sipp D., Schmid P.J. Efficient evaluation of the direct and adjoint linearized dynamics from compressible flow solvers // J. Comput. Phys. Elsevier, 2012. Vol. 231, № 23. P. 7739–7755.
26. Straka C.W. ADF95: Tool for automatic differentiation of a FORTRAN code designed for large numbers of independent variables // Comput. Phys. Commun. Elsevier, 2005. Vol. 168, № 2. P. 123–139.
27. Stewart G.W. A Krylov--Schur Algorithm for Large Eigenproblems // SIAM J. Matrix Anal. Appl. 2002. Vol. 23, № 3. P. 601–614.
28. Stewart G.W. Addendum to “A Krylov--Schur Algorithm for Large Eigenproblems” // SIAM J. Matrix Anal. Appl. 2002. Vol. 24, № 2. P. 599–601.
29. Hernandez V., Roman J.E., Vidal V. SLEPc: A scalable and flexible toolkit for the solution of eigenvalue problems // ACM Trans. Math. Softw. 2005. Vol. 31, № 3. P. 351–362.
30. Lehoucq R.B., Sorensen D.C., Yang C. ARPACK Users' Guide: Solution of Large-Scale Eigenvalue Problems with Implicitly Restarted Arnoldi Methods. Society for Industrial and Applied Mathematics, 1998.
31. Yang W., Zurbenko I. Kolmogorov–Zurbenko filters // WIREs Comput. Stat. 2010. Vol. 2, № 3. P. 340–351.
32. Groot K.J., Pinna F., Van Oudheusden B.W. On closing the streamwise BiGlobal stability problem: the effect of boundary conditions // Procedia IUTAM. Elsevier, 2015. Vol. 14. P. 459–468.
33. Crouch J.D., Kosorygin V.S., Ng L.L. MODELING THE EFFECTS OF STEPS ON BOUNDARY-LAYER TRANSITION // IUTAM Symposium on Laminar-Turbulent Transition / ed. Govindarajan R. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2006. Vol. 78. P. 37–44.
34. Worner A., Rist U., Wagner S. Humps/Steps Influence on Stability Characteristics of Two-Dimensional Laminar Boundary Layer // AIAA J. 2003. Vol. 41, № 2. P. 192–197.
35. Wang Y.X., Gaster M. Effect of surface steps on boundary layer transition // Exp. Fluids. 2005. Vol. 39, № 4. P. 679–686.
36. Methel J. et al. Laminar-turbulent transition experiment on the effect of surface imperfections on an NLF airfoil in transonic flow. 2023.
37. Crouch J.D. et al. Characterizing surface-gap effects on boundary-layer transition dominated by Tollmien–Schlichting instability // Flow. Cambridge University Press, 2022. Vol. 2. P. E8.
38. Wie Y.-S., Malik M.R. Effect of surface waviness on boundary-layer transition in two-dimensional flow // Comput. Fluids. Elsevier, 1998. Vol. 27, № 2. P. 157–181.
39. Schrauf G. et al. Comparison of Boundary-Layer Transition Predictions Using Flight Test Data // J. Aircr. 1998. Vol. 35, № 6. P. 891–897.
40. Perraud J. et al. Laminar-turbulent transition on aerodynamic surfaces with imperfections // ONERA Tire Part. 2004. Vol. 13. P. 2004.
41. Perraud J., Arnal D., Kuehn W. Laminar-turbulent transition prediction in the presence of surface imperfections // Int. J. Eng. Syst. Model. Simul. 2014. Vol. 6, № 3/4. P. 162.
42. Mack L.M. Boundary-layer linear stability theory // Agard Rep. 1984. Vol. 709, № 3. P. 1–3.
43. Heintz A., Scholz P. Measurements on the effect of steps on the transition of laminar boundary layers // Exp. Fluids. 2023. Vol. 64, № 4. P. 76.

КОМПЛЕКСНЫЙ КОЭФФИЦИЕНТ ТУРБУЛЕНТНОГО ОБМЕНА В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ АТМОСФЕРЫ ЗЕМЛИ (МОДИФИКАЦИЯ МОДЕЛИ АКЕРБЛОМА — ЭКМАНА)

В.А. Гордин
НИУ «Высшая школа экономики», ФБГУ «Гидрометцентр России»

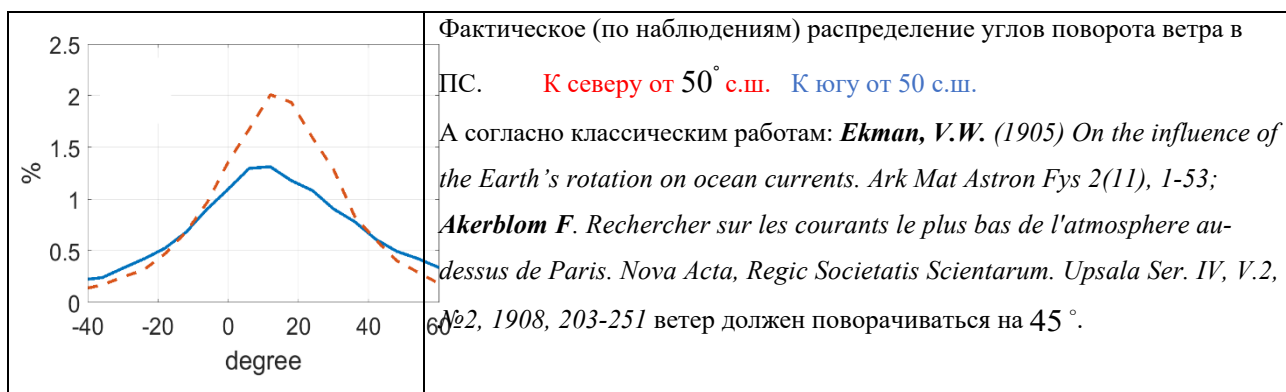
Аннотация

Направление и скорость в пограничных слоях атмосферы и океана заметно меняются с высотой (глубиной). Измерения, проведенные на Эйфелевой башне и в подледном слое океана, показали систематическую компоненту в этих изменениях. Для описания этих систематических изменений с высотой была предложена модель Акерблома – Экмана. Поворот направления ветра в пограничном слое связывается с кориолисовым ускорением. Второй существенный фактор – турбулентность. Получается – система двух линейных ОДУ второго порядка с переменным положительным коэффициентом (турбулентного обмена, КТО). В предположении постоянства КТО решение системы дает поворот модельного ветра от свободной атмосферы до земли по экмановской спирали на 45° , что заметно (примерно втрое) отличается от наблюдаемых значений. В течение столетия предлагались различные варианты переменного по высоте КТО, допускающие решение этой системы ОДУ в спецфункциях. Здесь решается обратная задача: восстановить КТО по архиву наблюдений (десятки тысяч запусков радиозондов с высоким вертикальным разрешением в разных широтах и разные сезоны) в погранслое. Наилучшее согласование с наблюдениями дает тензор, который допускает интерпретацию как **комплексно-значный** КТО. Показаны соответствующие оптимальные решения.

Традиционная модель Акерблома - Экмана описывает поведение ветра в пограничном слое (ПС) атмосферы или океана на вращающейся планете:

$$\begin{cases} \frac{d}{dz} \left[k(z) \frac{du}{dz} \right] = -l(v - v_g), \\ \frac{d}{dz} \left[k(z) \frac{dv}{dz} \right] = l(u - u_g), \end{cases} \quad (1)$$

где $u(z)$, $v(z)$ - горизонтальные компоненты, $u_g(z)$, $v_g(z)$ - компоненты геострофического ветра на верхней границе ПС. Вертикальная переменная $z \in [0, H_{\max}]$, z - высота над земной поверхностью, $H_{\max}$ - высота ПС, $l = \sin \varphi \times 1.45842 \times 10^{-4} / c$ - параметр Кориолиса, φ - географическая широта, $k(z) > 0$ - коэффициент турбулентного обмена. Система (1) сингулярна, если и только если $k(z_0) = 0$ при некотором $z_0 \in (0, H_{\max})$. Если в системе (1) $k(z) = \text{const}$, то угол поворота ветра в ПС составляет 45° .



Первая стадия работы: оптимизация $k(z)$ в классе положительных функций.

Вторая стадия: расширение области оптимизации коэффициента $k(z)$ – допускаем мнимую часть у этой функции.

Уравнение (1) инвариантно относительно действия группы вращений вокруг вертикальной оси: **SO(2)**. Группа **SO(2)** коммутирует только с кососимметричными и скалярными операторами. Следовательно, можно без потери этой инвариантности рассмотреть более общую систему ОДУ:

$$\begin{cases} \frac{d}{dz} \left[\gamma(z) \sin(\varphi) \frac{dv}{dz} + k(z) \frac{du}{dz} \right] = -l(v - v_g), \\ \frac{d}{dz} \left[k(z) \frac{dv}{dz} - \gamma(z) \sin(\varphi) \frac{du}{dz} \right] = l(u - u_g), \end{cases} \quad (2)$$

где второй коэффициент турбулентного обмена $\gamma(z)$ играет роль регуляризатора для (1): ведь даже, если $k(z)=0$, система (2) не станет сингулярной. Множитель $\sin(\varphi)$ здесь добавлен в уравнения (2), чтобы согласовать результаты наших численных экспериментов с данными из Южного полушария.

Перепишем (2) в комплексной форме: $w = u + iv$, $w_g = u_g + iv_g$ и $\kappa = k - i\gamma \sin(\varphi)$

$$\frac{d}{dz} \left[\kappa(z) \frac{dw}{dz} \right] = il(w - w_g). \quad (3)$$

Если $\kappa(z) = \text{const}$, то поворот ветра равен $\arg \sqrt{\frac{i}{\kappa}} = \frac{1}{2} \arctg \frac{k}{\gamma \sin \varphi}$.

Средние наблюдаемые углы поворота $10 - 20^\circ$ соответствуют отношению:
 $\gamma \sin \varphi / k \approx 1.2 - 2.7$.

Таким образом, эта поправка КТО (согласно данным измерений) отнюдь не мала.

Задача квадратичного программирования (ЗКП)

Чтобы уменьшить порядок дифференцирования, проинтегрируем ур. (2) по z :

$$\kappa(z) \frac{dw}{dz} = -\psi + c \quad (4)$$

где для каждого профиля $c \in \square$ - константа интегрирования, а векторная (комплексная) функция $\psi(z)$ удовлетворяет дифференциальному уравнению и нормировке:

$$\frac{d\psi}{dz} = il(w_g - w), \quad \int_0^H \psi(z) dz = 0.$$

Ищем $\kappa(z)$ как решение ЗКП: минимизируем среднюю относительную невязку (4) по $j=1, \dots, N$ вертикальным профилям:

$$L(\kappa(z), c_j) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \frac{1}{W_j} \int_0^{H_j} \left| \kappa(z) \frac{dw_j}{dz} + \psi_j(z) - c_j \right|^2 dz \rightarrow \min_{\kappa(z), \{c_j\}}, \quad (5)$$

где множители $W_j = \int_0^{H_j} |\psi(z)|^2 dz$ включены в нормировку функции L . Тогда ее минимум

$$\min_{c_j} L(0, c_j) = 1.$$

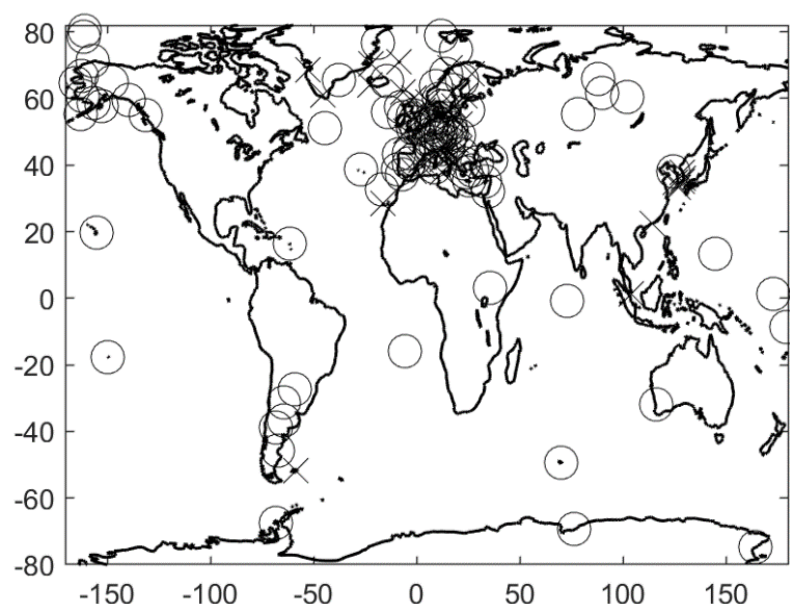
Пусть $0 < \Lambda < 1$ - минимум функционала (5). Значение $100\%(1 - \Lambda)$ интерпретируется как средний коэффициент детерминации, см. Таблицу 2.

Данные

Использованы данные **26142 радиозондов**, удовлетворяющих условиям:

1. Заявленная точность измерения скорости 0.1 м/с (а не 1 узел).
2. Хорошее среднее вертикальное разрешение (более 25 точек в слое 0 - 1000 м).
3. Высота ПС $H_j > 100 \text{ м}$.
4. Вариация ветра в ПС больше, чем 2.5 м/с .
5. Высота первого измерения профиля не больше, чем 5 м.

Географическое расположение использованных аэрологических станций



Расположение 111 станций, с которых учитывались данные радиозондирования. Крестиком показаны **28 “интенсивных станций”**, с которых усвоено много данных (более 400 запусков) в нашем архиве.

Число Ричардсона

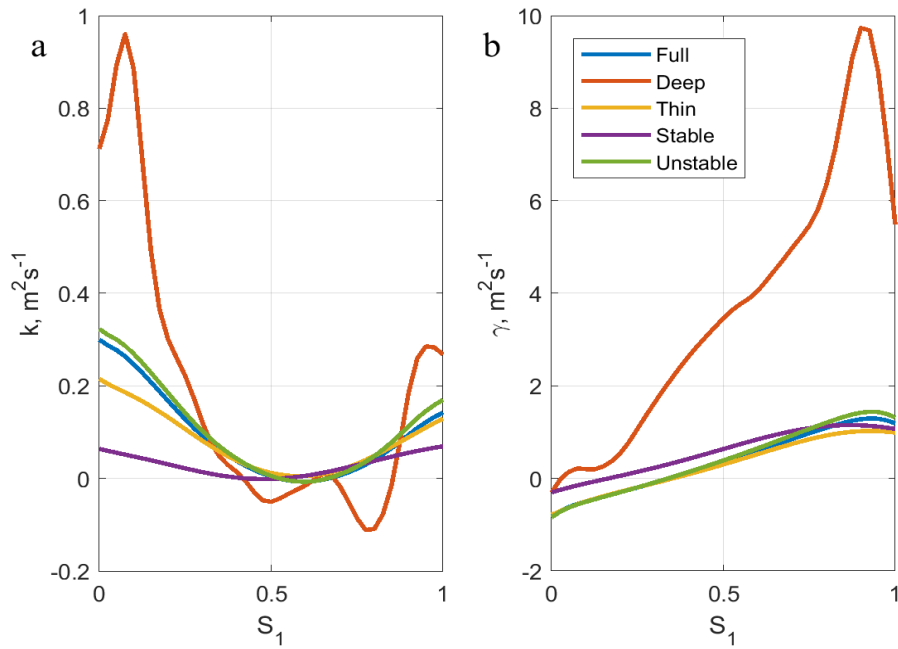
Число Ричардсона Ri - безразмерная функция высоты z :
$$Ri(z) = \frac{g}{\Theta} \frac{\frac{\partial \Theta}{\partial z}}{\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)^2}.$$

Значения $Ri > Ri_c = 0.25$ соответствуют устойчивой стратификации, $Ri < Ri_c$ - неустойчивой, а $Ri < 0$ - строго неустойчивой стратификации атмосферы (в столбе существует температурная инверсия).

Сведения по параметрам профилей в коде BUFR за период 4 апреля 2018 - 29 ноября 2019

Название	Условие	Число	Высота ПС H_j
Все	нет	26142	671±516м
Глубокий	$H_j > 1000м$	8462	1592±454м
Мелкий	$H_j < 500м$	12051	270±115м
Устойчивый	$\forall z \in [0; H_j] \quad Ri(z) > 0.3$	2622	201±105м
Неустойчивый	$\exists z_0 \in [0; H_j] \quad Ri(z_0) < 0.2$	22584	742±517м

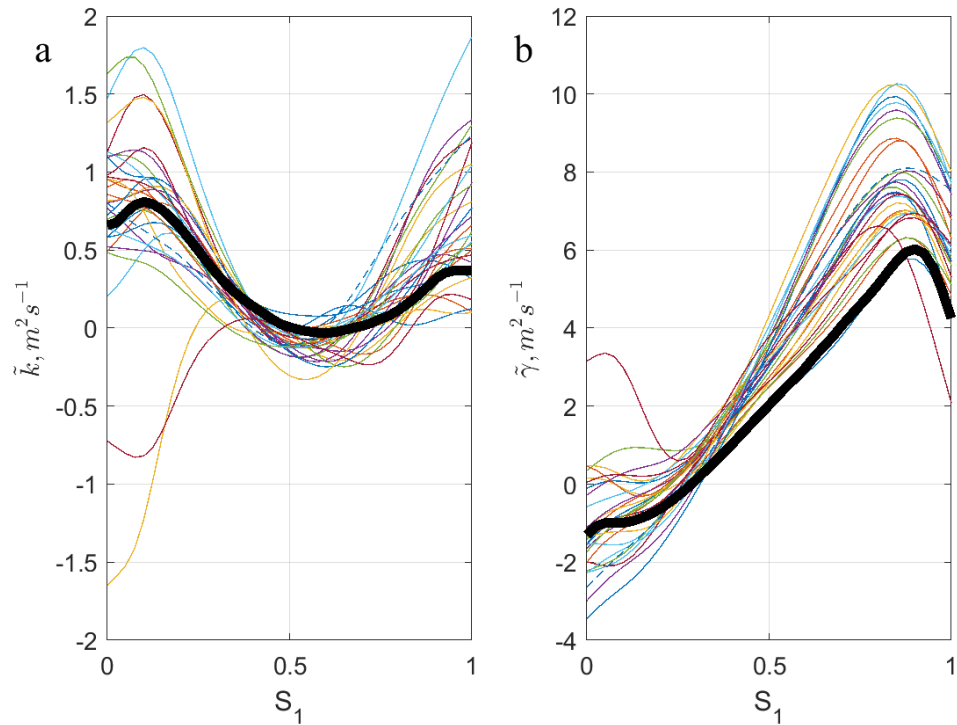
а) Вещественная часть коэффициента $k(S_1)$, б) мнимая часть $\gamma(S_1)$.



Оптимальный (разные цвета для различных случаев) КТО κ , зависящий от относительной высоты $S_1 = z / H$. Видим, что для случая глубокого погранслоя комплексный коэффициент заметно больше. Добавленная мнимая часть коэффициента в разы больше, чем старая, вещественная.

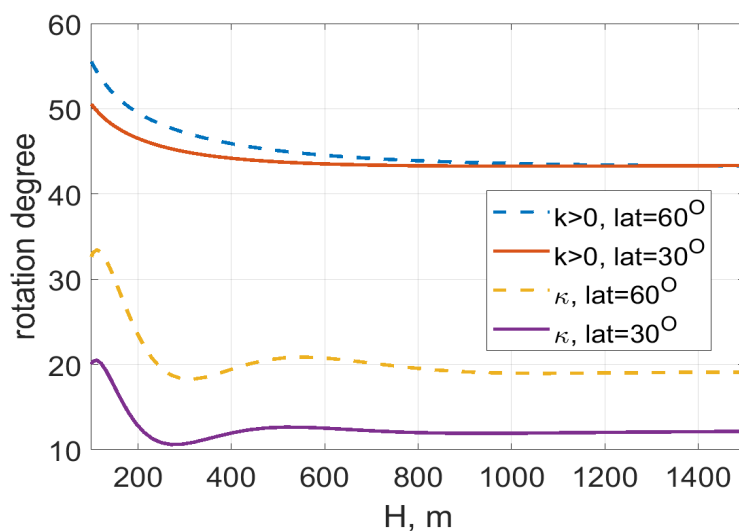
Также рассмотрены нормализованные КТО: $\tilde{\kappa} = \frac{\tilde{\kappa} \cdot H_j}{1000_m}$.

а) вещественная часть $\tilde{k}(S_1)$, б) мнимая часть $\tilde{\gamma}(S_1)$.



Оптимальные нормализованные КТО $\tilde{\kappa}(S_1)$, зависящие от относительной высоты $S_1 = z / H_j$, были определены и тут показаны для 28 “интенсивных” станций.

Модельные (согласно ОДУ (2)) углы поворота для оптимальных: вещественного k и комплексного $\kappa = H\tilde{\kappa}(z/H)$



Основной поворот в нижней части (нижние 400 м).

В следующей таблице жирным выделены лучшие варианты параметризации КОТ.

Случаи	Аргумент (ы) S	Средний коэффициент детерминации				$\frac{1 - \Lambda(\tilde{\kappa} \in \square)}{1 - \Lambda(\tilde{\kappa} \in \square)}$
		$100\%(1 - \Lambda)$				
Все	Относительная высота S_1	38,5%	11,7%	48,3%	13,8%	3,5
Глубокие		34,6%	7,7%	35,0%	8,0%	4,5
Тонкие		62,3%	17,4%	72,6%	20,9%	3,3
Устойчивые		65,9%	10,2%	77,5%	11,6%	7,1
Неустойчивые		38,9%	12,3%	48,2%	14,0%	3,5
Все	Модуль сдвига ветра S_2	37,6%	12,2%	46,3%	15,1%	3,1
Глубокие		29,2%	8,3%	29,8%	8,6%	3,4
Тонкие		59,9%	18,2%	67,7%	22,4%	3,0
Устойчивые		59,7%	11,6%	67,8%	13,5%	5,5
Неустойчивые		39,1%	12,6%	46,7%	15,3%	3,0
Все	Число Ri	24,4%	11,4%	34,1%	12,6%	2,7
Глубокие		29,2%	7,4%	29,9%	7,5%	4,1
Тонкие		36,0%	16,8%	43,0%	19,8%	2,1
Устойчивые		33,0%	9,7%	39,4%	10,3%	4,0
Неустойчивые		28,6%	11,8%	35,3%	12,8%	2,7
Все	Относительная высота S_1 и модуль сдвига ветра S_2	41,2%	12,7%	53,4%	15,4%	3,4
Глубокие		35,2%	8,7%	35,7%	9,1%	4,0
Тонкие		65,2%	18,9%	76,7%	22,9%	3,3

Устойчивые	Относительная высота S_1 и число Ричардсона	66,3%	11,7%	78,1%	13,5%	6,3
Неустойчивые		42,0%	13,1%	53,4%	15,7%	3,4
Все		39,5%	12,4%	50,3%	13,8%	3,6
Глубокие		34,7%	7,9%	35,1%	8,1%	4,5
Тонкие		63,6%	18,4%	74,7%	21,4%	3,4
Устойчивые		65,9%	10,2%	77,5%	11,6%	7,1
Неустойчивые		40,6%	12,9%	50,1%	14,1%	3,6

Сравнение реальных профилей и модельных решений

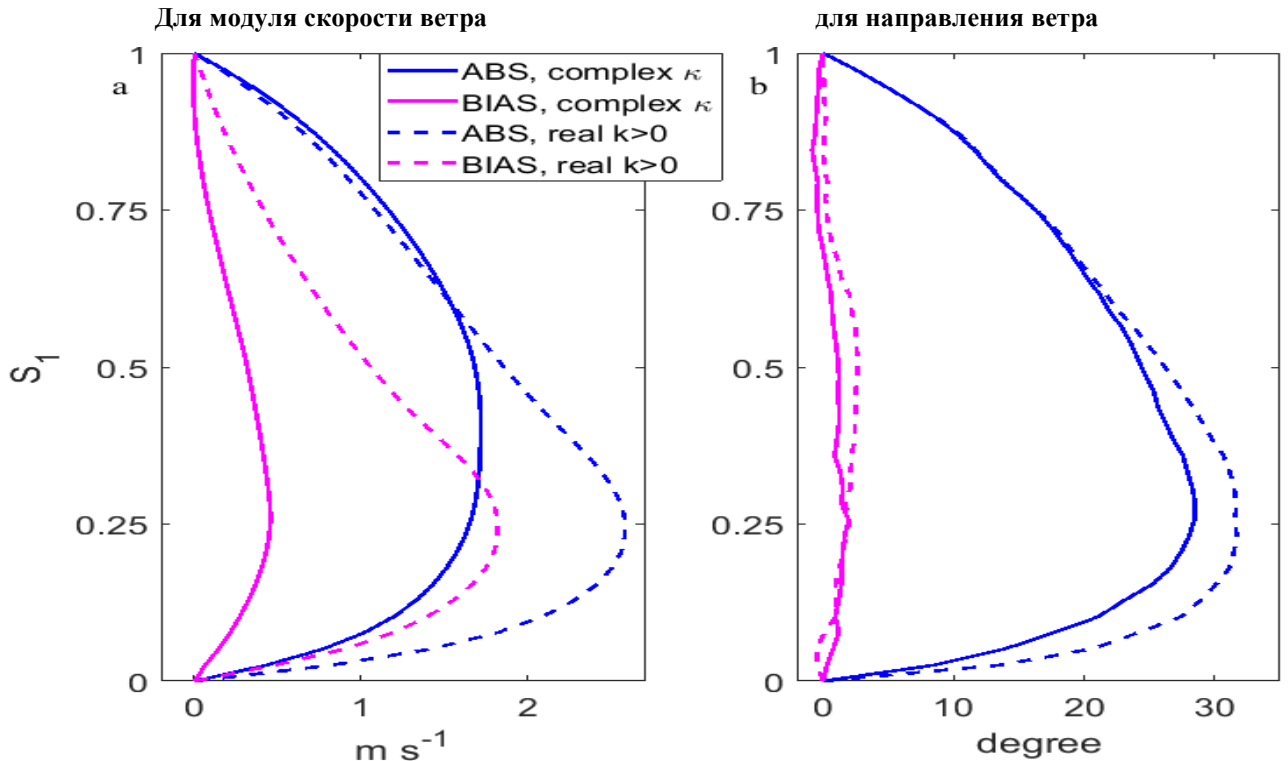
Представим КТО κ в виде $\kappa = H\tilde{\kappa}(S_1)$. Тогда можно найти решение $\hat{w}_j(z, \kappa, w_0)$ уравнения (2) при условиях Дирихле $w(H) = w_g$, $w(0) = w_0$ и оценим среднюю ошибку восстановленного профиля по сравнению с реальным:

$$ABS_{speed}(S_1, \kappa, w_0) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \left| \hat{w}_j(S_1 H_j, \kappa, w_0) - w_j(S_1) \right|$$

$$ABS_{direction}(S_1, \kappa, w_0) = \frac{1}{\tilde{N}} \sum_{j=1}^{\tilde{N}} \left| \arg \hat{w}_j(S_1 H_j, \kappa, w_0) - \arg w_j(S_1) \right|,$$

Мы исключаем из оценки $ABS_{direction}$ случаи с малыми скоростями $|\hat{w}_j|$ или $|w_j| \leq 2m/s$, когда определение направления вектора ненадежно. Поэтому верхний предел во второй сумме для направлений меньше: $\tilde{N} \approx 0.69N$.

Ошибка восстановления профилей для оптимальных вещественного и комплексного коэффициентов



Заключение

1. Первоначальная модель Аккерблома – Экмана предсказывает поворот ветра в ПС на 45° . Наблюдаемые повороты в среднем вдвое меньше.
2. В модернизированную модель включен коэффициент γ , и в результате оптимизации КТО согласованность с данными зондирования в коде BUFR возрастает в 7 раз для устойчивой стратификации и в 3.5 – для неустойчивой. Коэффициент γ может интерпретироваться как мнимая часть коэффициента K ;
3. Проведено сравнение различных параметризаций КТО K , построенных как функция относительно высоты $S_1 = z / H$, или от сдвига ветра S_2 , или от числа Ричардсона Ri . Предпочтительна относительная высота.

Литература

- С.С. Зилитинкевич. Атмосферная турбулентность и планетарные пограничные слои. 2013, М., Физматлит.
- Н. В. Вазаева, О.Г. Чхетиани, М.В. Курганский, М.А. Каллистратова. Спиральность и турбулентность в атмосферном пограничном слое. Известия РАН. Физика атмосферы и океана, 2021, Т. 57, № 1, с.34-52.
- Ph.L. Bykov, V.A. Gordin. Big data and inverse problem for Ekman - Akerblom model. Research Activities in Atmospheric and Oceanic Modeling, № 48, pp. 4.5-4.6, 2018.
- P.L. Bykov, V.A. Gordin. [Journal of Inverse and Ill-posed Problems](https://doi.org/10.1515/jiip-2021-0039). <https://doi.org/10.1515/jiip-2021-0039>

ВОЗНИКНОВЕНИЕ ПУЛЬСАЦИОННЫХ РЕЖИМОВ В ГАЗОВЫХ СТРУЯХ ПРИ ПОСТОЯННОМ РАСХОДЕ

В.А. Горяйнов
РУТ (МИИТ)

Аннотация. Методами моделирования на воздушных экспериментальных установках и численного моделирования на основе уравнений Навье-Стокса проведено исследование возникновения вторичных закрученных и пульсационных режимов течений в дозвуковых струях с постоянным расходом при их истечении из канала и развороте в замкнутых пространствах. Проанализирована эволюция неустойчивости течения в связи с отрывом и структурной перестройкой в струйном потоке, взаимодействующем с препятствиями при различных числах Рейнольдса.

Поскольку в качестве источника струй использовался закрытый с торца цилиндрический канал с поперечным вдувом с известными свойствами устойчивости течения [1], исследовалась предыстория отрыва при развороте струи после кромки канала, состоящая в динамике трансформации погранслоя на проницаемой стенке в условиях переменного по сечению продольного градиента давления, вызванного обратным влиянием преграды вблизи среза канала. Установлены универсальные закономерности распределения параметров в пристеночном слое с большим и нарастающим благоприятным градиентом давления. Выделено чередование характерных зон течения в пристеночной области канала со строго равномерным вдувом: зона "струйного" течения, переходная зона и зона течения типа турбулентного пограничного слоя на непроницаемой стенке.

На режимах близко расположенной преграды, истекающий поток перед отрывом, фактически, представляет собой кольцевую струю с двухсторонним «струйным» профилем. В процессе разворота струи в радиальное направление и отрыва за кромкой канала на внешней границе формирующейся радиальной струи возникает неустойчивость, усиленная отрывом на внутренней границе струи (на стенке преграды). Исследована эволюция и механизмы пульсирующего движения границы радиальной струи, вызывающая расходные колебания сжимаемой среды при постоянном расходе через проницаемые стенки канала.

Исследования в сверхзвуковых струях проводились на базе конечно-разностной аппроксимации уравнений Эйлера в цилиндрических координатах с использованием модификации метода Годунова 2-го порядка точности.

Введение. Возникновение пульсационных режимов в до- и сверхзвуковых струях при постоянном расходе известно в т.н. генераторе Гартмана [2] с соосным резонатором и при натекании нерасчетных сверхзвуковых струй на безграничные преграды или затупленные тела на режимах нерегулярных (маховских) взаимодействий разрывов и сопровождаются автоколебаниями между тройной конфигурацией (ТК) скачков уплотнения (СУ) и поверхностью тела. Пульсационные режимы взаимосвязаны с отрывом или неустойчивыми околоосными возвратными течениями. В работах [3,4] показано, что возвратные течения в струе могут быть результатом межфазовой неравновесности или термодинамических возмущений на срезе сопла и при расчетных режимах истечения струи при её натекании на преграду. В настоящей работе численно и экспериментально изучаются физические аспекты возникновения пульсационных режимов в криволинейных дозвуковых трактах и в свободных сверхзвуковых струях при обнаруженном численно в [6,7] явлении реверса течения за ТК СУ.

Экспериментальные установки для исследования течений в проницаемых каналах и струях.

Использовались две рабочие модели с пористой трубой, принципиальные схемы которых были идентичными (см. рис.1). Основная часть работ по моделированию течений в газоходах была выполнена на воздушном стенде на модели № 2, которая отличалась от первой размерами и более совершенной конструкцией. Основными элементами рабочих моделей с пористыми трубами являются камера высокого давления, пористая труба, сменная заглушка, выходной фланец в виде плоского "козырька" и плоская преграда.

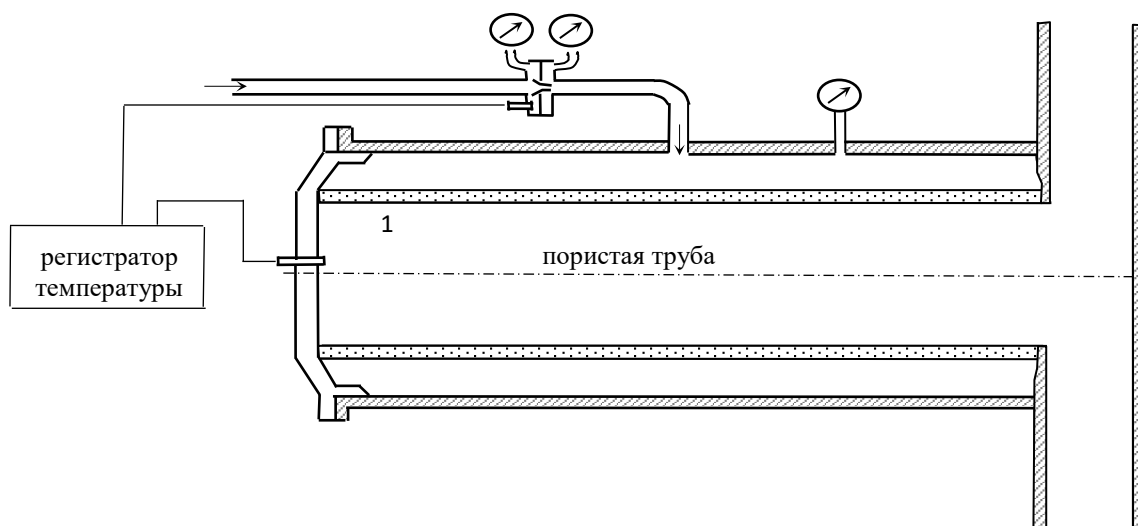


Рис.1 Схема рабочей модели с пористой трубой

Рабочая модель №1. Пористая труба была изготовлена из пористого нихрома и имела следующие размеры: ($d_{\text{внутр}} = 50\text{ мм}$, $d_{\text{внеш}} = 60\text{ мм}$, $L = 220\text{ мм}$). В качестве торца канала трубы служила заглушка. В работе использовались две однотипные заглушки. Одна имела шлифованную торцевую поверхность и дренажные отверстия по радиусу для отбора давления, во второй заглушке было устройство для ввода в канал по оси трубки для измерения статического давления. Фланец модели, одна из поверхностей которого совпадала с плоскостью выходного сечения канала, имел следующие размеры: $d_{\text{внутр}} = 50\text{ мм}$, $d_{\text{внеш}} = 260\text{ мм}$. Для передвижения измерительных насадок в поперечных сечениях канала применялся координатник с дистанционным управлением и реохордной системой регистрации положения.

Рабочая модель № 2. В модели № 2 была предусмотрена возможность установки пористых труб разного диаметра и разной длины. Использовалась нихромовая пористая труба со следующими размерами: $d_{\text{внутр}} = 66\text{ мм}$, $d_{\text{внеш}} = 72\text{ мм}$, $L = 250\text{ мм}$. Заглушка имела дренажные отверстия для измерения давления, а также отверстия для ввода в канал термопары и других измерительных насадок. Размеры выходного фланца модели: $d_{\text{внутр}} = 66$, $d_{\text{внеш}} = 355$. Передвижение насадок в канале и в зазоре между плоскостью выходного фланца и плоскостью преграды осуществлялось с помощью ручного координатника с нониусом. В качестве плоской преграды использовалась металлическая плита размером $300 \times 300\text{ мм}^2$, расположенная нормально к оси канала. Плита имела шлифованную поверхность, высота микронеровностей не более 4 мк .

Отклонение поверхности плиты от плоскости не превышало $0,06\text{ мм}$ на всей длине. Плита была продренажена по радиусу для отбора давления. Установка плиты на необходимом расстоянии от выходного фланца осуществлялось посредством 3-х втулок, калиброванных с точностью $0,05\text{ мм}$. Специальная система обеспечивала установку центрального дренажного отверстия плиты относительно оси канала в радиальном направлении на расстоянии, не превышающем 1 мм . Принципиальная схема стенда №271 и его пневмогидравлической системы управления показана на рис. 2.

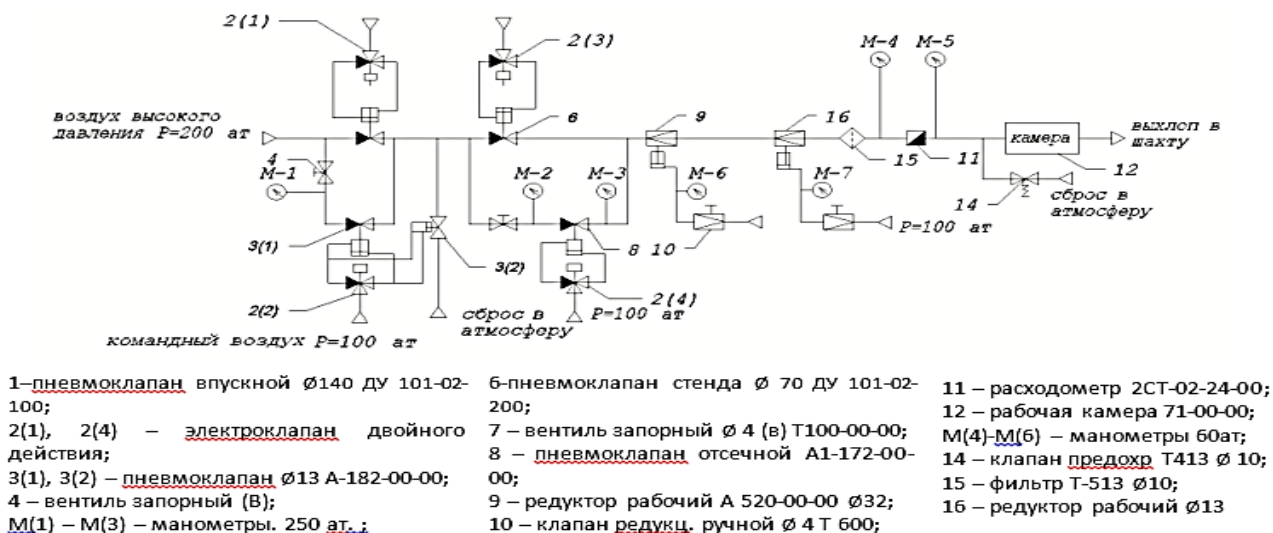


Рис.2. Пневмогидравлическая схема стенда

Работа экспериментальной установки протекает следующим образом: воздух из магистрали высокого давления (200 атм) проходит через общий отсечной кран 1, отсечной кран стенда 6 и далее через регуляторы давления 9 и 16, осушитель, фильтр, расходное сопло попадает в камеру высокого давления рабочей модели, откуда через пористую структуру материала трубы поступает внутрь канала, создавая газоотток с поверхности канала.

Для подавления колебаний расхода газа в магистрали в процессе эксперимента была применена система двойного регулирования. Для каждого заданного расхода газа выбиралось оптимальное с точки зрения обеспечения минимальных колебаний соотношение режимов работы регуляторов давления. Принципиальные схемы стендов СТ-2 и №260 были аналогичными рассмотренной выше схемы стенда №271. Все отличия состояли в том, что экспериментальная установка стенда №260 подключалась к магистрали 130 атм. и применялась одноступенчатая система регулирования.

Равномерность проницаемости пористых труб определялась по расходам газа с элементов внешней поверхности трубы, ограниченных специальным присосом (труба модели №1) и по скоростям газооттока, измеряемым термоанемометром (труба модели №2) при подаче воздуха изнутри трубы, а также при подаче воздуха внутрь трубы по расходам в различных сечениях канала, определяемым по профилям скорости. При сверхкритическом перепаде пористые трубы имели удовлетворительную равномерность проницаемости и скорость газоотвода с поверхности канала V_w вычислялась по расходу газа, который определялся по расходному соплу, и контролировался по скоростным профилям на выходе из канала. Зависимости скорости газооттока V_w от давления в камере высокого давления показаны на рис.3.

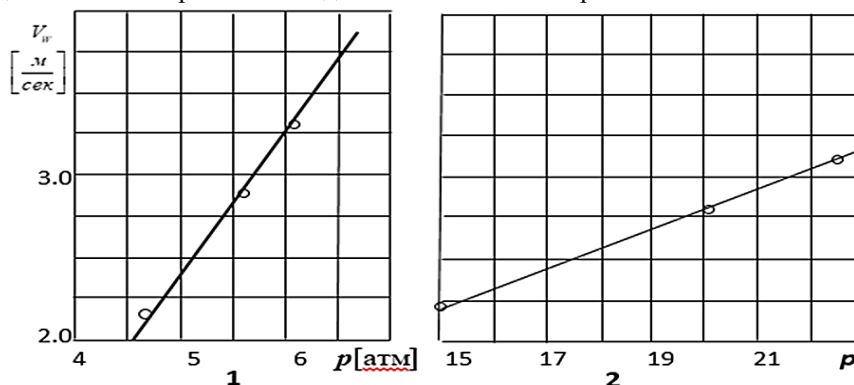


Рис.3. Зависимость скорости вдува от давления в камере высокого давления (1 – модель №2; 2 – модель №1)

Измерения давления перед расходным соплом, а также после него и в камере высокого давления рабочей модели производились на образцовых манометрах. Давления, отобранные посредством дренажных отверстий, датчиков с протоком и специальных отборников, (включая пристеночные), полного напора измерялись на U

-образных манометрах (рабочие жидкости - тэтрообромэтан и вода). Частотные характеристики в отрывных зонах измерялись однопитовым термоанемометром.

Третья рабочая модель (рис.4а) предназначалась для исследования течений в предсупловых объемах с наклонными газоходами. Характерные геометрические параметры рабочей модели №3 предсуплового объема с наклонным газоходом показаны на продольном сечении модели на рис.4б. Параметры торможения рабочего газа: $P_0 = 5$ ата, $T_0 = 300^\circ\text{K}$.

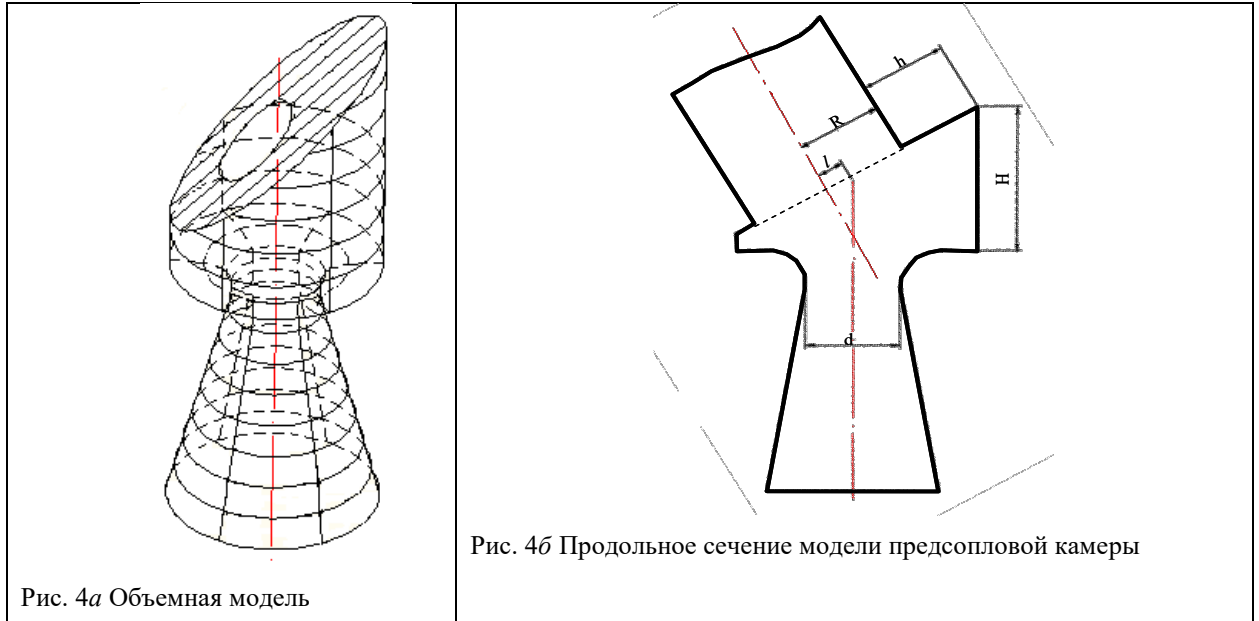
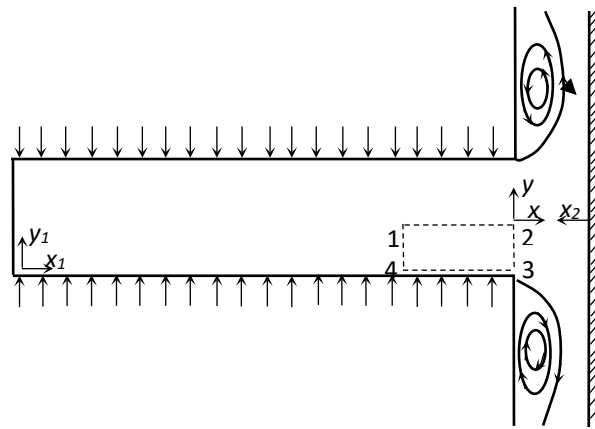


Рис. 4а Объемная модель

Рис. 4б Продольное сечение модели предсупловой камеры

Постановка внутренних задач



Область интегрирования включает канал с проницаемыми стенками и закрытым торцом и поперечный канал с плоскопараллельными стенками. Область рассматривается как в плоском, так и осесимметричном случае. На рис.5 обозначены системы координат с различными точками отсчёта. Пунктиром выделена подобласть 1-2-3-4, являющаяся половиной зоны, как будет видно ниже, аномальных градиентов давления и трения.

Рис. 5. Область течения

Безразмерная система уравнений сжимаемой среды записывалась в дивергентной форме:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(u \cdot U + p) + \frac{\partial}{\partial y}(v \cdot U) = \frac{y^k}{\text{Re}} \cdot D_1 \quad (0)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(u \cdot V) + \frac{\partial}{\partial y}(v \cdot V) + y^k \cdot \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{y^k}{\text{Re}} \cdot D_2 \quad (0)$$

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

$$p = p(\rho, T) \quad (4)$$

$$\text{Уравнение энергии или } T \equiv 1 \quad (5)$$

$$U = \rho u y^k, \quad V = \rho v y^k, \quad \rho' = \rho y^k$$

$$D_1 = \mu \left[\frac{4}{3} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{1}{3} \frac{k}{y} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + 3 \cdot \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right]$$

$$D_2 = \mu \left[\frac{4}{3} \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{4}{3} \frac{k}{y} \left(\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{u}{y} \right) \right]$$

Первые два уравнения представляют собой проекции на оси координат уравнения Навье-Стокса, каждое из которых умножено на y^k и к каждому из которых прибавлено уравнение неразрывности, умноженное на произведение y^k и соответствующей компоненты скорости. Здесь u, v - компоненты скорости по осям x и y , отнесенные к характерной скорости вдува, x и y - координаты, отнесенные к характерному размеру L , t - время, ρ - плотность, p - давление, T - температура, μ - вязкость, отнесенные соответственно к характерным величинам $(L/v_0, \rho_0, \rho_0 v_0^2, T_0, \mu_0)$; $k=0$ или 1 соответственно в плоском и осесимметричном случае; $Re = \frac{\rho_0 v_0 L}{\mu_0}$ - число Рейнольдса.

В качестве характерного размера берется полуширина или радиус канала, ρ_0, T_0, μ_0 - параметры на стенке.

Решение основных задач исследования, а именно задач об экранирующем воздействии преграды на предысторию отрыва при развороте струи после кромки проницаемого канала и об отрывных течениях между

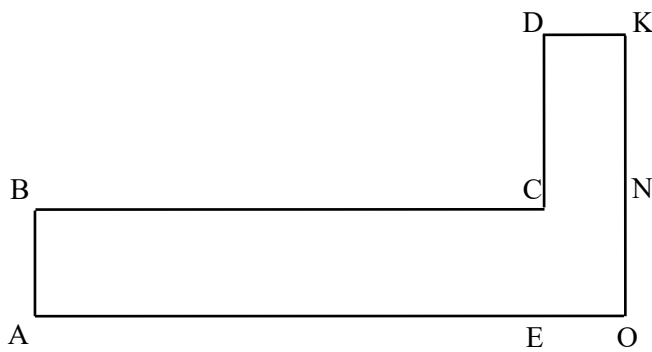


Рис. 6. Область интегрирования уравнений

границей струи и стенками поперечного (радиального в осесимметричном случае) канала, сводится к интегрированию системы уравнений (1) - (5) в области OABCDK, изображенной на рис. 6, где AO - ось симметрии, при определенных граничных и начальных условиях. На границе BC, соответствующей проницаемой стенке канала и границе AB, являющейся начальным сечением канала, задается постоянный расход посредством следующих стационарных условий:

$$\text{На AB:} \quad u(y) = 0, \quad v(y) = 0 \quad (6)$$

$$\text{На BC:} \quad u = 0, \quad \rho v = 1 \quad (7)$$

На границах OK и CD, соответствующих непроницаемым стенкам имеем условия прилипания:

$$u = v = 0 \quad (8)$$

На оси симметрии AO и в выходном сечении DK задаются условия:

$$\text{на AO:} \quad V = 0, \quad \frac{\partial \rho u}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \rho}{\partial y} = 0 \quad (9)$$

$$\text{на DK:} \quad U = 0, \quad \frac{\partial \rho v}{\partial y} = 0, \quad p = p_a = \text{const} \quad (00)$$

В качестве начального условия при $t=0$ во всей области задается покоящийся газ $u = v = 0$ и $p = p_a$, на границе BC - условие (7).

В работе рассматривается дозвуковое течение ($0 < M \leq 0.3$) совершенного газа ($p = \rho RT$) с постоянным показателем адиабаты γ во внутренней области OABCDK. Поперечные сечения канала и зазора, между поверхностями OK и CD имеют постоянную площадь по длине: $y_C = y_B$, $x_O = x_K$ (начало системы координат в точке E на рис. 6).

Другие геометрические размеры области интегрирования варьируются в следующих диапазонах:

$$0.3 \leq x_0 \leq 2.0, \quad 1.5 \leq x_d \leq 6.0, \quad 2.0 \leq y_K \leq 4.0$$

Моделирование производится по критериям M , Re , γ . Газодинамические параметры варьируются в диапазоне: $30 < Re < 500$, $0.02 < M_w < 0.15$. Система уравнений в частных производных (1) - (5), описывающей движение вязкого газа в исследуемой внутренней области решается методом установления второго порядка точности с использованием явной разностной схемы с пересчетом типа "предиктор-корректор" со сдвинутыми сетками на промежуточном временном слое.

Экспериментальное моделирование внутрикамерных процессов.

Моделирование течений над горячей поверхностью в газоходах проводилось с помощью каналов с проницаемыми стенками. Критерии динамического подобия для экспериментального моделирования течений газов и их смесей принято извлекать из анализа процедуры обезразмеривания уравнений Навье-Стокса для равновесной текучей среды. Разнообразие задач влечет за собой спектр критериев подобия, который, так или иначе, формируются в основном из чисел подобия: M – число Маха, Re – число Рейнольдса, Sh – число

Струхала, – показатель адиабаты: $M = \frac{V_*}{a}, \quad Re = \frac{\rho_* \cdot V_* \cdot L_*}{\mu}, \quad Sh = \frac{L_*}{V_* \cdot T_*}, \quad \kappa = \frac{c_p}{c_v},$

где L_* , V_* , T_* , ρ_* – некоторые характерные масштабы соответственно длины, скорости, времени и плотности для равновесных течений. Поскольку целью данной работы является фундаментальный аспект вычленения влияния динамических механизмов в процессе зарождения неустойчивости, связанной с возникновением пульсационных режимов и возвратных течений в струйных течениях, то здесь опускаются специальные нюансы подобия натуральных и модельных процессов. Требование Рейнольдс модели $Re_m > Re_{кр}$ в условиях проницаемого канала с глухим торцом по данным [1,10,12] выполняется на малых расстояниях от торца, т.ч., модельный эксперимент пригоден здесь для пересчета на натурные условия.

Основные характеристики невозмущенного течения в каналах с равномерно распределенным вдувом газа через проницаемые стенки.

В данном разделе рассматриваются основные характеристики течения в каналах в отсутствии внешних воздействий, полученные на экспериментальных установках: на модели №1 и модели №2 (см. выше). В дальнейшем течения в каналах неподверженные влиянию внешних воздействий будем называть невозмущенными.

Исследования проводились в цилиндрических пористых трубах с равномерным по поверхности вдувом воздуха. Относительная длина трубы в модели №1 равнялась ($L=4.4$), в модели №2 - 3.8. На рис. 7 представлены профили скоростных полей, измеренные в разных сечениях канала (модель №2) в вертикальной и горизонтальной плоскостях с помощью многоточечной гребенки. Профили продольной компоненты скорости (рис.7) имеют симметричную форму относительно оси. Параметры потока удовлетворительно сохраняются на одном уровне по углу φ .

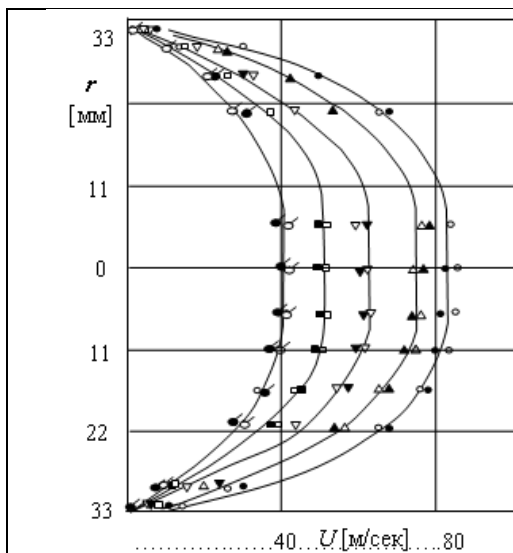


Рис. 7. Профили скорости в разных сечениях пронизаемого канала при $V_w = 3.74$ м/с ($\bar{x}_1 = 1.8, 2.3, 2.8, 3.3, 3.8$).

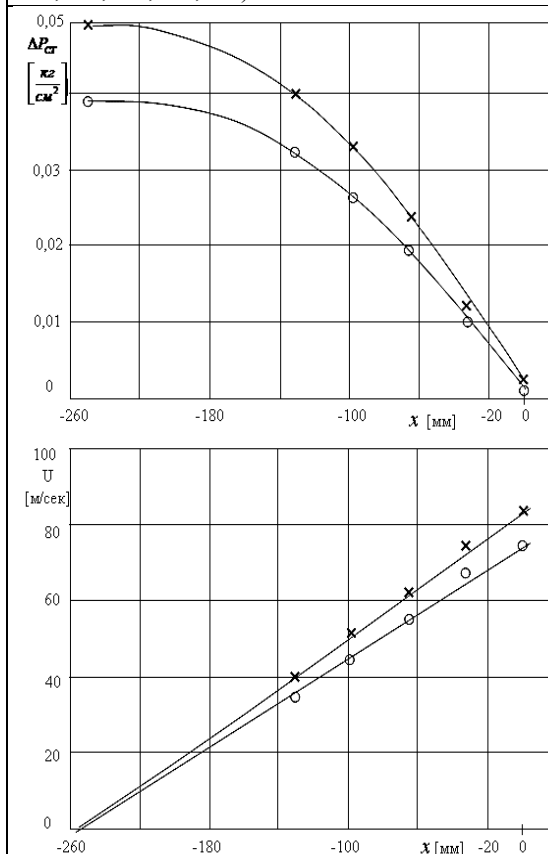


Рис. 8. Распределение давления и скорости вдоль оси ($V_w = 3.31; 3.74$ м/с).

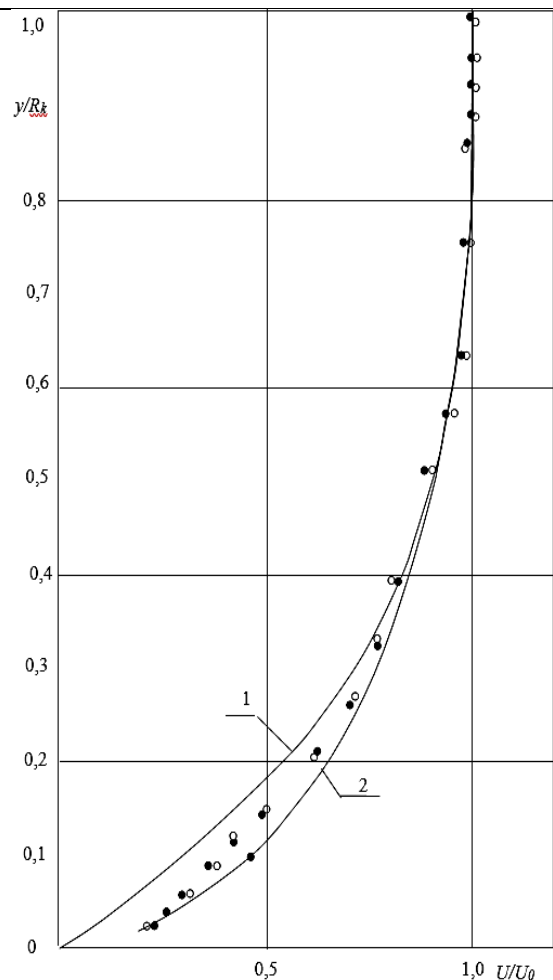


Рис.9. Профили поля скоростей в пронизаемом канале. ($x/d_k \approx 3,8$; $\circ - V_w = 3,74$ м/сек, $\bullet - V_w = 3,31$ м/сек $1 - U = \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{r^2}{R_k^2}\right)$; 2 – эксп[5] при $x/d_k = 10$)

Показанные на рис. 7 профили скорости внутри канала имеют струйный характер из-за наличия точки перегиба вблизи стенки. Скорость вдоль оси канала нарастает линейно (рис. 8). Распределение относительной продольной скорости по сечению канала оказывается практически универсальным, начиная от сечения, отстоящего от торца канала на расстоянии двух диаметров канала и вплоть до выходного сечения. Сравнение на рис. 9 экспериментальных профилей скорости в разных каналах на различном относительном удалении от торца, полученные Остаповичем О.Н., Олсоном и Эккертом [5], а также на 1-ой и 2-ой моделях показывает, что распределение относительной продольной скорости в выходном сечении канала практически не зависит от длины канала в диапазоне $2 \leq L/d_k \leq 10$ и что течение в пронизаемом канале с нулевой скоростью на входе

является квазиавтомодельным в области $-(\bar{L}-2) < \bar{x} < 0$. По сравнению с косинусоидальным профилем скорости, экспериментальные профили являются более наполненными.

Итак, невозмущенные течения в исследуемых проницаемых каналах имеют распределения скорости и давления, аналогичные данным, полученным другими авторами. Косинусоидальный профиль продольной скорости (см рис.9) получен при допущении строгой автомодельности:

$$U = \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{r^2}{R_k^2}\right);$$

Реальное течение в проницаемом канале является квазиавтомодельным. Зависимость избыточного донного давления в разных каналах от скорости вдува V_w и распределение статического давления по длине канала имеют вид близкий к универсальному:

$$p'_g = 8\rho(\alpha \frac{\rho_*}{\rho} \cdot \frac{L_k}{d_k} \cdot V_w)^2 \quad (11)$$

$$\frac{p_g - p_{cm}}{\rho V_w^2 / 2} = \beta \left(\frac{x}{d_k}\right)^2 \quad (12)$$

где (ρ_*) - характерная плотность газа в канале. Коэффициент α , входящий в формулу (11), изменяется в диапазоне $1.4 < \alpha < 1.55$, $\beta \approx 1$ при изменении длины канала в диапазоне

$$2 < L/d_k < 18$$

В работе [1] (ЦИАМ, Ягодкин В.И.) экспериментально установлена важная закономерность возникновения турбулентности в проницаемых каналах с нулевой скоростью на входе, представленной в виде зависимости координаты начала перехода от ламинарного к турбулентному режиму течения от числа Рейнольдса вдува. В соответствии с этой закономерностью для основной серии наших опытов был характерен турбулентный режим течения, который начинался почти от самого торца канала.

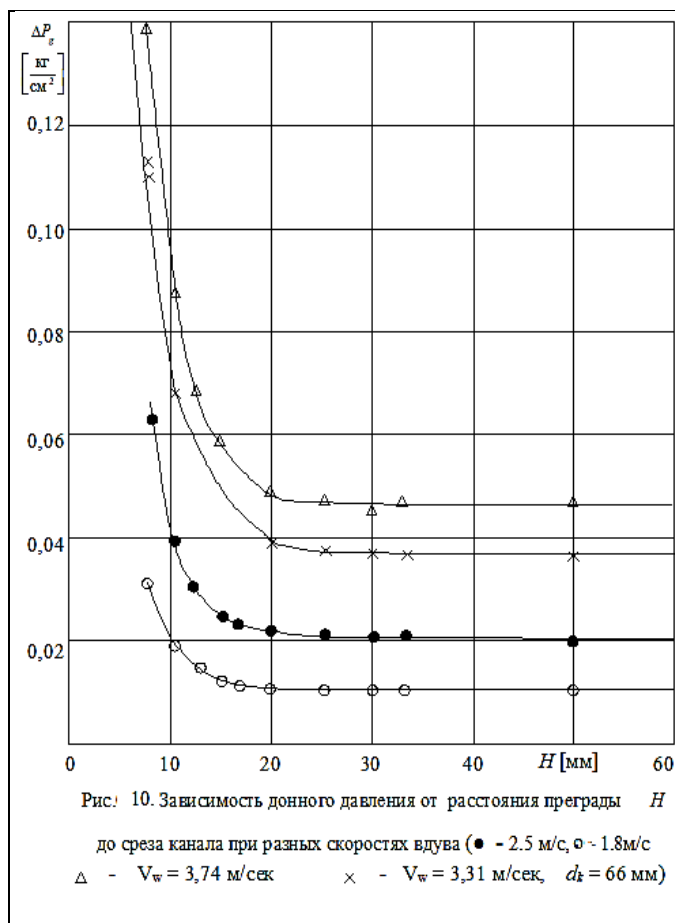
Общий характер течения в проницаемом канале зависит от соотношения потока количества движения, переносимого в поперечном направлении турбулентными пульсациями, и потока, вызванного поперечным массоподводом со стенок. Для канала с глухим торцом это соотношение не зависит от скорости вдува и является функцией относительной длины канала [11], так что с увеличением длины канала доля потока количества движения, вызванного массоподводом со стенок, уменьшается.

Если интенсивность массоподвода достаточно велика по отношению к осевому течению, то у стенки образуется, так называемая, зона «отдувания» с нулевой продольной скоростью. Формирование продольного течения происходит над этой зоной, и поэтому распределение скорости по сечению канала в данном случае носит струйный характер. В нашей модели реализовался именно этот тип течения. При таком течении основной (невозмущенный) поток практически не оказывает механического воздействия на стенки канала (трение равно 0).

Экспериментальные данные [5] для канала длиной 18 калибров указывают на то, что в цилиндрическом канале с нулевой скоростью на входе и с равномерным вдувом со стенок нарушение "струйного" режима может произойти не ранее, чем после сечения $(x/d_k \approx 10-12)$.

Образование встречных градиентов давления в канале под влиянием преграды в физическом эксперименте.

Для течения воздуха в проницаемом канале с закрытым торцом (установка с пористой трубой) по мере приближения к срезу канала преграды, расположенной перпендикулярно к оси канала, характерно повышение статического давления, начиная с того момента, когда H становится меньше одного диаметра канала.



На рис. 10, где приведены зависимости донного давления от расстояния преграды до среза канала, видно, что p_g остается постоянным вплоть до $\bar{H} \approx 0.5-0.6$ и возрастает при меньших $\bar{H}$. Как будет видно ниже вплоть до $\bar{H} = 0.25$ донное давление практически равняется полному давлению на оси в выходном сечении канала. Таким образом, ясно, что влияние преграды на течение в канале начинает проявляться в уменьшении осевой скорости течения вблизи выходного сечения канала при ($\bar{H} = H / d_k < 1.0$).

На рис. 11 показана трансформация профиля поля статического давления в сечении №1 ($\bar{x}=0.1$), близком к выходному сечению под воздействием приближающейся преграды. При изменении $\bar{H}$ от 1 до 0,25 давление возрастает по сечению неравномерно. Наиболее сильное возрастание давления происходит в центральной части канала, в то время как у стенки давление меняется очень слабо, причем давление монотонно уменьшается по радиусу в направлении от оси к стенке. Таким образом, профиль статического давления приобретает выпуклую форму. При дальнейшем приближении преграды к срезу канала $\bar{H} < 0.25$ происходит увеличение давления также вблизи стенки, однако форма профиля статического давления остается прежней.

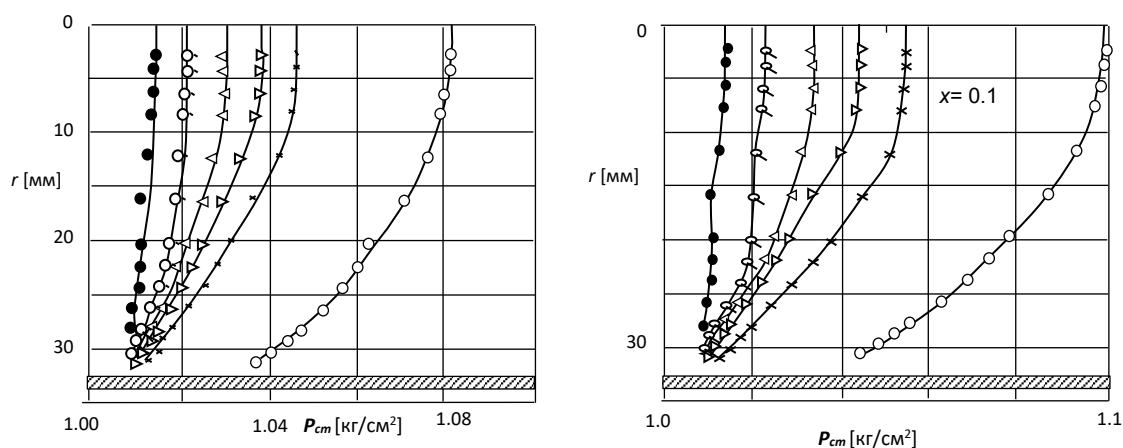
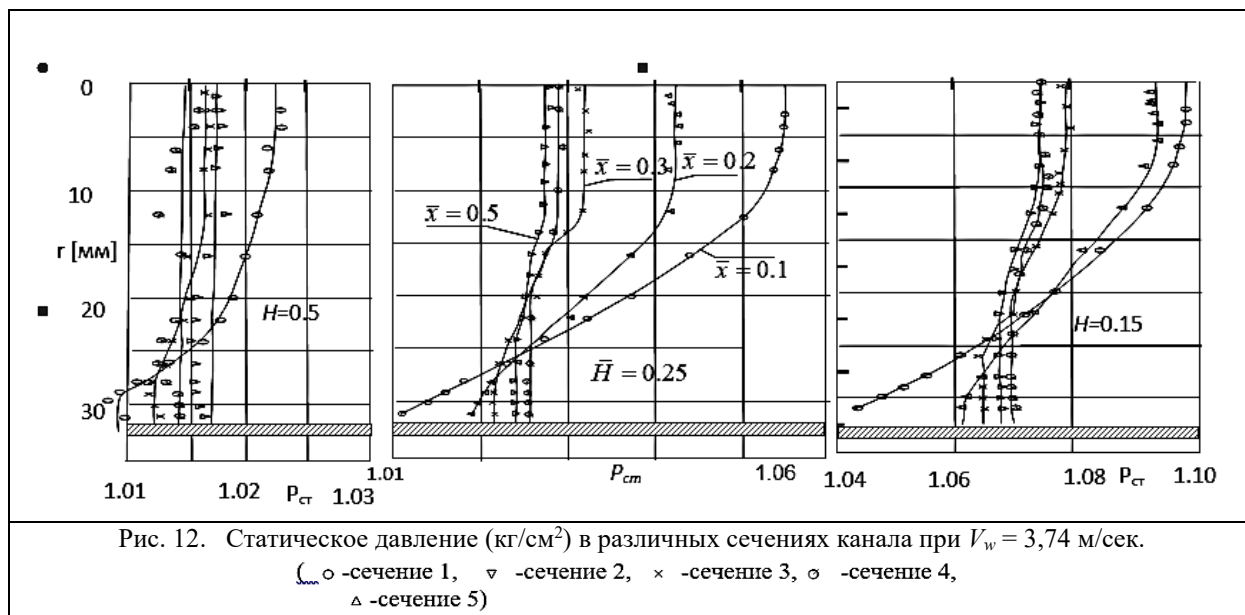


Рис.11. Статическое давление в сечении №1 ($\bar{x}=0.1$) при разных значениях параметра $\bar{H}$ (○- $\bar{H}=0.15$, ×-0.25; △-0.303; ▽-0.379; ◇-0.5; ●-0.7575)
(а) - $V_w = 3,74$ м / сек, б) - $V_w = 3,31$ м / сек) $\bar{x} = 0.1$

Для каждого фиксированного положения преграды внутри канала на некотором удалении от его среза имеется сечение, в котором статическое давление можно считать постоянным (см. рис. 11). В случае, когда положению преграды соответствует параметр $\bar{H} = 0.15$ ближайшим к срезу сечением канала, где $p_{cm}(r) \approx const$ является сечение №5, при $\bar{H} = 0.5$ - сечение №3. Этот результат подтверждает, что по мере приближения преграды к срезу канала влияние преграды распространяется на области течения в канале, более удаленные от его среза. Однако следует иметь в виду, что статическое давление в тех сечениях, где оно становится постоянным, так же, как и полное давление в этих сечениях по абсолютной величине отличаются от соответствующих давлений в невозмущенном течении. Так что указанную область нельзя относить к области абсолютно невозмущенного течения.

Вниз по течению от указанных сечений давление в канале перестает быть постоянным по радиусу (рис. 12). Профиль поля давления приобретает выпуклую форму. Причем интересно отметить, тот факт, что в центральной части потока давление повышается вниз по течению, а в области, примыкающей к стенке, оно падает.



На рис. 13, а, б представлены распределения давления вдоль оси и вдоль проницаемой стенки канала при разных положениях преграды и разных скоростях вдува. Непосредственно над поверхностью стенки вдоль всей длины канала имеет место наличие отрицательного градиента давления при всех положениях преграды, причём абсолютная величина градиента давления монотонно растет вниз по течению. По мере приближения преграды к срезу канала происходит заметное увеличение модуля отрицательного градиента давления в области, непосредственно прилегающей к выходному сечению канала, во всей остальной части канала градиент давления при этом увеличивается менее существенно.

Вдоль оси канала при наличии преграды модуль отрицательного градиента давления увеличивается только до некоторого сечения внутри канала, затем начинает убывать и вблизи выходного сечения канала градиент давления становится положительным. Точка, в которой появляется положительный градиент давления, передвигается вглубь канала при уменьшении параметра $\bar{H}$. Таким образом, внутри канала в окрестности его выходного сечения, вблизи которого расположена преграда, имеет место весьма своеобразное явление, при котором продольный градиент давления оказывается непостоянным по сечению канала, причем даже меняется направление градиента от отрицательного вблизи стенки до положительного в окрестности оси канала. На некотором удалении от стенки продольный градиент давления равен нулю.

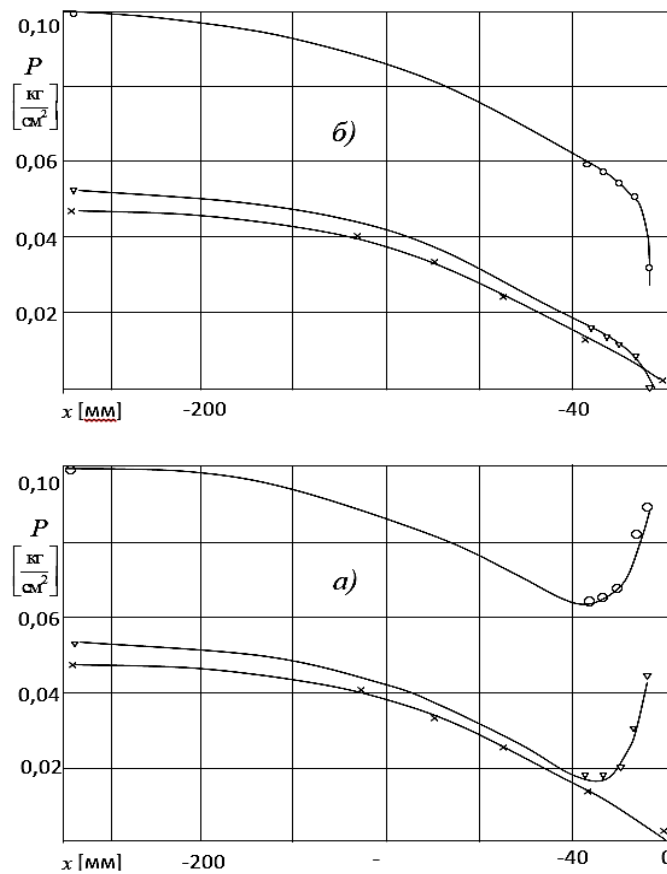


Рис.13. Изменение давления в канале:
а) вдоль оси, б) вдоль проницаемой стенки

($V_w=3.74$ м/с, $\circ - \bar{H}=0,15$, $\nabla - \bar{H}=0,25$, $\times - \bar{H}=\infty$)

Кардинальная перестройка течения перед срезом канала.

В разделе обсуждаются закономерности течений в закрытых каналах со вдувом газа через проницаемые стенки при наличии преграды вблизи выходного сечения канала, установленные на основании экспериментальных исследований в цилиндрических каналах.

Рассмотренные в предыдущем разделе изменения поля статического давления в проницаемом канале под действием преграды приводят к трансформации профилей скоростного поля невозмущенного течения. Уменьшение осевой скорости λ_0^H на выходе из канала по мере приближения преграды к срезу канала, проиллюстрированное на рис.14, является следствием возникновения положительного градиента давления вдоль оси и увеличения этого градиента с уменьшением параметра $\bar{H}$.

Функция $\lambda_0^H = f(\bar{H})$ достигает значения λ_0^∞ , соответствующего невозмущенному течению при $\bar{H} = 2.0$, хотя уже при $\bar{H} > 1.0$ отличие λ_0^H от λ_0^∞ составляет менее 1%. Совпадение профилей скорости на выходе из канала в отсутствии преграды и при $\bar{H} = 2.0$ указывает на то, что преграда, расположенная на расстоянии большем двух диаметров канала не оказывает вообще никакого влияния на течение в канале. На рис. 14 приведена также зависимость от параметра $\bar{H}$ осевой скорости λ_0^H на выходе из непроницаемого канала, поле течения в котором в отсутствии преграды имело почти прямоугольный профиль скорости (толщина пограничного слоя мала по сравнению с радиусом канала). Эта зависимость работы [82] является единственной известной из литературы зависимостью подобного рода.

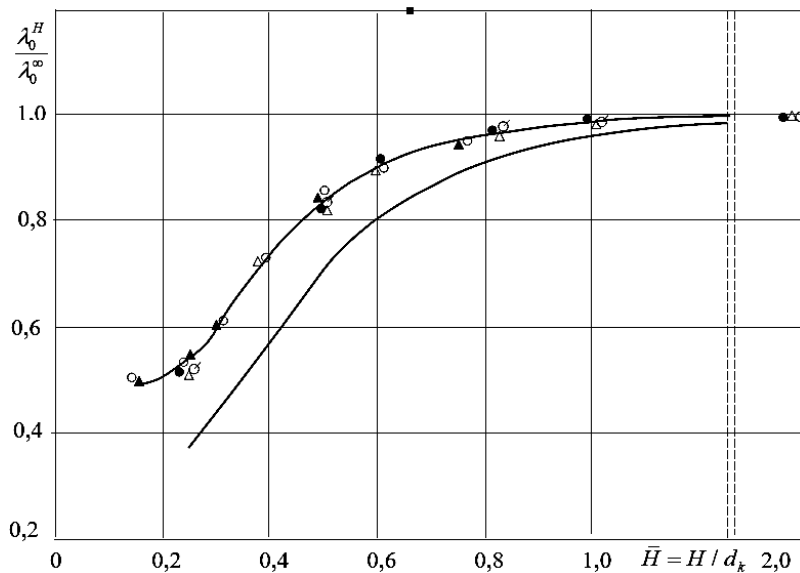


Рис. 14. Зависимость осевой скорости на выходе из канала от параметра H (для разных скоростей вдува: $\circ, \triangle, \square$ - $\bar{L}_k = 3.9$; $\bullet, \blacktriangle, \blacksquare$ - $\bar{L}_k = 4.4$); — нижняя кривая для непроницаемого канала [13].

Эффект торможения потока на оси в непроницаемом канале оказывается сильнее, чем в случае проницаемого канала со вдувом. Разная степень проявления этого эффекта в двух рассмотренных случаях объясняется, прежде всего, различием начальной относительной толщины вытеснения пограничного слоя в невозмущенном течении. В эксперименте [13] последняя величина значительно меньше и соответственно эффективный диаметр струи, истекающей на преграду больше, чем в наших экспериментах. Как видно из рис. 14, функции $\lambda_0^H = f(\bar{H})$ для двух проницаемых каналов с нулевой скоростью на входе, имеющих разные абсолютные и относительные размеры, совпадают между собой.

Трансформацию скоростного поля в поперечном сечении канала $|\bar{x}| = 0.1$, (вблизи среза канала) по мере приближения преграды к срезу канала иллюстрирует рис. 15. При $\bar{H} < 0.7$ преграда оказывает существенное влияние на течение в канале вблизи этого сечения. В центральной части канала происходит торможение газового потока и его оттеснение к стенкам, причем тем большее, чем ближе преграда установлена к срезу канала. В результате этого течение в пристеночной области ускоряется. Таким образом, в то время, как вдув оттесняет поток от стенки, влияние преграды выражается в противоположном по направлению воздействию на поток, форма профиля скоростного поля течения в закрытом канале при наличии преграды вблизи выходного сечения канала, также, как и форма профиля невозмущенного течения, не зависит от скорости вдува газа через проницаемые стенки при изменении последней в существенно дозвуковой области.

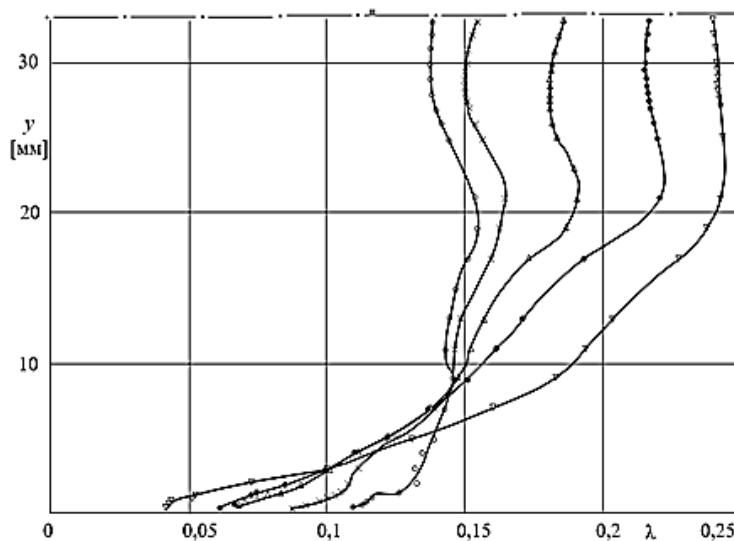


Рис. 15. Профили поля скоростей в пограничном слое на проницаемой поверхности в сечении № 1. ($V_w = 3,31$ м/сек).

$\circ$ - $\bar{H} = 0,25$ $\times$ - $\bar{H} = 0,303$ $\triangle$ - $\bar{H} = 0,379$ $\bullet$ - $\bar{H} = 0,5$ ∇ - $\bar{H} = 0,7576$

Показанные на рис. 16 профили поля продольных скоростей в разных сечениях канала, отражают с одной стороны постепенное уменьшение деформации этих профилей в глубине канала, а с другой стороны – усиление деформации при $\bar{H} = 0.15$ по сравнению с положением преграды при $\bar{H} = 0.25$ на рис.15.

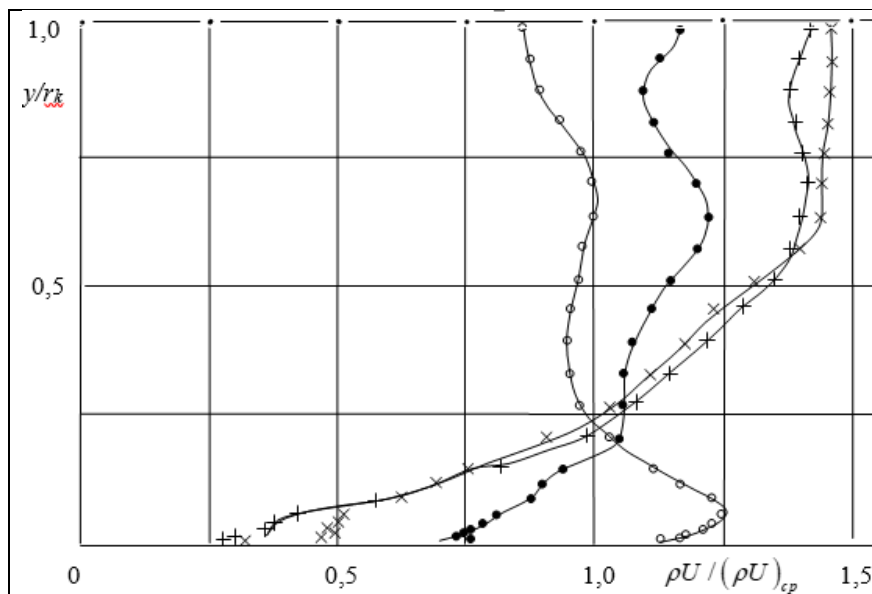


Рис.16. Деформация профилей скорости в проницаемом канале в области влияния преграды. $\bar{H} = 0.15$

○ – $\bar{x} = 0.1$; ● – $\bar{x} = 0.2$; + – $\bar{x} = 0.3$; × – $\bar{x} = 0.5$

Видно, что внутри канала на удалении от его среза равном половине диаметра канала $|\bar{x}| = 0.5$ трансформация профиля скорости значительно меньше, чем в непосредственной близости от выходного сечения. Безразмерные профили скорости, по типу приведенных на рис. 16, удовлетворительно совпадают между собой при изменении числа Маха вдува в диапазоне $0.007 \leq M_w \leq 0.013$ и числа Re на выходе из канала в диапазоне $10^5 < Re < 2 \cdot 10^5$.

Таким образом, перед срывом потока с выходной кромки канала при наличии, близко расположенной преграды, перпендикулярной к оси канала, формируется течение с характерными зонами, показанными на рис. 17.

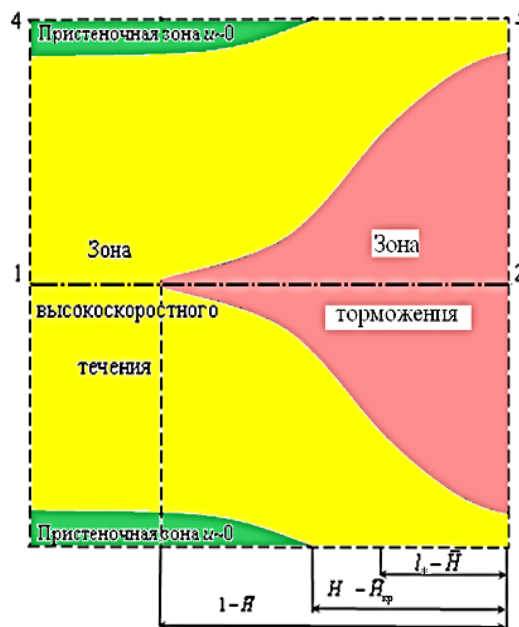


Рис. 17. Характерные подобласти течения перед срезом канала ($0 < |\bar{x}| < 1 - \bar{H}$ – область влияния преграды; $|\bar{x}| = H_{cp} - \bar{H}$ – точка «прилипания» пограничного слоя; $0 < |\bar{x}| < l_1 - \bar{H}$ – область течения типа турбулентного слоя на непроницаемой стенке; цифры 1-2-3-4 соответствуют угловым точкам на рис. 5)

Истекающий поток перед отрывом на режимах близко расположенной преграды, фактически, представляет собой кольцевую струю с двухсторонним «струйным» профилем (см. рис. 16, $\bar{x}=0.1$).

Возникновение пульсационных режимов течения в радиальной струе за срезом проницаемого канала

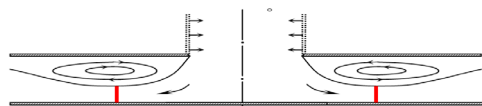
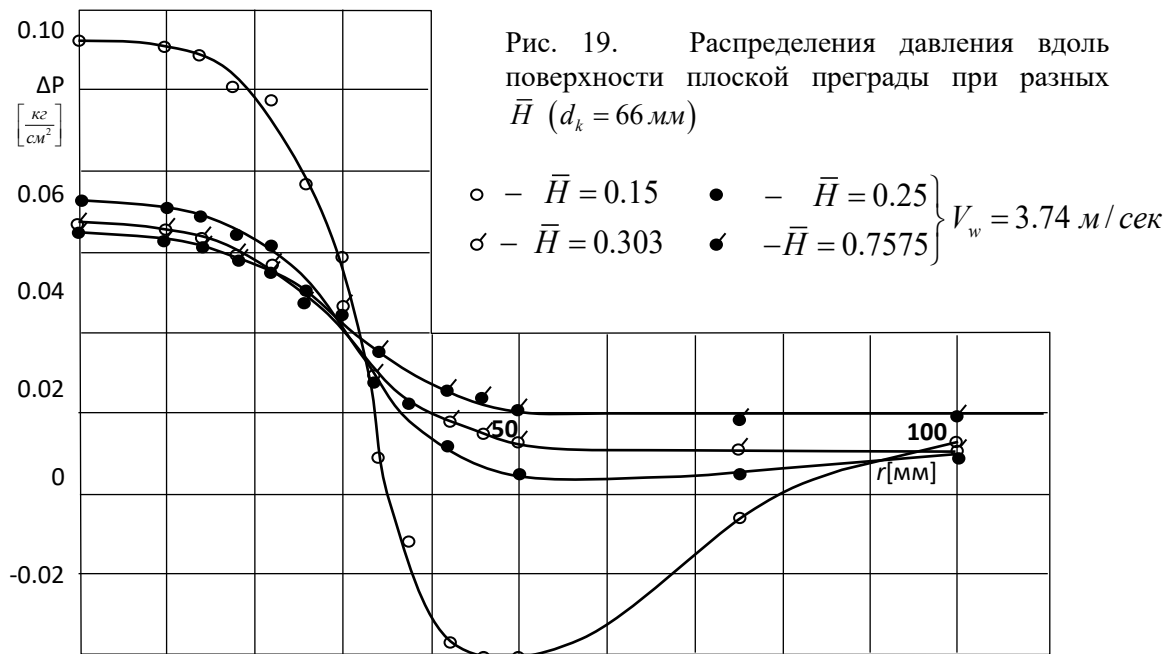


рис. 18. Область исследования

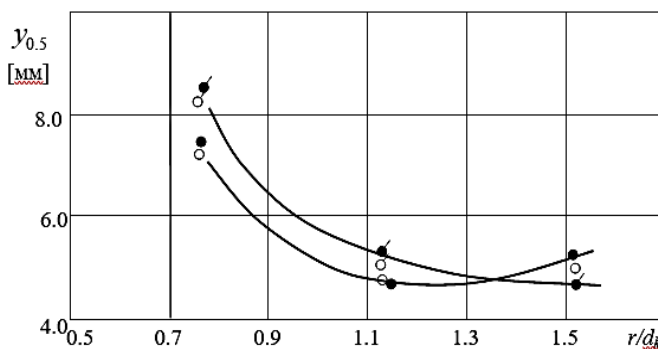
Рассматриваются вопросы устойчивости течения в пристеночной струе, растекающейся по плоской преграде при наличии твердой стенки в плоскости среза канала, поперечного подвода массы в струю и близости среза канала к поверхности преграды. (см. рис. 18). Источником постоянного расхода является течение, образованное в круглом канале только за счет вдува через его проницаемые стенки.

На рис. 19 показаны распределения статического давления вдоль преграды, расположенной перпендикулярно к истекающей из канала струе, на разных расстояниях от среза канала.



В приосевой области всегда наблюдается отрицательный градиент давления, достигающий максимальной величины при $r \approx r_k$. В области $r \geq 1.5 r_k$, при близко расположенной преграде $\bar{H} < 0.25 \div 0.3$, возникает положительный градиент давления.

На рис. 20а представлена зависимость $y_{0.5} = f(\bar{r})$, где величина $y_{0.5}$ такова, что $V(y_{0.5}) = V_{\text{max}} / 2$; Здесь проявляется эффект аномального сужения струи [9] на преграде при $\bar{H} < 0.3$ в сечении перед зоной локализации положительного градиента давления. По сути, запираение проходного сечения струи и вызывает повышение давления вверх по потоку (см. рис. 10) вплоть до донной области глухого канала. Следует иметь в виду, что минимальное сечение радиальной струи находится при $r \approx (0.75-0.8)d_k$, а не там, где наблюдается минимальное значение границы струи по координате y на рис. 20а.



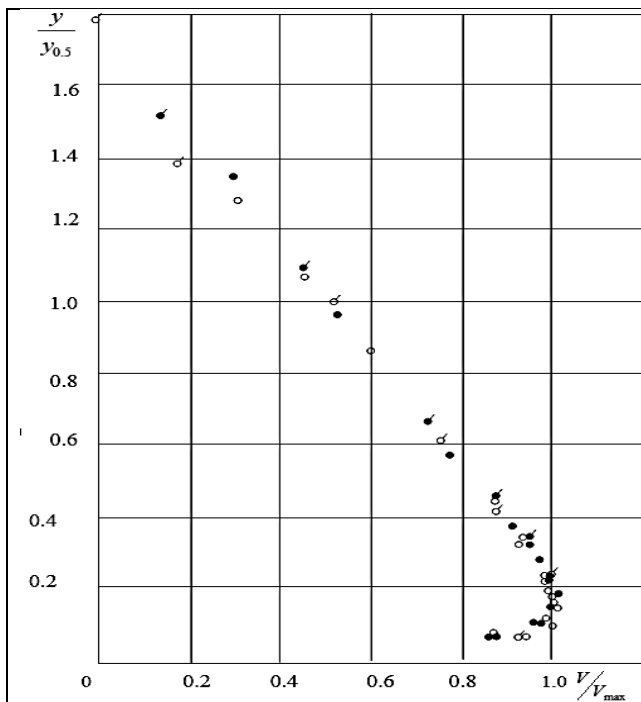


Рис. 20. Профили скорости в пристеночной струе ($V_w = 3.31 \text{ м/сек}$)

- $\circ - \bar{H} = 0.5$ } $r/d_k = 1.136$
 $\diamond - \bar{H} = 0.25$ }
 $\bullet - \bar{H} = 0.5$ } $r/d_k = 1.515$
 $\blacktriangle - \bar{H} = 0.25$ }

На рис. 20б приведены профили скорости в пристеночной струе на разных расстояниях от критической точки при $\bar{H} = 0,5$ и 0.25 . Профили скорости представлены в безразмерных координатах $V/V_{\max} = f(y/y_{0.5})$. Для $r/d_k = 1,136$ и $r/d_k = 1,515$ эти профили практически не отличаются между собой вне погранслоя так, что распределение радиальной компоненты скорости в поперечном сечении непосредственно в пристеночной струе над пограничным слоем можно считать универсальным. Этот результат относится к рассмотренной области, включая, по крайней мере, начальный участок, где за минимальным сечением струи начинается её расширение под воздействием положительного градиента давления. Выше $y/y_{0.5} = 1.8$ локализуется возвратное течение в циркуляционной зоне.

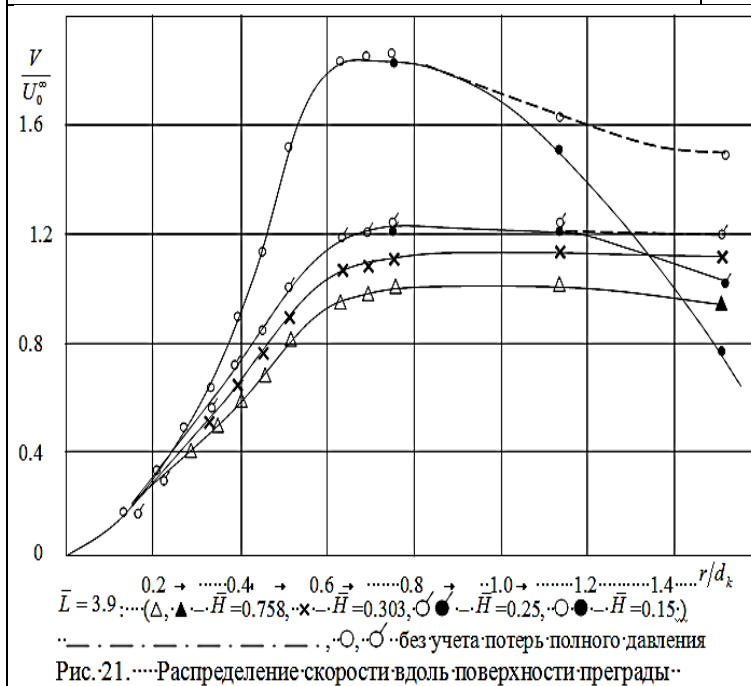


Рис. 21. Распределение скорости вдоль поверхности преграды

Как видно на рис. 21, максимальная скорость в пристеночной струе на границе погранслоя достигается в сечении при $r \approx 0.75d_k$, т.е. в минимальном сечении струи. В области после минимального сечения скорость на границе погранслоя уменьшается под воздействием положительного градиента давления. Следует отметить, что в случае каналов, имеющих разные диаметры и различные относительные удлинения, при одинаковом относительном удалении преграды от среза канала распределения скорости в пристеночной струе $V/U_0^{\infty} = f(r/d_k)$ (см. рис. 21) подчиняются единому закону, который не зависит от скорости вдува и следовательно от числа Рейнольдса во всем исследованном диапазоне изменения этого параметра: $10^4 < Re < 2 \cdot 10^5$.

Таким образом, при заданных граничных условиях распределение скорости на границе пограничного слоя вдоль поверхности преграды $\bar{V} = f(\bar{r})$ определяется одним параметром $\bar{H}$. На профилях скорости непосредственно в пограничном слое, показанным на рис. 22, можно с одной стороны фиксировать турбулентный характер течения по аппроксимации степенным распределением (1/7), с другой – усмотреть перегиб, возникающий под воздействием положительного градиента давления, особенно при $\bar{H} = 0.15$.

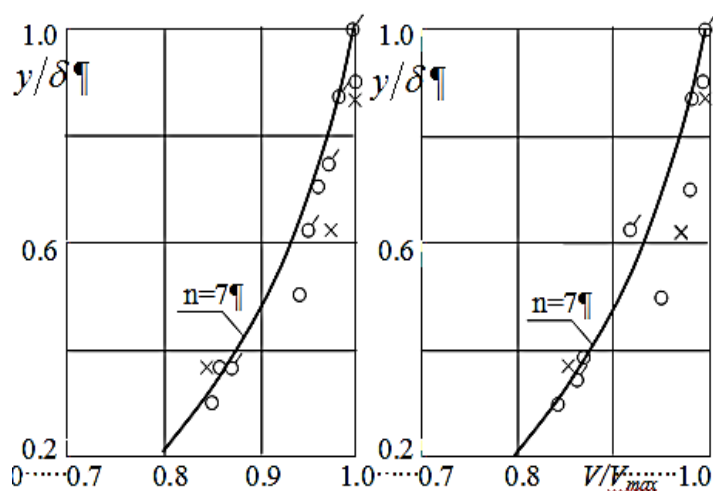


Рис. 22. Профили скорости в погранслое на поверхности преграды
 $\circ$ - $\bar{H} = 0.15$, $\diamond$ - $\bar{H} = 0.25$, $\times$ - $\bar{H} = 0.5$

Поскольку из-за небольшой толщины погранслоя измерения не были достаточно подробными, дальнейший анализ проводится на основании расчетных исследований. Как в физическом эксперименте с помощью термопары, так и в численном эксперименте на основе уравнений Навье-Стокса в области течения обнаружены периодические колебания газодинамических параметров по времени относительно своих средних значений при постоянном расходе.

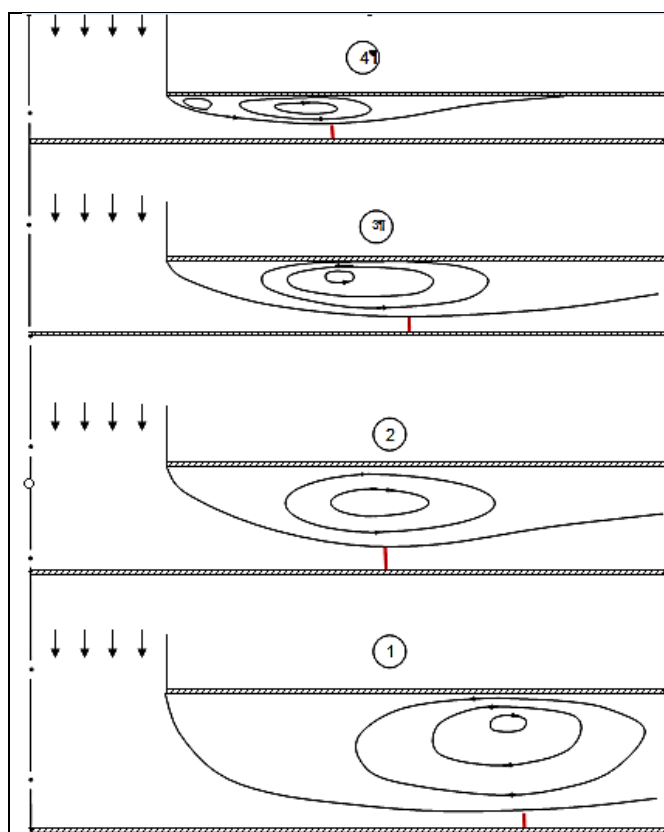


Рис.23. Картина течения в радиальном зазоре между поверхностями преграды и стенки, расположенной в плоскости среза канала (1 - $\bar{H} = 0.5$; 2 - 0.38 ; 3 - 0.25 ; 4 - 0.15),

■ - осреднённая по времени локализация минимальной ширины струи

В области между границей пристеночной струи и стенкой, расположенной в плоскости среза канала, при малых значениях параметра $\bar{H}$ образуется вихревое течение (рис. 23). Совершенно естественно, что еще даже при не очень больших числах Re это течение является неустойчивым и следует ожидать, что зафиксированные колебания являются следствием периодического процесса в вихревой зоне. (локализация минимальной ширины струи не совпадает с локализацией минимального сечения струи).

Интересно наблюдать эволюцию возникновения возвратных течений при возрастания числа Re в области фиксированной геометрии, показанной на рис. 24. При совсем малых Рейнольдсах $Re < 10^1$ имеет место однонаправленное симметричное стационарное течение, напоминающее течение Пуазейля с убывающей скоростью из-за, увеличивающейся площади поперечного сечения радиального канала с плоско-параллельными стенками.

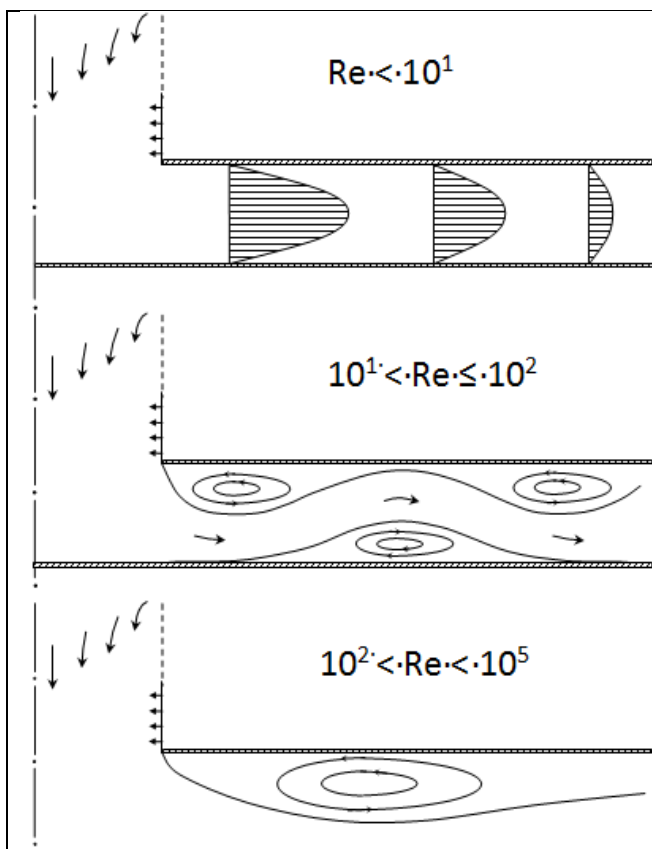


Рис. 24 Картина течения в зазоре между поверхностями преграды и стенки, расположенной в плоскости среза канала при разных числах Рейнольдса.

При увеличении числа Рейнольдса возникают циркуляционные зоны на одной и другой плоскопараллельных стенках. В нижней части диапазона $10^1 < Re \leq 10^2$ такое течение является даже стационарным. Радиальная струя обтекает циркуляционные зоны по змеевидной траектории. В изометрии картина течения изображена на рис. 25.

При числах Рейнольдса $Re \geq 10^2$ устанавливается «стабильно» неустойчивое течение с одной циркуляционной зоной и периодическими колебаниями всех газодинамических величин во всей области течения при постоянном расходе газа, подающемся через проницаемые стенки канала. Колебательный процесс является следствием периодического процесса в циркуляционной зоне, проявленного в изменении её размера и соответствующего периодического изменения ширины струи в минимальном её сечении (см. рис. 26).

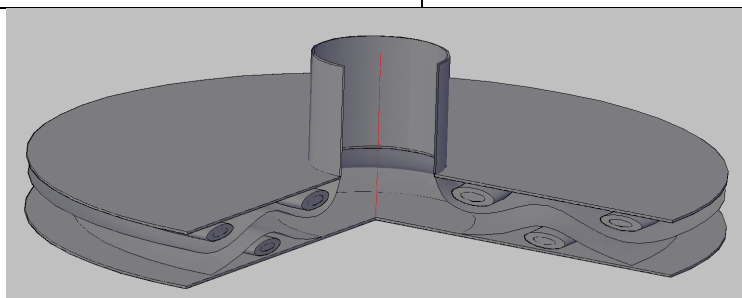


Рис. 25 Структура торообразных вихрей вокруг импактной струи

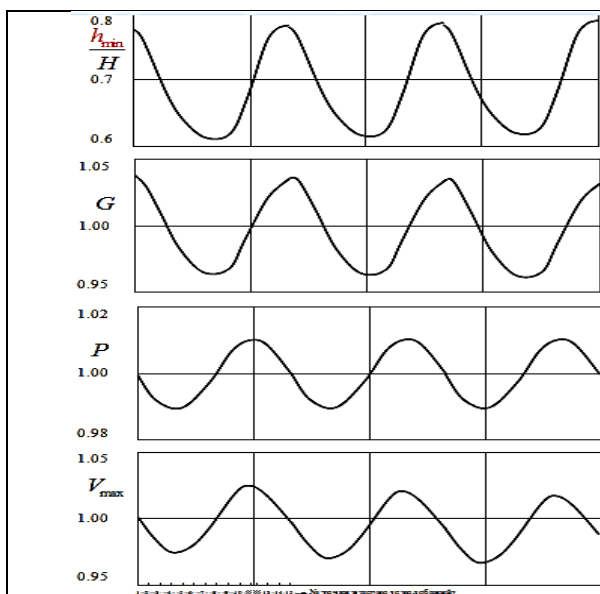


Рис. 26. Колебания параметров течения

Происходит периодическое запирание проходного сечения и сжимаемая среда накапливается выше по течению, что приводит, в том числе, к расходным колебаниям при постоянном расходе, поступающем в канал.

На рис. 26. показаны колебания параметров течения при $\bar{H} = 0.5$ за 3 периода. (h_{min} – минимальная ширина струи, обозначенная риской $\blacksquare$ на рис.18, G – относительный расход газа, P – безразмерное давление, V_{max} – относительная максимальная скорость в струе). Наблюдается сдвиг по фазе на четверть периода в колебаниях поперечного размера струи и газодинамических параметров.

Исследования течения в вихревой зоне детализируют его периодический характер. На рис. 27а,б показаны расчетные эпюры скорости в вихревой зоне при обтекании преграды плоской струей для 15-ти моментов времени в течение одного периода, обозначенных пронумерованными рисками на рис. 26. Здесь за начало периода принят момент 1, когда вихрь локализован в замкнутой области и его интенсивность настолько мала, что эту область можно рассматривать как застойную зону. В этот момент времени пристеночная струя имеет минимальное сечение на расстоянии $\sim 0,8$ ширины канала от критической точки. Ниже по течению от минимального сечения струя постепенно расширяется так, что уже на некотором расстоянии от выхода занимает все сечение зазора между поверхностью преграды и стенки, расположенной в плоскости среза канала.

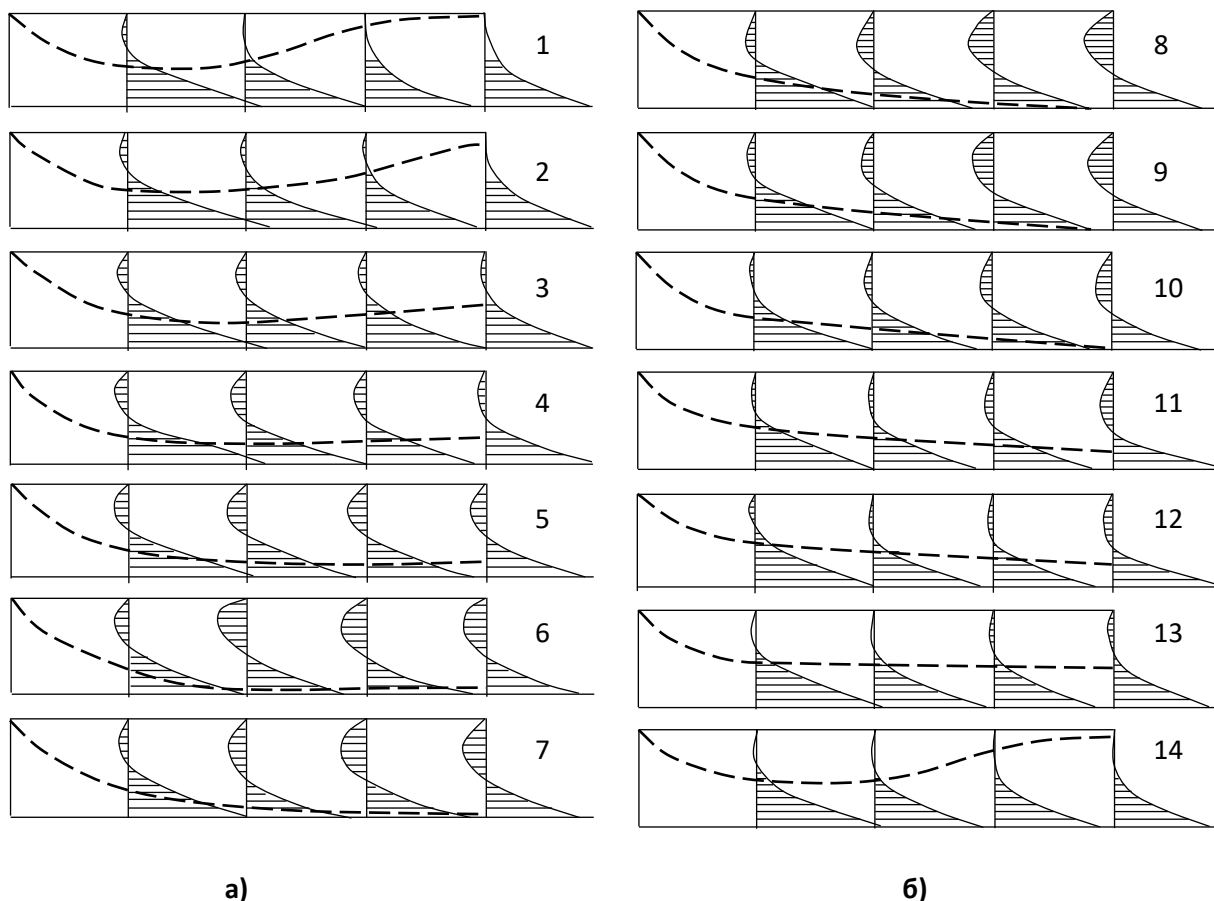


Рис. 27. Профили скорости в вихревой зоне течения в разные моменты времени одного периода колебаний (№№ точек 1-14, см. рис.26), (— — — — — граница пристеночной струи.)

В дальнейшем происходит увеличение интенсивности вихря и увеличение как продольного, так и поперечного его размеров. Этот процесс сопровождается поджатием пристеночной струи практически на всей длине, хотя и не в одинаковой степени. Минимальное сечение пристеночной струи перемещается со временем вниз по течению и в середине периода (моменты 7 и 8), когда вихрь имеет максимальную интенсивность и максимальный размер, оказывается в выходном сечении области.

Для второй половины периода характерно уменьшение интенсивности вихревого течения и сужение зоны этого течения, вызванное расширением пристеночной струи на всем протяжении вдоль преграды; при этом продолжительное время пристеночная струя имеет минимальную ширину в выходном сечении. Происходит как бы выдавливание вихря из области между границей струи и стенкой, расположенной в плоскости среза канала. Картины течения для начального и конечного моментов (1 и 14) периода совпадают. По данным приведенным на рис. 26 можно судить о корреляции параметров течения в пристеночной струе при изменении последних во времени, вызванных колебательным процессом в вихревой зоне.

Измерения пульсаций скорости в вихревой зоне ($\bar{H} = 0.5$) показали, что доминирующая частота пульсаций остается постоянной $\nu = 200 \text{ гц} \pm 30 \text{ гц}$ при изменении среднерасходной скорости в широком диапазоне

($10^4 < Re_d < 2 \cdot 10^5$). Безразмерная частота, определяемая как число Струхала $Sh = \frac{T \cdot a}{L} = \frac{\lambda}{L}$, рассчитанное по

скорости звука (где T-период колебания, L-наибольшая длина области от начального до выходного сечения) принимает значения при численных расчетах течения равные:

$Sh_1 = 4,98$ (OA=2,5, OK=3, CN=1) – плоский случай

$Sh_2 = 2,86$ (OA=4,0, OK=1,9, CN=1) – плоский случай

$Sh_3 = 2,94$ (OA=6,5, OK=4,0, CN=0,5) – осесимметричный случай

Значения безразмерной частоты, полученные в экспериментах и расчетах близки между собой. Экспериментальная камера, включающая в себя закрытый канал и систему двух стенок, нормальных к оси канала, работает, как криволинейный резонатор. В результате чего периодичность процесса вихреобразования, а вместе с ним и колебания газового объема приобретают частоту близкую к одной из собственных частот криволинейного газового объема подобно тому, как в одномерном случае для трубы, закрытой с одного конца, в которой образуется плоская стоячая волна с пучностью на закрытом конце трубы и узлом давления на открытом конце низшая гармоника собственных колебаний равна $Sh = 4$.

Таким образом, величины безразмерной частоты колебательного процесса в исследуемой области течения, полученные экспериментально и теоретически при варьировании геометрических размеров области, дают представление о собственных частотах криволинейных каналов с поперечным разворотом и режимах потери устойчивости течения в таких областях. Понятно, что вязкость при малых числах Re оказывает демпфирующее воздействие на колебательный процесс, однако уже при числах Рейнольдса $Re \geq 10^2$ в системе глухого проницаемого канала с Т-образной областью за срезом канала устанавливается «стабильно» неустойчивое течение с периодическими колебаниями всех газодинамических величин при постоянном расходе газа, подающемся через проницаемые стенки канала. С увеличением Re влияние вязкости уменьшается и при достаточно больших числах Re колебания становятся незатухающими, как это имело место в физическом эксперименте.

Возникновение вторичных течений при развороте струи в предсопловом объеме

Рабочая модель, представленная на рис.4а, предназначалась для экспериментального исследования течений в предсопловых объемах с наклонными газоходами с проницаемыми стенками. Проточный тракт представляет собой цилиндрический канал и осесимметричное сопло, соединенные предсопловым объемом в виде скошенного цилиндра. Измерения производились через дренажные отверстия по контуру продольного сечения на рис 28а и на окружностях в плоскостях среза канала и входа в сопло с помощью трубок Пито. Визуализация течения осуществлялась с помощью масляных отпечатков на стенках и на пластине, устанавливаемой в продольном сечении предсоплового объема (см. рис. 28а) и, частично, в дозвуковой части сопла.

Профиль продольной скорости в выходной области канала имеет косинусоидальную форму (см. рис. 7, 9). В предсопловом объеме происходит пространственный разворот струи на угол 35° и под действием момента центробежных сил (большая сила на оси в плоскости симметрии, где скорость максимальна, и малая центробежная сила на границах струи в перпендикулярной плоскости) поток в струе разваливается на два парных вихря со спиралевидными линиями тока.

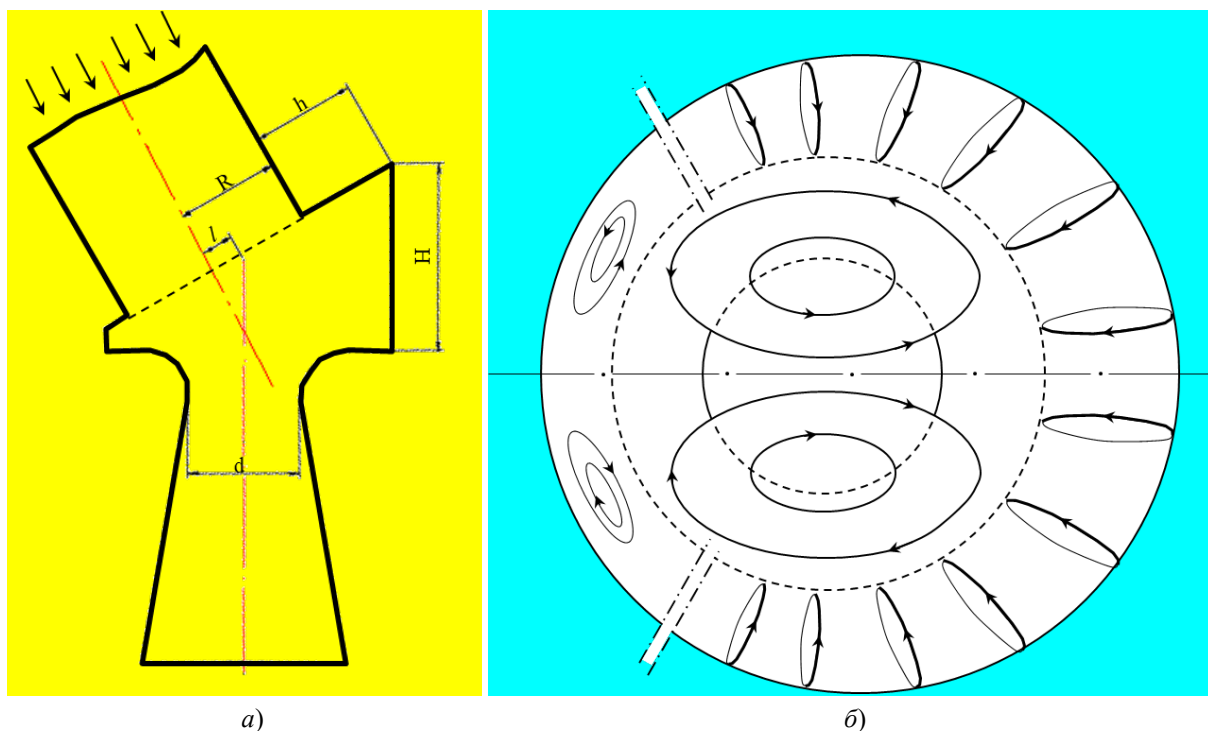


Рис. 28. Картина течения с подковообразным и парным вихрем

Имеет место, т.н., эффект Дина [15]. Между границей вторичного течения в струе и стенками предсоплового объема образуется подковообразный вихрь, показанный на рис. 28б. Такая структура по своей природе приводит к потере гидродинамической устойчивости и возникновению пульсационного режима течения.

Заключение

Проанализирована эволюция неустойчивости течения в связи с отрывом и структурной перестройкой в дозвуковом струйном потоке, взаимодействующем с препятствиями при различных числах Рейнольдса при постоянном расходе. Установлено, что уже при малых числах Рейнольдса $Re_d \geq 10^2$ в системе глухого пронизаемого канала с Т-образной областью за срезом канала возникает «стабильно» неустойчивое течение с периодическими колебаниями всех газодинамических величин при постоянном расходе газа, подающемся через пронизаемые стенки канала. Аналогичная картина потери гидродинамической устойчивости имеет место и при не осесимметричном развороте струи в частном случае разворота на 35° (но имеющим очевидную общность) в условиях дополнительного возмущающего фактора в виде момента центробежных сил.

ЛИТЕРАТУРА

1. Варапаев В.Н., Ягодкин В.И. Об устойчивости течения в канале с пронизаемыми стенками. Изв. АН СССР, МЖГ, 1969, №5, с.91-95.
2. Hartmann J. On a new method for the generation of sound waves. Phys. Rev., 20, №.6, 719 (1922).
3. Goryainov V.A., Mirin S.V, Rijov Yu.A. The Influence Of Thermodynamic Disturbance On Gas Jet Structure. Int. School-seminar" Nonequilibrium Processes and Their Applications", contribut. papers-ANK. Luikov Heat and Mass Transfer Institute BAS, Minsk, 1994. p.72-75.
4. Горайнов В.А. Регулирование неравновесных процессов в сверхзвуковых газодисперсных струях. III Международная конференция по неравновесным процессам в соплах и струях, Истра-Москва, 2000, с.131-134.
5. Reuben M. Olson, E. R. G. Eckert, Experimental Studies of Turbulent Flow in a Porous Circular Tube With Uniform Fluid Injection Through the Tube Wall, J. Appl. Mech. Mar 1966, 33(1): 7-17 (11 pages).
6. Олсон Р., Эккерт Э. Экспериментальное исследование турбулентного течения в пористой трубе с равномерным вдувом газа через стенку. Труды американского общества инженеров механиков, серия Е, Прикладная механика, № 1, 1966.
7. Goryainov V.A. Origins of circulating zones in free supersonic jets, CFD Journal, v.10, №3, 2001, p. 396-401.

8. Горяйнов В.А. О возможности реверса течения в свободных сверхзвуковых струях. Математическое моделирование, 2003, т. 15, №7, с.121-127.
9. Горяйнов В.А., Недиссипативные механизмы возбуждения автоколебаний в потоках с λ - конфигурацией ударных волн, Известия вузов, Физика, т. 47, №:10, 2004, с.47-60.
10. Горяйнов В.А., Аномальные свойства импактной струи с кольцевыми вихрями в узком радиальном канале, Труды XXIII Всероссийского семинара по струйным, отрывным и нестационарным течениям, Томск-2012, с. 31-33.
11. Варапаев В.Н., Ягодкин В.И. Непараллельные течения в каналах с проницаемыми стенками и исследование их гидродинамической устойчивости с помощью обобщённого уравнения Орра-Зоммерфельда. Вестник МГСУ, 2006, №3, с.62 – 78.
12. Теленин Г.Ф., Шитова Л.Д. Гидродинамика каналов с проницаемыми стенками, в кн. Аэромеханика и газовая динамика, М.: Наука, 1976. с.76-123.
13. Свириденков А.А., Ягодкин В.И. О течениях в начальных участках каналов с проницаемыми стенками. – Изв. АН СССР. МЖГ, 1976, №5, с.43-48.
14. Brady G., Ludwig G. Theoretical and experiment studies of impinging Uniform jets. J. Amer. Helicop. Soc., 1963 № 2.
15. Горяйнов В.А. Возникновение возвратных течений в сверхзвуковых сдвиговых течениях. Тезисы докладов XXV семинара по струйным, отрывным и нестационарным течениям. Изд: БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова, 2018, с.77-78.
16. Dean, W.R. Note on the Motion of Fluid in a Curved Pipe. The London, Edinburgh and Dublin philosophical magazine and journal of science. 1927, 4 (20): 208-223.

ВЛИЯНИЕ МЕЖФАЗНОГО НАТЯЖЕНИЯ НА ДИНАМИКУ ОСЦИЛЛИРУЮЩЕЙ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА ДВУХ ЖИДКОСТЕЙ

В.В. Дьякова, О.А. Власова, В.Г. Козлов

Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, Пермь

Динамика осциллирующей границы раздела двух маловязких несмешивающихся жидкостей различной плотности изучается в плоском вертикальном канале. Эксперименты проводятся в прямоугольной кювете с щелевым зазором, образованным двумя оргстеклянными пластинами. Толщина зазора в экспериментах составляет $d = 0.23$ см, ширина $L = 7.45$ см и высота $H = 11.50$ см. Канал заполняется парой жидкостей так, что их межфазная граница горизонтальна и находится в средней части канала. Кювета подключается к гидравлическому контуру, который обеспечивает гармоническое колебательное движение жидкостей в канале. В качестве рабочих рассматриваются пары жидкостей: силиконовое масло ПМС-0.65 – флуоринерт FC-40 (относительная плотность $\rho = \rho_1/\rho_2 = 0.42$, коэффициент межфазного натяжения $\sigma = 2.3$ мН/м), вода с добавлением ПАВ – флуоринерт ($\rho = 0.54$, $\sigma = 20$ мН/м), подкрашенная пищевым красителем вода – флуоринерт ($\rho = 0.54$, $\sigma = 51$ мН/м). В ряде экспериментов для визуализации течений, возникающих вблизи границы раздела, в верхнюю легкую жидкость добавлены частицы визуализатора диаметром 40 мкм, которые в поле силы тяжести оседают и собираются вблизи межфазной границы.

В отсутствие колебаний тяжелая жидкость (флуоринерт) занимает устойчивое положение в нижней части канала, легкая жидкость – в верхней. При малых колебаниях жидкостей в канале межфазная граница совершает симметричные менисковые колебания, смещаясь в верхнюю и нижнюю жидкости на одинаковую глубину, контактная линия при этом не смещается. С увеличением амплитуды колебаний жидкости, прокачиваемой через канал, размах колебаний Δ всех точек межфазной поверхности монотонно увеличивается. При достижении критического значения размаха вертикальных колебаний жидкости наблюдается пороговое возбуждение параметрических колебаний межфазной границы в виде стоячей волны. В зависимости от параметров эксперимента волна совершает колебания с частотой, равной частоте поршневых колебаний жидкостей (синхронные колебания), или с вдвое меньшей частотой (субгармонические колебания).

Экспериментально обнаружено, что одним из параметров, определяющих неустойчивость, является величина межфазного натяжения жидкостей σ . Так, синхронный отклик был обнаружен в экспериментах с парой жидкостей флуоринерт – вода ($\sigma = 51$ мН/м) [1]. На осциллирующей границе раздела пороговым образом возбуждалась гармоническая стоячая волна, синхронизированная с поршневыми колебаниями столба жидкости в канале. В фазе максимального смещения границы раздела ее профиль представляет собой систему холмов, расположенных друг от друга на некотором расстоянии (рис. 1, а). В противоположной фазе колебаний профиль границы раздела имеет симметричный вид (рис. 1, б). Пространственный период стоячей волны значительно превосходит толщину слоя и определяется частотой колебаний жидкости. Обнаруженная неустойчивость имеет гравитационно-капиллярную природу и аналогична гармоническим волнам Фарадея, которые совершают колебания с частотой вынуждающей силы.

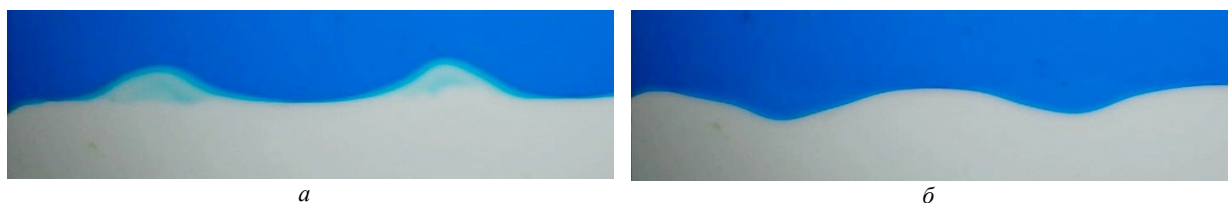


Рис. 1. Профиль границы раздела жидкостей флуоринерт – вода ($\sigma = 51$ мН/м) в крайних фазах колебаний

В экспериментах с парой жидкостей с малым коэффициентом межфазного натяжения ($\sigma = 2.3$ мН/м) обнаружено пороговое возбуждение параметрических колебаний межфазной границы, которые происходят с частотой вдвое меньшей частоты колебаний жидкости в канале (субгармонические колебания). В фазе максимального смещения граница раздела принимает форму синусоиды (рис. 2, а). Через период поршневых колебаний холмы и впадины меняются местами (рис. 2, б). Отметим, что количество длин волн в экспериментах «подстраивается» под ширину канала. Существуют узкие диапазоны частот, в которых длина стоячей волны практически не изменяется. С увеличением частоты поршневых колебаний жидкости в канале пространственный период неустойчивости уменьшается дискретным образом.

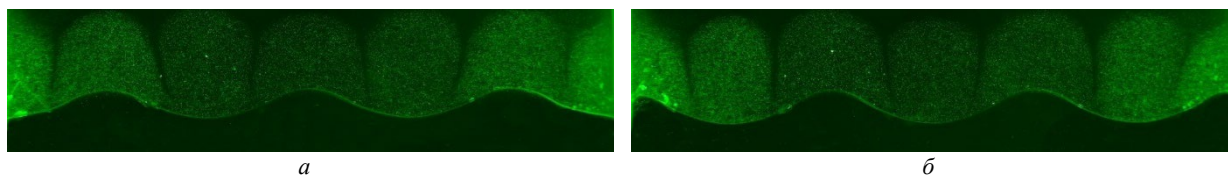


Рис. 2. Профиль границы раздела жидкостей силиконовое масло – флуоринерт ($\sigma = 2.3$ мН/м) через период колебаний

В экспериментах с парой жидкостей, коэффициент межфазного натяжения которых принимает промежуточное значение $\sigma = 20$ мН/м, были обнаружены как синхронные, так и субгармонические колебания границы. При малых амплитудах колебаний столба жидкости стоячая волна совершает синхронные колебания, а с увеличением амплитуды происходит пороговое возбуждение субгармонических колебаний границы раздела. Обнаружено, что с увеличением амплитуды поршневых колебаний жидкостей в канале при фиксированной частоте наблюдается монотонный рост амплитуды колебаний границы раздела, пространственный период стоячей волны при этом не изменяется. Дополнительные эксперименты, проведенные в прямоугольной кювете с щелевым зазором толщиной $d = 0.38$ см, показали, что пространственный период стоячей волны не зависит от ширины канала.

Показано, что обнаруженные параметрические и синхронные колебания имеют схожую природу. Сравнение результатов эксперимента с классическим дисперсионным соотношением для границы раздела невязких жидкостей [2] указывает на гравитационно-капиллярную природу возбуждаемых в эксперименте колебаний межфазной границы. При этом субгармонические колебания наблюдаются в области гравитационных волн, когда силы поверхностного натяжения малы, а в области капиллярных волн наблюдается возбуждение синхронных стоячих волн.

Обнаруженные параметрические колебания границы генерируют осредненные вихревые течения вблизи осциллирующей межфазной границы в виде системы согласованно вращающихся вихрей, оси вращения которых ориентированы перпендикулярно плоскости канала. На рис. 2 показаны фотографии границы раздела и распределения частиц визуализатора, которые увлекаются течениями и (освещенные зеленым лазером) вырисовывают область осредненных вихревых потоков жидкости вблизи границы. Продольный и поперечный размеры вихревых структур определяются длиной стоячей волны. Осредненные вихревые течения возникают по обе стороны от межфазной поверхности, а их форма незначительно изменяется в ходе колебаний.

Работа выполнена при поддержке Российского Научного Фонда (проект 23-11-00242).

ЛИТЕРАТУРА.

1. V.G. Kozlov, O.A. Vlasova, V.V. Dyakova. Stability of the interface of liquids oscillating in a vertical flat channel. *Interfacial Phenomena and Heat Transfer*, 2024, V. 12, № 1.
2. L.D. Landau, E.M. Lifshitz. *Fluid Mechanics*. Butterworth-Heinemann, 1987, V. 6.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ОТСОЕДИНЕННЫХ РЕШЕНИЙ В НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧАХ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ НАВЬЕ-СТОКСА

Н.М. Евстигнеев

Федеральный исследовательский центр «Информатика и Управление» Российской Академии Наук
(ФИЦ ИУ РАН)

Рассмотрим систему уравнений Навье-Стокса, записываемую в операторном виде:

$$\mathbf{F}(\mathbf{u}, R) = 0,$$

где $\mathbf{u}$ — вектор решений, лежащий в некотором пространстве $\mathbf{B}$ а R — некоторый параметр, определяющий характер решений (например число Рейнольдса). Будем называть множество стационарных решений **соединенными**, если их бифуркационная диаграмма на множестве $(\mathbf{B} \times R)$ является непрерывной (но необязательно односвязной). В противном случае множество решений называем **отсоединенным**.

Более подробно о данных вопросах изложено в работах [1-3]. Пример отсоединенных решений для задачи А.Н. Колмогорова показан на рисунке 1.

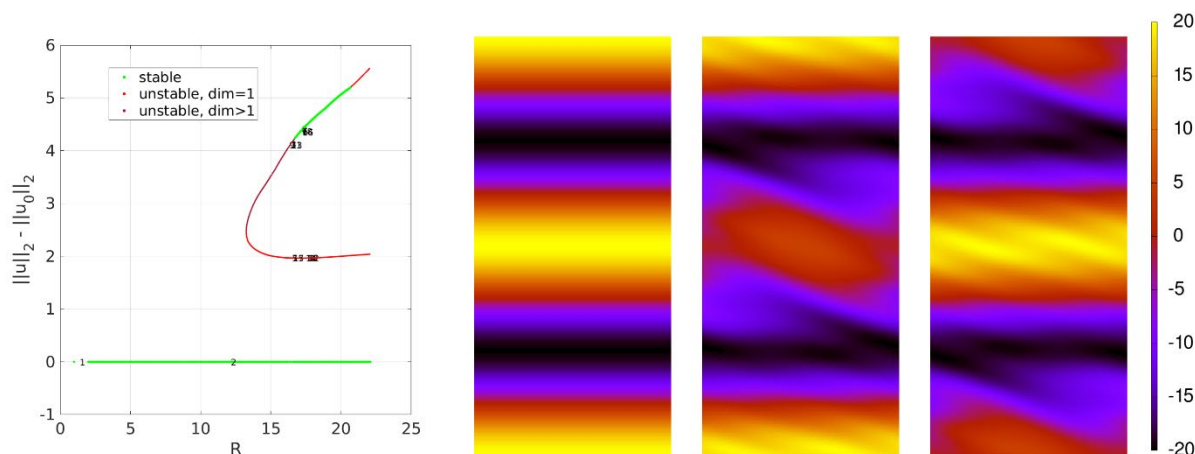


Рисунок 1. Бифуркационная диаграмма стационарных отсоединенных решений для задачи А.Н. Колмогорова и визуализация изолиниями $rot(u)$ несколько одновременно существующих линейно устойчивых решений при $R=17$.

В данном случае на диаграмме u_0 является базовым решением задачи (асимптотическая устойчивость которого доказана Л.Д. Мешалкиным и Я.Г. Синаем [4], показано вторым рисунком слева) и раннее неизвестные отсоединенные стационарные решения (третий и четвертый рисунок слева), линейно устойчивые в некотором диапазоне чисел Рейнольдса. Видно, что множество решений имеет несколько (в данном случае 5) одновременно существующих устойчивых точек, в которые система может перейти в зависимости от заданных начальных условий. Такая ситуация обычно носит название мультиустойчивости. При этом могут существовать условия, когда все эти точки теряют устойчивость с образованием хаотического поведения траектории, наблюдаемом при численном моделировании.

В докладе рассматривается несколько 2D и 3D пространственных задач на уравнения Навье-Стокса, где численно проводится поиск отсоединенных решений и оценивается влияние найденных стационарных и периодических отсоединенных решений на поведение решения системы при больших числах Рейнольдса, когда устойчивость данных найденных решений теряется и численное моделирование демонстрирует неустойчивое поведение траектории.

Работа выполнена при поддержке гранта Российского Научного Фонда № 23-21-00107.

ЛИТЕРАТУРА.

1. P.E. Farrell et.al. Deflation Techniques for Finding Distinct Solutions of Nonlinear Partial Differential Equations. In: SIAM Journal on Scientific Computing, vol. 37, issue 4, pp. A2026-A2045.
2. N.M. Evstigneev, (2019). On the convergence acceleration and parallel implementation of continuation in disconnected bifurcation diagrams for large-scale problems. In: Communications in Computer and Information Science, pages 122-138. vol 1063.
3. N.M. Evstigneev, (2021). Deflation of Periodic Orbits in Large-Scale Systems: Algorithm and Parallel Implementation. In: Communications in Computer and Information Science, pages 76-91, vol 1437.
4. L.D. Meshalkin, Ia.G. Sinai, Investigation of the stability of a stationary solution of a system of equations for the plane movement of an incompressible viscous liquid.//Journal of Applied Mathematics and Mechanics, Volume 25, Issue 6, 1961, Pages 1700-1705.

Экспериментальная отработка методов измерения поля скорости в потоке сжимаемого газа

И.А. Загайнов, С.С. Попович, К.С. Егоров
НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Панорамные (полевые) методы измерений, в отличие от традиционных (термоанемометр, лазерная доплеровская анемометрия и др.), обладают рядом преимуществ. Например, они позволяют измерять мгновенные распределения физических величин, выявлять в потоке когерентные структуры, исследовать нестационарные потоки и быстротекающие процессы [1]. Наиболее известным среди панорамных методов является анемометрия по изображениям частиц PIV (Particle Image Velocimetry).

Метод PIV – это оптический метод измерения мгновенных полей скорости газа в выбранном сечении потока. Импульсный лазер создает тонкий световой нож и освещает мелкие частицы - трассеры, взвешенные в исследуемом потоке. Положения частиц в момент двух последовательных вспышек лазера регистрируются на два кадра цифровой камеры. Скорость потока определяется расчетом перемещения, которое совершают частицы за время между вспышками лазера. Определение перемещения основано на применении корреляционных методов к трассерным картинкам, с использованием регулярного разбиения на элементарные области.

Для повышения точности измерений набирается статистика измерений из десятков и сотен таких кадров, в результате получаются векторные поля скорости практически во всей области измерения. Для автоматизации процесса обработки серии кадров используется кросс-корреляционный метод, позволяющий оцифровать каждый кадр по яркости элементов (частицы-фон) и в результате получить комбинацию всех возможных совпадений для всех частиц на каждом втором кадре. При этом, шумовой пик, отвечающий за реальное перемещение частиц, будет выше всех остальных пиков, отражающих другие возможные перемещения частиц из первого кадра во второй.

В рамках работы представлено применение 2D2C-PIV (двумерной двухкомпонентной) системы в исследовании задач термогазодинамики сверхзвуковых потоков (Рис. 1). Исследования проводятся на сверхзвуковой аэродинамической установке AP-2 [2-4] для исследования газодинамики и теплообмена одно- и двухфазных потоков при числах Маха набегающего потока 2.0-3.0, температуре торможения 288-293 К при турбулентном режиме течения ($Re_x \geq 2 \cdot 10^7$).

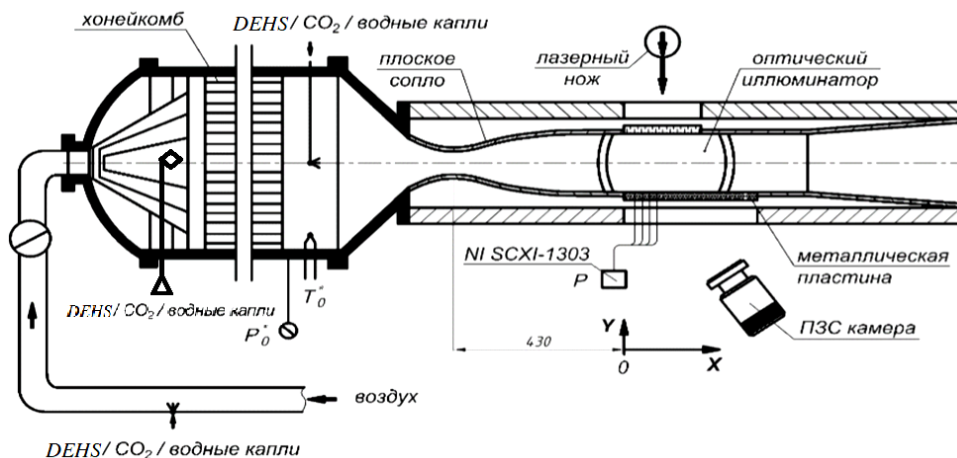


Рис. 1. Схема экспериментального стенда АР-2

Произведены запуски сверхзвуковой аэродинамической установки с различными видами трассеров: частицами DEHS через генератор аэрозоля Ласкина, жидким углекислым газом и дистиллированной водой, подаваемой через форсунки мелкодисперсного распыла в форкамере установки. Наилучшее качество засева было получено при использовании жидкости DEHS. Засев углекислым газом приводил к туманообразованию в сверхзвуковой области с неравномерным распределением частиц по сечению и, по-видимому, слишком малому (меньше 1 мкм) размеру формируемых частиц для последующей корректной обработки полученных изображений. Капли дистиллированной воды, формируемые форсунками, оказались напротив слишком крупными (десятки микрометров), чтобы можно было утверждать установление динамического равновесия с несущим потоком.

Равномерность засева частицами по сечению рабочей части установки также была улучшена за счет перемещения области засева выше по потоку от сопла. При этом до форкамеры поток проходил через ряд поворотов трубопровода, что не оказалось проблемой благодаря малому размеру формируемых частиц в соплах Ласкина.

В результате выполненных запусков получены картины двумерного поля скорости в центральной части и на стенке сверхзвукового канала. Полученные данные сравнивались с теневыми снимками, полученными прибором Теплера ИАБ-451, измерениями статического и полного давления, а также с числами Маха, рассчитанными по соотношениям площадей критического и рабочего сечений установки.

Работа выполняется в рамках госбюджетной темы АААА-А16-116021110200-5 НИИ механики МГУ.

ЛИТЕРАТУРА.

1. Бильский А.В., Гобызов О.А., Маркович Д.М. История и тенденции развития метода анемометрии по изображениям частиц для аэродинамического эксперимента (обзор) // Теплофизика и аэромеханика. 2020. Т. 27. № 1. С. 1-24.
2. Попович С.С., Здитовец А.Г., Киселев Н.А., Виноградов Ю.А., Загайнов И.А. Отработка методики панорамной диагностики потоков на базе PIV при исследовании задач сверхзвуковой газодинамики // Ломоносовские чтения. Научная конференция. Секция механики. 2022. Тезисы докладов. Изд-во Института механики МГУ (Москва). С. 176.
3. Стронгин М.М., Виноградов Ю.А., Здитовец А.Г., Киселёв Н.А., Попович С.С. Использование технологий National Instruments в экспериментальных исследованиях процессов термогазодинамики // Программная инженерия. 2017. Т. 8. № 5. С. 230-240.
4. Попович С.С. Особенности автоматизации эксперимента и обработки результатов при исследовании теплообмена в сверхзвуковом потоке сжимаемого газа // Программная инженерия. 2018. Т. 9. № 1. С. 35-45.
5. Виноградов Ю.А., Леонтьев А.И., Попович С.С., Стронгин М.М. Экспериментальное исследование теплоотдачи при обтекании уступа сверхзвуковым потоком // Будущее машиностроения России. Сборник докладов. МГТУ им. Н. Э. Баумана. 2018. С. 369-372.

ВЛИЯНИЕ РЕЖИМОВ ОБТЕКАНИЯ ПАРЫ ЦИЛИНДРОВ ПОПЕРЕЧНЫМ СЖИМАЕНЫМ ПОТОКОМ ВОЗДУХА НА ЭФФЕКТ ЭККЕРТА-ВАЙСА

А.Г. Здитовец, Н.А. Киселев, Ю.А. Виноградов
НИИ механики МГУ, Москва

Процесс перераспределения полной энтальпии (температуры торможения) в потоках сжимаемого газа без обмена энергией с окружающей средой принято называть энергоразделением. На его основе созданы устройства для безмашинного разделения потока на холодный и горячий (с температурой торможения меньше и больше начальной), например: трубы Ранка-Хилша, Гартмана-Шпренгера, Леонтьева. Такие устройства не имеют частей, приводимых в движение газом, они просты и надежны, но уступают по эффективности обычным (машинным) методам получения горячего и холодного потоков. Повышение эффективности таких устройств, умелое использование эффекта энергоразделения в обычном теплообменном оборудовании, напрямую связано с пониманием причин энергоразделения, а также способов воздействия на его величину. В связи с этим актуальным является изучение процесса энергоразделения, возникающего при обтекании тел канонической формы (круглых цилиндров), так называемый эффект Эккерта-Вайса [1], [2], который заключается в возникновении области пониженной температуры на подветренной стороне цилиндра. Величина эффекта может достигать существенных значений. Для оценки эффекта энергоразделения удобно использовать коэффициент восстановления температуры. На плоской пластине, обтекаемой сжимаемым потоком воздуха, его величина близка к единице и не зависит от скорости потока. Тогда как на подветренной стороне цилиндра при обтекании сжимаемым дозвуковым поперечным потоком в узком диапазоне чисел Маха (число Маха 0.25-0.65) его величина может достигать небольших отрицательных значений (эффект Эккерта-Вайса), что свидетельствует о снижении температуры на подветренной поверхности цилиндра до значений меньших, чем статическая температура набегающего потока. Чем больше значение коэффициента восстановления отличается от единицы, тем выше эффект энергоразделения. Экспериментальные и численные исследования других авторов обнаружили связь между интенсификацией процесса вихреобразования и снижением температуры тыльной поверхности цилиндра. В численной работе [3], воздействие на процесс вихреобразования осуществлялось путем изменения расстояния между двумя одинаковыми круговыми цилиндрами. Были получены режимы, на которых эффект энергоразделения имеет большую величину, чем при обтекании одиночного кругового цилиндра, и при этом распространяется на большую площадь поверхности. Данный результат являлся новым и необходимость экспериментального подтверждения была очевидна. В настоящей работе проведено подробное экспериментальное исследование численно обнаруженного эффекта. С этой целью использовалась аэродинамическая установка А-11 НИИ механики МГУ (размер рабочей части 174 x 250 мм², диаметр цилиндра 20 мм). Скорость набегающего потока изменялась в диапазоне чисел Маха $M = 0.32 - 0.62$, которому соответствовал диапазон чисел Рейнольдса $Re = 1.47 \cdot 10^5 - 3.4 \cdot 10^5$, соответственно. Получены экспериментальные зависимости изменения коэффициентов давления и восстановления температуры в донной области цилиндров от числа Маха. Также получены распределения этих величин по ободу одного из цилиндров для трех значений чисел Маха. Показано наличие диапазона чисел Маха и режимов интерференции вихрей при котором коэффициент восстановления температуры принимает значения существенно меньшие, чем на одиночном цилиндре, что ведет к существенному увеличению энергоразделения. Так, например, при $P/D = 3.0$ и $M = 0.57$ коэффициент восстановления в задней критической точке на обоих цилиндрах был близок к -0.8, что соответствовало разности между температурой торможения набегающего потока и температурой поверхности цилиндра 30 °С. Тогда как на одиночном цилиндре при тех же параметрах коэффициент восстановления имел величину -0.25 и, соответственно, разность температур 20 С.

Работа выполнена при поддержке Гранта РФФИ №22-29-00443

ЛИТЕРАТУРА.

1. E. Eckert, W. Weise. Messungen der Temperaturverteilung auf der Oberfläche schnell angestromter unbeheizter Körper // Forsch. Geb. Ing. Wesen. 1942. (13). С. 246–254.
2. A.I. Alekseyuk, A.N. Osipov. Direct numerical simulation of energy separation effect in the near wake behind a circular cylinder // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2018. (119). С. 665–677. DOI:10.1016/j.ijheatmasstransfer.2017.11.133.
3. A.I. Alekseyuk. The Eckert–Weise effect and energy separation under the flow interference behind side-by-side cylinders // Journal of Fluid Mechanics. 2021. (915). С. A95. DOI:10.1017/jfm.2021.128.

ИЗМЕНЕНИЕ РЕЗОНАНСНЫХ КОЛЕБАНИЙ УПРУГОГО ЦИЛИНДРА В ПОТОКЕ ГАЗА ВБЛИЗИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

О.О. Иванов

НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

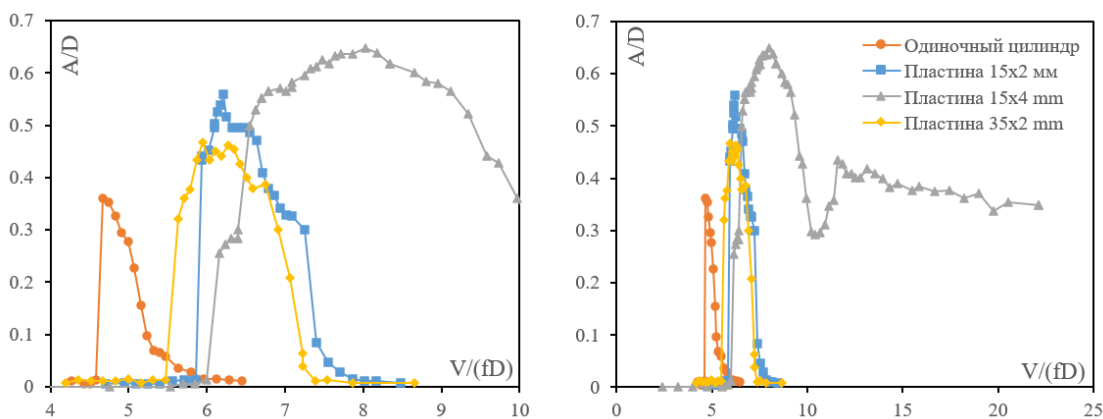
При движении жидкости или газа около плохо обтекаемых тел в широком диапазоне чисел Рейнольдса наблюдается процесс периодического схода вихрей за телом, что приводит к действию периодической силы на тело. Для упругих конструкций при сближении одной из собственных частот с частотой схода вихрей возникает резонанс, при котором амплитуда колебаний может быть значительна [1, 2], и что, в свою очередь, может приводить к неприятным условиям эксплуатации различных конструкций, вплоть до их разрушения. В то же время использование таких колебаний может быть использовано для отбора механической энергии из потока и преобразовании ее в электрическую.

В данной работе изучается изменение характеристик резонансных колебаний упругого цилиндра при постановке рядом с ним твердых тел. Ранее было получено [3], что при постановке пластины обтекаемой формы с размерами 35x2 мм можно добиться увеличения амплитуды колебаний до 39% по сравнению с одиночным цилиндром. Поэтому вызывает интерес проведение экспериментов с твердыми телами другой формы. В качестве таковых были взяты пластины с прямоугольным сечением 15x2 мм и 15x4 мм, эллиптический профиль с осями 64x8 мм, а также профиль симметричного крыла NACA0016 с хордой 60 мм.

Была проведена серия экспериментов в аэродинамической трубе для конфигураций «цилиндр+пластина» с измерением амплитуды колебаний цилиндра диаметром $D=6$ мм и частотой собственных колебаний $f=15.3$ Гц. Для пластины 15x2 мм было получено увеличение амплитуды до 55% и существенное смещение диапазона резонансных колебаний (т.н. диапазона синхронизации) в сторону больших скоростей. Для пластины 15x4 мм получено наибольшее усиление колебаний до ~80%, а также в рамках эксперимента конец области колебаний не был обнаружен.

Колебания цилиндра при постановке крыльевого профиля NACA0016 увеличивались незначительно (1.3%), в то время как для эллиптического профиля увеличение максимальной амплитуды составило 32.5% с серьезным увеличением диапазона синхронизации.

Была показана серьезная зависимость эффективности ветроустановки от угла набегания потока: при малых углах атаки для эллиптического профиля был зафиксировано увеличение эффективности по сравнению с нулевым углом атаки, однако при дальнейшем росте углов (порядка 15 градусов и более) эффективность значительно упала.



Амплитуда колебаний A/D одиночного (isolated cylinder) цилиндра и вблизи твердых пластин (plate).

Слева – в малом масштабе по скорости потока, справа – в большом.

ЛИТЕРАТУРА.

1. Девнин С. И. Аэрогидромеханика плохообтекаемых конструкций: Справочник // Судостроение. 1983. Т. 331.
2. Williamson, C. H. K., Govardhan, R., 2004. Vortex induced vibrations. // Annu. Rev. Fluid Mech. 36, 413-455.
3. Ivanov O., Vedenev V. Vortex-induced vibrations of an elastic cylinder near a finite-length plate // Journal of Fluids and Structures. 2021. Т. 107. С. 103393.

УСТОЙЧИВОСТЬ СТОЯЧИХ УЕДИНЕННЫХ ВОЛН В МЕМБРАННОЙ ТРУБКЕ С ЛОКАЛИЗОВАННОЙ НЕОДНОРОДНОСТЬЮ СТЕНОК, ЗАПОЛНЕННОЙ ЖИДКОСТЬЮ С НЕПОСТОЯННЫМ ПРОФИЛЕМ СКОРОСТИ

А.Т. Ильичев, В.А. Шаргатов

Математический институт им. В.А. Стеклова РАН, Москва

Изучена устойчивость стоячих уединенных волн – нелинейных выпуклых локализованных волн в мембранных трубках, заполненных жидкостью. Мы называем решения, описывающие такие волны, решениями типа аневризмы. Сама трубка моделируется с помощью нелинейно-упругой мембранной оболочки, а уравнения, описывающие деформации трубки, записываются на основе баланса сил, действующих на поверхностный элемент оболочки. На стенке трубки имеется локальный дефект, а именно локализованное истончение стенки. Поскольку стенка трубки неоднородна, то задача не имеет трансляционной инвариантности и рассматриваемое решение типа аневризмы устойчиво в точном смысле: само возмущенное решение остается близким к невозмущенному (напомним, что в случае наличия трансляционной инвариантности можно говорить только об орбитальной устойчивости решения, и первоначально стоячая волна может двигаться после возмущения).

Трубка заполнена жидкостью; рассматривается ее квази-одномерное течение. Используется степенной закон для вязкого трения неньютоновской жидкости с постоянной вязкостью. В данном анализе отражены некоторые особенности формирования настоящей аневризмы в сосудах человека: рассматриваемые выпуклые уединенные волны образуются под действием внутреннего давления в жидкости, движущейся внутри трубки; стенка трубки неоднородна, что соответствует поврежденным сосудам человека, более того, в некоторых расчетах использовалось безразмерное значение скорости потока на бесконечности соответствующее реальной скорости движения артериальной крови; использовался упругий потенциал, характеризующий биологический материал артерий человека [1].

Следует особо отметить, что в случае однородной стенки трубки и используемого упругого потенциала, решений типа аневризмы не существует, что является еще одним свидетельством возникновения реальной аневризмы только в случае повреждение сосуда.

ЛИТЕРАТУРА.

1. A.T. Il'ichev, V.A. Shargatov. Stability of the aneurysm-type solution in a membrane tube with localized wall thinning filled with a fluid with a non-constant velocity profile. J. Fluids Struct., 2022, 114, 103712.

НЕЛИНЕЙНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ НЕУСТОЙЧИВЫХ ГАРМОНИК ПРИ ФОРМИРОВАНИИ ТУРБУЛЕНТНОГО ПЯТНА В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ С БЛАГОПРИЯТНЫМ ГРАДИЕНТОМ ДАВЛЕНИЯ

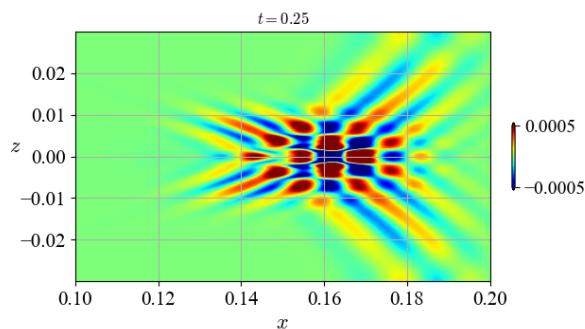
И.М. Илюхин^{1,2}, И.В. Егоров^{1,2}, А.В. Федоров¹

¹Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), Долгопрудный

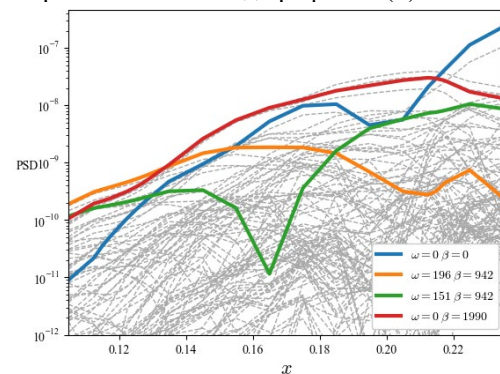
²Центральный аэрогидродинамический институт им. проф. Н.Е. Жуковского, Жуковский

Из-за существенного влияния сверхзвукового пограничного слоя на трение и распределение тепловых потоков на поверхности обтекаемого тела, при проектировании летательных аппаратов требуются более точные оценки положения зон ламинарно-турбулентного перехода. Задачу о ламинарно-турбулентном переходе можно разделить на следующие подзадачи: восприимчивость, усиление неустойчивых гармоник, их нелинейное взаимодействие и распад. На стадии восприимчивости возмущения попадают в пограничный слой из набегающего потока или в результате взаимодействия с поверхностью. Далее, на стадии роста, неустойчивые в заданном пограничном слое гармоники начинают возрастать до тех пор, пока их амплитуды не достигнут некоторого критического значения [1], после которого начинается этап нелинейного взаимодействия гармоник. Такое взаимодействие приводит к одному из трёх сценариев распада: фундаментальный резонанс, субгармонический резонанс или косой распад [2]. Впоследствии, в пограничном слое формируется турбулентное пятно, распространяющееся вниз по потоку [3]. Экспериментальные и расчётные данные по турбулентным пятнам оказываются востребованными при разработке теорий, описывающих стадии ламинарно-турбулентного перехода.

В докладе представлены результаты прямого численного моделирования зарождения турбулентного пятна на прямом параболическом профиле при числе Маха 3, числе Рейнольдса 26 млн и условиях в набегающем потоке, соответствующих полёту на высоте 20 км. Начальное возмущение формируется с помощью генератора вдув-отсос, работающего в течение одного периода вблизи передней кромки в начале нестационарного расчёта. Моделирование выполнено с помощью кода, описанного в [4]. Параметры возмущения генератора подобраны таким образом, чтобы частота возмущения, продольное и поперечное волновые числа совпадали с таковыми для наиболее усиливающейся гармоники [5]. На рисунке представлено поле возмущения давления на поверхности профиля в момент времени $t = 0.25$ (а) и амплитуды гармоник возмущений продольной скорости в пограничном слое над профилем (б).



(а)



(б)

Показано, что в рассматриваемой конфигурации формирование пятна вызвано образованием двух продольных вихрей, взаимодействие между которыми дестабилизирует ламинарный пограничный слой. Основным нелинейным механизмом оказался косой распад.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект №23-79-10072).

ЛИТЕРАТУРА.

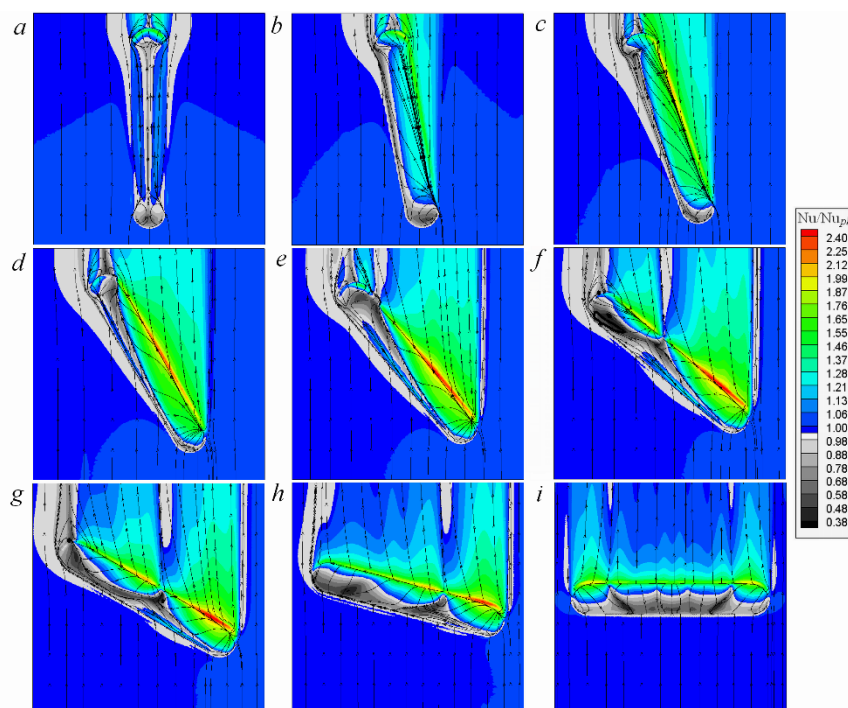
1. A.B. Hartman., C. Hader, H.F. Fasel. Nonlinear transition mechanism on a blunt cone at Mach 6: oblique breakdown. *Journal of Fluid Mechanics*. 2021. 915(R2)
2. А.Д. Косинов, М.В. Питеримова, А.В. Шмакова, Н.В. Семенов, Ю.Г. Ермолаев. Экспериментальное исследование эволюции контролируемых возмущений в продольном вихре, порожденном в пограничном слое плоской пластины при числе Маха 2. *Прикл. мех. техн. физ.*, 2023. т. 64, №4, с. 118–129.
3. C. Lee, X. Jiang. Flow structures in transitional and turbulent boundary layers. *Physics of Fluids*, 2019, 31(11), 111301
4. В.А. Башкин, И.В. Егоров. Численное моделирование динамики вязкого совершенного газа. М: Физматлит, 2012.
5. А.О. Образ, А.В. Федоров. Анализ устойчивости течения над тонким параболическим профилем при числе Маха 3. *Проблемы механики: теория, эксперимент и новые технологии: тезисы докладов XIV Всероссийской школы-конференции молодых ученых (Новосибирск – Шерегеш, 28 февраля – 6 марта 2020 г.)*. Новосибирск: Параллель, 2020. С. 143–144.

ВАЛИДАЦИЯ RANS ПОДХОДА ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ С ИНТЕНСИВНЫМИ ОТРЫВНЫМИ ТЕЧЕНИЯМИ И ТЕПЛООБМЕНОМ

С.А. Исаев

Санкт-Петербургский государственный морской технический университет, Санкт-Петербург
Санкт-Петербургский государственный университет гражданской авиации имени Главного маршала авиации А.А. Новикова, Санкт-Петербург

Предлагаются валидационные тесты, основанные на интерпретации явления аномальной интенсификации отрывного течения и теплообмена в наклонных канавках на пластине и стенке узкого канала [1-3]. Генерация смерчей в канавках в диапазоне углов наклона от 20 до 80°, связанная с экстраординарными перепадами статического давления, способствует формированию полей ультравысоких скоростей и градиентов трения и теплоотдачи внутри канавок и над их входными частями [4,5]. Базы данных измерений давления, декартовых составляющих скорости и их пульсаций, тепловых потоков получены на аэродинамических и теплофизических стендах НИИ механики МГУ, КазНЦ РАН и СПбПУ. Представляются результаты сравнений экспериментальных данных и численных прогнозов, выполненных в рамках RANS-SST с помощью пакета VP2/3. Обсуждается приемлемость использования гибридных схем с порядком аппроксимации ниже второго. Интенсификация теплообмена демонстрируется при сравнении полей относительных чисел Нуссельта на квадратном участке нагретой пластины с канавкой в случае теста [3,4] ($Re=67000$, $Pr=0.71$) $a - \theta=0^\circ$; $b - 10^\circ$; $c - 20^\circ$; $d - 30^\circ$; $e - 40^\circ$; $f - 50^\circ$; $g - 60^\circ$; $h - 75^\circ$; $i - 90^\circ$.



Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проекты 22-19-00056 (методология) и 23-19-00083 (расчеты)).

ЛИТЕРАТУРА.

1. С.А. Исаев. Генезис аномальной интенсификации отрывного течения и теплообмена в наклонных канавках на структурированных поверхностях. Механика жидкости и газа, 2022, №5, с.13-24.
2. С.А. Исаев. Аэрогидродинамические механизмы интенсификации физико-энергетических процессов на структурированных энергоэффективных поверхностях с вихревыми генераторами. Теплофизика и аэромеханика, 2023, т.30, № 1, с.83-88.
3. С.А. Исаев, А.Г. Судаков, Д.В. Никущенко, А.Е. Усачов, М.А. Зубин, А.А. Синявин, А.Ю. Чулюнин, Е.Б. Дубко. Тесты для валидационных задач аномальной интенсификации отрывного течения и теплообмена на структурированных поверхностях с экстраординарными перепадами давления. Механика жидкости и газа, 2023, №.5, с.70-81.
4. С.А. Исаев, С.В. Гувернюк, Д.В. Никущенко, А.Г. Судаков, А.А. Синявин, Е.Б. Дубко. Взаимосвязь аномальной интенсификации отрывного течения и экстраординарных перепадов давления в канавке на пластине при изменении угла наклона от 0 до 90°. Письма в журнал технической физики, 2023, т. 49, вып. 15, с.39-42.
5. С.А. Исаев, С.З. Сапожников, Д.В. Никущенко, В.Ю. Митяков, В.В. Сероштанов, Е.Б. Дубко. Аномальная интенсификация вихревого теплообмена при отрывном обтекании воздухом наклонной канавки на нагретом изотермическом участке пластины. Механика жидкости и газа, 2024, №1.

АЭРОДИНАМИКА ТУРБУЛЕНТНОГО ПОТОКА ЯДЕРНОГО РЕАКТОРА

А.Н.Карелин

Санкт-Петербургский государственный морской технический университет, Санкт-Петербург

E-mail: super.cascad@yandex.ru

С 2002 года в филиале СПбГМТУ проводились лабораторные и теоретические исследования закрученных потоков.

Одним из направлений исследований было изучение гидроакустических характеристик аэродинамического (вихревого) шума турбулентных закрученных струй сложной геометрии в «бесконечном» пространстве состояния.

Теоретическая основа практических исследований это – теория подобия и математические методы теории планирования эксперимента [1 - 4].

Математическая модель формулировалась следующим образом. В качестве целевой функции теории подобия в "бесконечном" пространстве принимались относительные единицы: - $+ V/d_c$ – относительное прецессирование системы струй, выраженное в виде отношения длины горизонтального отклонения от прямолинейного течения струи в горизонтальной плоскости сопла $+ V$ к диаметру сопла d_c ; - $\frac{S_{\text{струи}}}{2S_{\text{сопла}}}$ –

относительное раскрытие системы струй, отношение площади сечения системы струй $S_{\text{стр}}$ к площади сечения сопел $S_{\text{сопл}}$; - V/V_0 – относительная скорость распространения системы струй, где $V_0 = 0,15 \text{ м/с}$, скорость воздуха допускаемая санитарными нормами в помещении при наличии людей; - I/I_0 – относительная шумность системы струй в бесконечном пространстве, где $I_0 = 130 \text{ dB}$, «болевого барьер» человека.

При этом варьировались следующие факторы: - $X_1 = Re = (0,9 \div 8,37) \cdot 10^4$ – число Рейнольдса, как критерий перехода от ламинарного к турбулентному режиму течения и обратно; - $X_2 = L/d_c = (20,83 \div 91,67)$ – отношение расстояния от плоскости среза сопел до плоскости точек замера L к диаметру сопла d_c ; - $X_3 = B_c/d_c = (6,25 \div 27,08)$ – отношение поперечного расстояния между соплами B_c к диаметру сопла d_c .

Измерение акустических характеристик импульса давления выполнялось с помощью звукозаписи и дальнейшего компьютерного анализа аэродинамического шума следующим образом: микрофон устанавливался в точке по оси струи на расстоянии ($X = L = 20,83d_c$; $y = 0$) и в дальнейшем проводились исследования по программе.

На рис. 1 представлена зависимость уровня шума I от Re при фиксированном расстоянии между соплами, $B_c = 6,25d_c$.

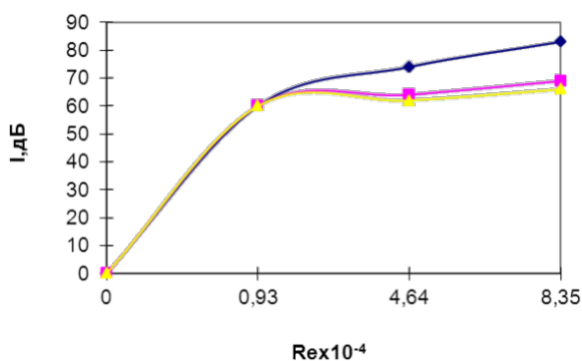


Рис. 1. Зависимость уровня шума системы взаимодействующих струй I от Re при $L=20,83d_c$; $B_c=6,25d_c$.

ЛИТЕРАТУРА.

1. В.А. Веников. Теория подобия и моделирования/ В.А. Веников. – М.: Высшая школа, 1976.
2. Ф.С. Новик, Я.Б. Арсов. Оптимизация процессов технологии металлов методами планирования экспериментов. - М: Машиностроение; София: Техника, 1980. - 304 с.
3. А.Н. Карелин. Гидродинамика и интенсификация теплообмена в сборках ядерных реакторов// Материалы XXI Международной конференции «Нелинейные задачи теории гидродинамической устойчивости и турбулентность» 25 февраля – 04 марта 2014 г. Московская область, пансионат «Звенигородский» РАН. – М.: Издательство Московского университета, 2014. – 270 с.
4. А.Н. Карелин. Натурное моделирование межмашинного руслового канала для проведения исследований аэродинамики турбулентного воздушного потока// Материалы XXII Международной конференции «Нелинейные задачи теории гидродинамической устойчивости и турбулентность» 14 – 21 февраля 2016 г. Московская область, г. Звенигород, пансионат «Звенигородский» РАН / Ответственный редактор – Н.В. Никитин. - М.: Издательство Московского университета, 2016. – 311 с.

ПОВЕДЕНИЕ СФЕРЫ ПРИ КОЛЕБАНИЯХ ЖИДКОСТИ В КРУГЛОМ ВЕРТИКАЛЬНОМ КАНАЛЕ С ПЕРИОДИЧЕСКИ ИЗМЕНЯЮЩИМСЯ СЕЧЕНИЕМ

И.Э. Карпунин

Лаборатория вибрационной гидромеханики,
Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, Пермь
karpunin_ie@pspu.ru

Исследование течений, возбуждаемых колебаниями жидкости в каналах переменного сечения, и их влияния на осредненную динамику фазовых включений важно с технологической точки зрения. Способы управления тепломассопереносом в пористых средах и в различных технологических системах имеет большое значение во множестве отраслей промышленности, включая энергетику, химическую и нефтегазовую промышленность, гидротехнику. В области энергоэффективных технологий разработка качественно новых методов интенсификации массообменных процессов является актуальной задачей.

В настоящей работе экспериментально исследуется движение свободного твердого сферического тела в осциллирующем потоке жидкости в вертикальном осесимметричном канале переменного сечения. Относительная плотность тела к плотности жидкости подбирается таким образом, что в поле силы тяжести тело тонет либо всплывает. Движение тела вдоль оси канала осложняется колебаниями жидкости с различной заданной частотой и амплитудой. Колебания жидкости в канале задаются гидравлическим насосом посредством электродинамического вибростенда. В качестве фазового включения выступает твердая пластиковая сфера. В экспериментах размеры и плотность сферического тела, а также плотность и вязкость рабочей жидкости варьируются. При помощи скоростной видеосъемки детально изучаются основные характеристики движения тела и структуры течения вблизи него.

В предварительных экспериментах [1] с осциллирующей жидкостью в канале с периодически изменяющимся диаметром обнаружено, что колебания жидкости с нулевым средним расходом приводят к генерации интенсивных осредненных течений в каждой из ячеек. Скорость и структура течений определяются амплитудой и частотой осцилляций жидкости. При наличии в канале твердого фазового включения, на фоне интенсивных осредненных потоков жидкости, обнаружено, что колебания жидкости могут привести к полной остановке сквозного движения тела через канал. Результаты начальных экспериментов [2] показали, что в этом случае тело занимает квазистационарное положение в одной из ячеек канала, совершая колебания относительно некоторого среднего положения. Осциллирующие колебания столба жидкости генерируют осредненную силу, действующую на тело. Величина этой силы зависит от параметров тела и от его положения в канале. Данный эффект возникает пороговым образом по достижении достаточной амплитуды колебаний жидкости. Исследуется характер колебаний сферического тела в зависимости от размеров тела, относительной плотности и безразмерной частоты вибраций.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского Научного Фонда (Грант № 23-71-01103).

ЛИТЕРАТУРА.

1. O. Vlasova, I. Karpunin, D. Latyshev, V. Kozlov. Steady flows of a fluid oscillating in an axisymmetric channel of variable cross-section, versus the dimensionless frequency // *Microgravity Sci. Technol.*, 2020, Vol. 32, 363–368.
2. И.Э. Карпунин. Поведение сферического тела в осциллирующем потоке в осесимметричном канале переменного сечения // *Конвективные течения*, 2023, №. 11, с.88-99. DOI: 10.24412/2658-5421-2023-11-88-99

НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА ГАЗОВОЙ ДЕТОНАЦИИ ПРИ ЕЕ РАСПРОСТРАНЕНИИ В ПЕРИОДИЧЕСКИ НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ

Аслан Р. Касимов, Андрей Ю. Голдин
Сколковский институт науки и технологий
a.kasimov@skoltech.ru

Хорошо известно, что детонационные волны, распространяющиеся в газовых смесях, обладают сложной нелинейной динамикой. В одномерном случае при распространении в однородной смеси скорость волны совершает регулярные или хаотические колебания, в многомерном случае волна обладает еще и сложной пространственной структурой в виде детонационных ячеек, возникающих из-за поперечных ударных волн в зоне реакции за лидирующей ударной волной. В задаче о распространении детонации в периодически неоднородной среде возникает вопрос о влиянии такой неоднородности на динамику и структуру волны. В частности, это вопрос усиления или, наоборот, подавления колебаний в одномерной детонации и вопрос влияния на регулярность и размеры детонационных ячеек в многомерной детонации.

Данная работа посвящена исследованию этих вопросов для различных по природе неоднородностей. Рассмотрены задачи распространения одномерной детонации в среде с периодическими неоднородностями температуры или концентрации топлива, или неоднородностями свойств канала (например, шероховатости) [1, 2, 3, 4]. Проведенный анализ позволил обнаружить явления регуляризации колебаний и существование областей синхронизации в виде языков Арнольда в пространстве параметров амплитуды и волнового числа периодических возмущений.

Распространение двумерной детонации в периодически неоднородной среде связано с новыми и более сложными эффектами. В докладе мы рассматриваем вопрос влияния неоднородности смеси в поперечном направлении на структуру двумерной детонации, распространяющейся в прямоугольном канале. Целью такой постановки задачи является выявление возможности синхронизации поперечных ударных волн в ячейистой детонации. Регуляризация таких поперечных волн означает регуляризацию детонационных ячеек. Данный вопрос нами исследован в случае, когда плотность и начальная температура свежей смеси меняются синусоидально в зависимости от поперечной координаты. Давление и состав смеси при этом однородны. Обнаружено, что изменение амплитуды и волнового числа неоднородности приводит как к перестройке ячейистой структуры (от нерегулярной к регулярной и наоборот), так и к явлению захвата ячеек в областях с высокой температурой и низкой плотностью, при котором поперечные волны являются стационарными.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда в рамках проекта №22-21-00902.

ЛИТЕРАТУРА

1. A. Yu. Goldin and A. R. Kasimov. Synchronization of detonations: Arnold tongues and devil's staircase. *Journal of Fluid Mechanics*, 946: R1, 2022.
2. Andrei Yu. Goldin, Tatiana O. Medvedeva, and Aslan R. Kasimov. Mode locking in gaseous detonation propagation in a channel with periodically varying friction. *Physics of Fluids*, 34(096104):1–10, 2022. DOI: 10.1063/5.0103370. URL <https://doi.org/10.1063/5.0103370>.
3. A. R. Kasimov and A. Yu. Goldin. Resonance and mode locking in gaseous detonation propagation in a periodically nonuniform medium. *Shock Waves*, 31:841–849, 2021.
4. Aslan R. Kasimov and Andrei Yu. Goldin. Reactive Euler model for detonation propagation in a nonuniform medium. In S. M. Frolov, editor, *Detonation: Latest accomplishments*. Moscow: TORUS PRESS, 2021.

ОСЦИЛЛЯЦИОННАЯ ДИНАМИКА ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ГРАНИЦЕЙ РАЗДЕЛА

В.Г. Козлов

Лаборатория вибрационной гидромеханики,
Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет

Вибрационная динамика многофазных гидродинамических систем с границей раздела представляет большой интерес как с точки зрения фундаментальной науки [1], так и в прикладном плане. Управление межфазной границей является инструментом управления процессами массопереноса. В докладе дается обзор выполненных в последнее время экспериментальных и теоретических исследований осцилляционной динамики многофазных гидродинамических систем с границей раздела. В выполненных в рамках проекта РФФИ 20-41-596011 экспериментах с границей раздела жидкостей с высоким контрастом вязкостей, совершающей осцилляции в щелевом зазоре (ячейке Хеле-Шоу) в направлении перпендикулярном границе раздела, был обнаружен новый тип осцилляционной неустойчивости Саффмана–Тейлора, который проявляется в пороговом развитии пальчиковых структур в определенные фазы периода осцилляций. Исследования выполнены в каналах разной геометрии: круглой ячейке Хеле-Шоу [2, 3] (рис.1а) и в прямом канале ([4], рис. 1б). Аналогичный эффект проявляется и при осцилляциях границы раздела смешивающихся жидкостей с высоким контрастом вязкостей. Исследования в конической ячейке Хеле-Шоу [5] (рис.1в) позволили выяснить влияние внешних статических полей на осцилляционную динамику жидкостей разной плотности. В экспериментах с маловязкими жидкостями разной плотности в отсутствие контраста вязкостей было обнаружено качественно отличный эффект – возбуждение гармонических и субгармонических волн Фарадея на межфазной границе, осциллирующей в неподвижном канале [6].

Другое направление – устойчивость границы в случае тангенциальных колебаний жидкостей вблизи межфазной границы – исследовалось в щелевых зазорах, совершающих модулированное вращение. При этом, в силу различного вязкого взаимодействия жидкостей с границами полости под действием вращательных вибраций генерируются тангенциальные колебания маловязкой жидкости вблизи границы раздела с высоковязкой. Последнее приводит к развитию осцилляционной неустойчивости Кельвина – Гельмгольца как в щелевых каналах ([7], рис. 1з), так и в длинных цилиндрах ([8], рис. 1д). Новое явление, образование пленки вязкой легкой жидкости на торце полости, совершающей модулированное вращение, обнаружено в экспериментах с жидкостями с умеренным контрастом вязкостей ([9], (рис.1е). С повышением амплитуды колебаний пленка пороговым образом теряет устойчивость.

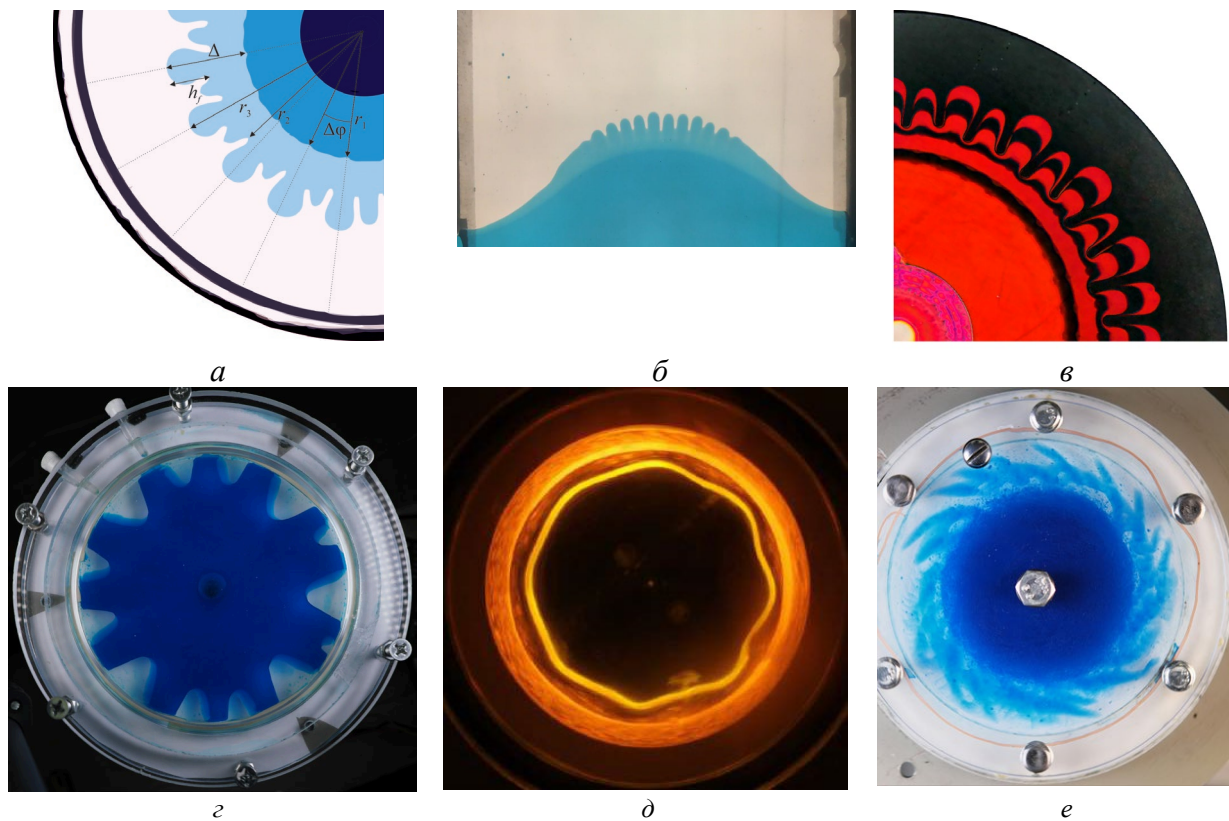


Рис.1.

Обнаруженные явления представляют интерес в плане осцилляционного управления формой межфазной поверхности и массопереносом через границу.

Исследование выполнено при поддержке Российского научного фонда (грант № 23-11-00242, <https://rscf.ru/project/23-11-00242>).

ЛИТЕРАТУРА.

1. Д.В. Любимов, Т.П. Любимова, А.А. Черепанов. Динамика поверхностей раздела в вибрационных полях. М.: Физматлит, 2003, 216 с.
2. V. Kozlov, I. Karpunin, N. Kozlov. Finger instability of oscillating liquid–liquid interface in radial Hele-Shaw cell. *Phys. Fluids*, 2020, 32(10), 102102.
3. V. Kozlov, S. Subbotin, I. Karpunin. Supercritical dynamics of an oscillating interface of immiscible liquids in axisymmetric Hele-Shaw cells, *Fluids*, 2023, 8(7), 204.
4. V. Kozlov, O. Vlasova. Oscillatory dynamics of immiscible liquids with high viscosity contrast in a rectangular Hele-Shaw channel, *Phys. Fluids*, 2022, 34(3), 032121.
5. S. Subbotin, I. Karpunin, D. Kurysheva and V. Kozlov. Effect of the density ratio on the oscillatory Saffman-Taylor instability in vertical conical Hele-Shaw cell, *Phys. Fluids*, 2023, 35(9), 093102.
6. V.G. Kozlov, J.A. Vlasova, V.V. Dyakova. Stability of the interface of liquids oscillating in a vertical flat channel, *Interfacial Phenomena and Heat Transfer*, 2024, 12(1), 15–25.
7. V. Kozlov, M. Petukhova, N. Kozlov. Dynamics of liquids with high viscosity contrast in unevenly rotating Hele-Shaw cell, *Phil. Trans. R. Soc. A*, 2023, 20220082.
8. V.G. Kozlov, A.R. Zimasova and N.V. Kozlov. Stability of liquid-liquid interface in unevenly rotating horizontal cylinders, *Interfacial Phenomena and Heat Transfer*, 2024, 12(1), 63–74.
9. V. Kozlov, V. Saidakov, N. Kozlov. Dynamics of low-viscosity liquids interface in an unevenly rotating vertical layer, *Fluid Dynamics and Materials Processing*, 2024, (in press)

ВЛИЯНИЕ КОНТРАСТА ВЯЗКОСТИ НА УСТОЙЧИВОСТЬ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА ДВУХ ЖИДКОСТЕЙ В НЕРАВНОМЕРНО ВРАЩАЮЩЕМСЯ ГОРИЗОНТАЛЬНОМ ЦИЛИНДРЕ

В.Г. Козлов, А.Р. Зимасова, Н.В. Козлов
Лаборатория вибрационной гидромеханики,

Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, Пермь

Экспериментально исследуется устойчивость тонкого слоя вязкой жидкости на боковой границе длинной цилиндрической полости, совершающей модулированное вращение по закону $\Omega = \Omega_{rot}(1 + \varepsilon \cos(\Omega_{lib}t))$. Здесь Ω_{lib} и ε – циклическая частота и амплитуда модуляции скорости. Кювета заполнена маловязкой жидкостью и располагается горизонтально для исключения влияния силы тяжести. Обнаружено, что с повышением амплитуды модуляции (при заданных Ω_{lib} и Ω_{rot}) на осесимметричной границе раздела пороговым образом развивается квазистационарный двумерный рельеф в виде вытянутых вдоль оси вращения холмов (рис.1). Данный вид неустойчивости был обнаружен авторами ранее в экспериментах с жидкостями с высоким контрастом вязкостей [1]. Было показано, что рельеф, «замороженная» волна, развивается в результате осцилляционной неустойчивости Кельвина – Гельмгольца. Теоретическое описание и безразмерные параметры, определяющие устойчивость границ раздела, приведены в работе [2], где рассмотрена система двух несмешивающихся жидкостей с высоким контрастом вязкостей в неравномерно вращающейся круглой ячейке Хеле – Шоу. Настоящая работа посвящена изучению влияния контраста вязкостей жидкостей на устойчивость границы раздела в неравномерно вращающемся длинном горизонтальном цилиндре.

В качестве вязкой и более плотной жидкости используется глицерин. При этом полость заполняется ПМС маслом меньшей плотности, вязкость которого варьируется в интервале от 0.65 сСт до 23 сСт. Эксперименты проводятся с такими скоростями вращения $f_{rot} = \Omega_{rot}/2\pi$, при которых тяжелая вязкая жидкость (глицерин) располагается у стенки полости в виде тонкой пленки. Частота модуляции скорости $f_{lib} = \Omega_{lib}/2\pi$ и амплитуда варьируются в интервале $f_{lib} = 3 - 8$ Гц, $\varepsilon = 0.26 - 0.72$. Толщина слоя вязкой жидкости варьируется в интервале $h = 2.2 - 5.8$ мм.

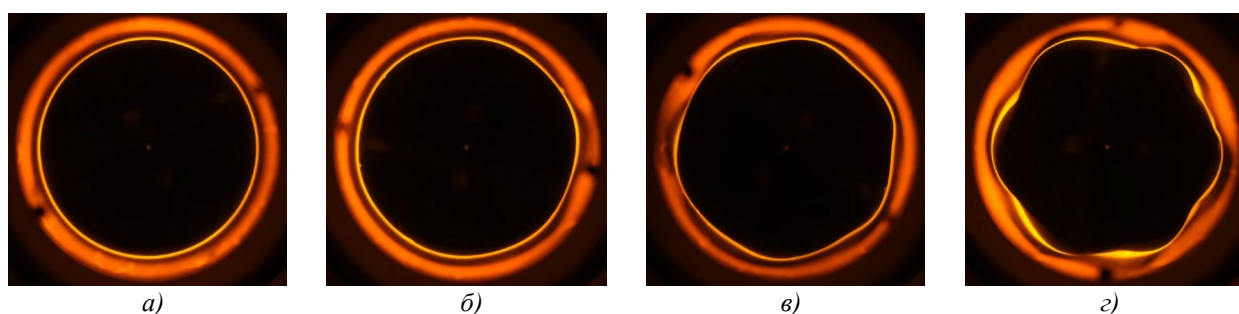
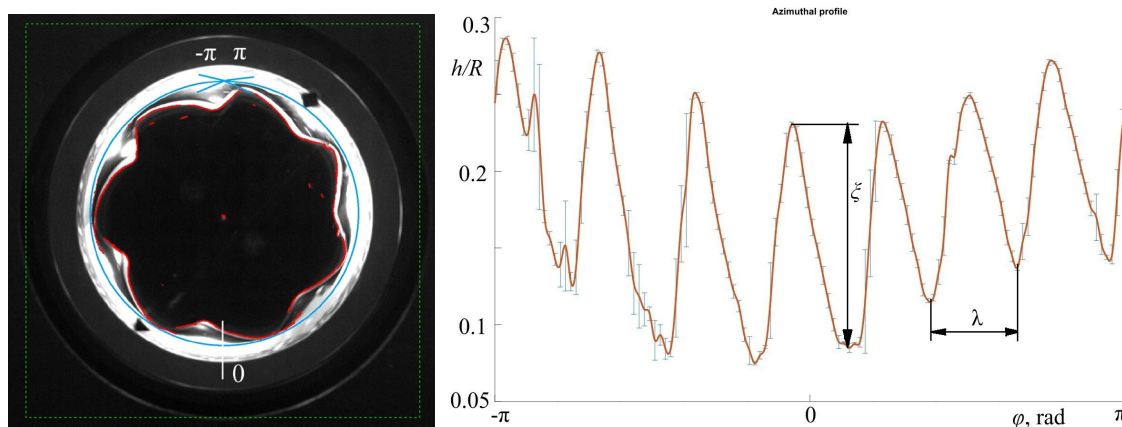


Рис. 1 Фотографии границы раздела жидкостей глицерин – ПМС – 20 в поперечном сечении полости, снятые на фотоаппарат с переднего прозрачного торца полости. Данные кадры соответствуют скорости вращения $f_{rot}=5$ об/с и частоте либраций $f_{lib}=4$ Гц. Глицерин подкрашен Родамином Б. На а) изображена граница при отсутствии либраций ($\varepsilon = 0$), при увеличении амплитуды либраций ε до порогового значения граница раздела остается осесимметричной (б), $\varepsilon=0.44$). При дальнейшем увеличении пороговым образом граница раздела теряет устойчивость и возникает квазистационарный рельеф (в), $\varepsilon=0.46$). В надкритической динамике рельеф сохраняется, высота холмов увеличивается (з), $\varepsilon=0.60$).



На данном рисунке показана обработка фотографий межфазной границы, полученных в ходе эксперимента. Программа, написанная в MatLab, находит координаты границы раздела и строит

азимутальное распределение относительной толщины слоя вязкой жидкости, здесь R – радиус полости. Из полученного азимутального профиля извлекаются длина волн λ и высота холмов ζ , что позволяет построить амплитудные кривые $\zeta(\varepsilon)$ и изучить зависимость порога устойчивости от скорости вращения и частоты модуляции скорости.

Исследования обнаружили сильное стабилизирующее воздействие силы Кориолиса, критическое значение безразмерного параметра, определяющего порог осцилляционной неустойчивости Кельвина – Гельмгольца, повышается с безразмерной частотой вращения. Контраст вязкостей жидкостей также играет важную роль, понижение контраста вязкостей приводит к повышению устойчивости, при этом зависимости порога и длины волны надкритических структур от безразмерной скорости вращения полости и относительной толщины слоя вязкой жидкости сохраняют подобный вид.

Работа выполнена при поддержке Российского Научного Фонда (проект 23-11-00242).

ЛИТЕРАТУРА.

1. V.G. Kozlov, A.R. Zimasova, N.V. Kozlov. Stability of liquid– liquid interface in unevenly rotating horizontal cylinders // *Interfacial Phenomena and Heat Transfer*. – 2024. – Т. 12. – №. 1.
2. V. Kozlov, M. Petukhova, N. Kozlov. Dynamics of liquids with high viscosity contrast in unevenly rotating Hele-Shaw cell // *Philosophical Transactions of the Royal Society A*. – 2023. – Т. 381. – №. 2245. – С. 20220082.

ПЕРЕХОД К АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНЫМ РЕЖИМАМ ЛАМИНАРНОГО ОБТЕКАНИЯ ЗАТУПЛЕННОГО РЕБРА: ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ С ВАРЬИРОВАНИЕМ ЧИСЛА МАХА

Е.В. Колесник, Е.М. Смирнов

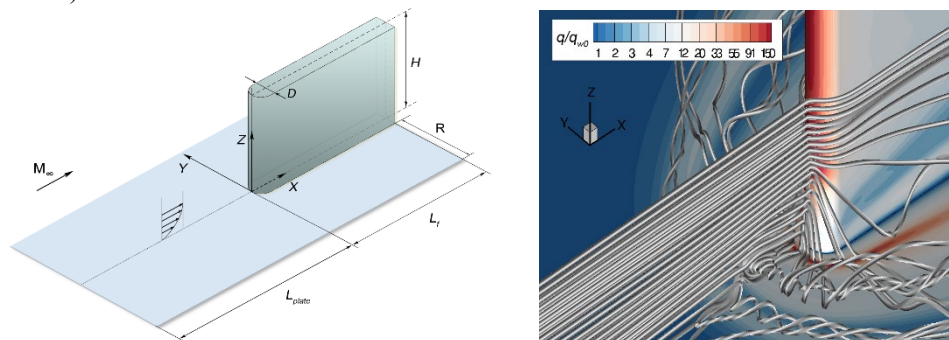
Санкт-Петербургский Политехнический Университет Петра Великого, Санкт-Петербург

Изучение структуры потока при обтекании сверхзвуковыми потоками каких-либо конструктивных элементов, закрепленных на обтекаемой поверхности, возникает во многих практических задачах авиакосмической отрасли, в частности, при конструировании таких элементов летательных аппаратов, как соединения фюзеляжа и крыла, хвостового оперения и других элементов [1, 2]. Наиболее часто в литературе рассматривается модельная задача об обтекании сверхзвуковым потоком симметричного затупленного ребра, установленного на пластине. Результаты исследований показывают, что натекание пограничного слоя на ребро приводит к сложной структуре потока вблизи области сочленения, для которой характерно образование передней отрывной области с системой подковообразных вихрей, а также наличие системы скачков уплотнения [3-8]. Несмотря на достигнутый прогресс в исследованиях такого рода течений на данный момент имеется множество аспектов, требующих более детального изучения. В частности, малоисследованной областью остаются вопросы возможной неединственности решения, развитие неустойчивостей и перехода к автоколебательным нестационарным режимам течения при изменении определяющих параметров задачи.

Недавно в наших исследованиях было показано, что для условий, принятых в расчетно-экспериментальной работе [3], возможно существование двойственного решения, при этом двум разным решениям отвечают метастабильные состояния потока с различной конфигурацией вихревой структуры в передней отрывной области. Дальнейшие исследования показали, что обнаруженная двойственность решения существует в некотором диапазоне изменения определяющих параметров задачи, а именно числа Рейнольдса [6], температурного фактора [7], также двойственность решения наблюдается при обтекании ребра, установленного под некоторым углом скоса к пластине [8]. В настоящей работе представляются результаты по изучению влияния числа Маха набегающего потока на структуру и особенности двойственного решения, а также анализ реализующихся при низких числах Маха автоколебательных режимов течения.

Постановка задачи основана на данных упомянутой выше расчетно-экспериментальной работы [3], в которой исследовалась структура ламинарного потока при сверхзвуковом обтекании установленного на пластине ребра при числе Маха $M = 6.7$. Число Рейнольдса, построенное по диаметру затупления ($D = 2.5 \text{ mm}$), составляет $Re_D = 1.25 \cdot 10^4$. Рабочей средой служит воздух ($Pr = 0.71$, $\gamma = 1.4$). Полная температура набегающего потока $T^0 = 630 \text{ K}$. Поверхность тела и пластины поддерживается при постоянной температуре $T_w = 300 \text{ K}$. Число Маха набегающего потока варьировалось от 4 до 8.5. Расчетная область показана на рисунке, длина пластины от передней кромки до места закрепления ребра $L_{plate} = 145 \text{ mm}$, остальные размеры расчетной области, в соответствии с данными [3], задавались следующими $R = 76.5 \text{ mm}$, $L_f = 60 \text{ mm}$, $H = 25 \text{ mm}$. На входной границе расчетной области задается однородный поток, на поверхности тела и пластины – условие прилипания. На боковых и верхних границах ставились неотражающие граничные условия, на выходе – условие нулевого градиента.

Решались полные трехмерные уравнения Навье-Стокса для термически и калорически совершенного газа. Зависимость коэффициента вязкости от температуры определялась формулой Сазерленда. Для расчетов использовался конечно-объемный неструктурированный программный код SINF/Flag-S, разрабатываемый в Санкт-Петербургском политехническом университете Петра Великого. Численные решения получены с использованием квазиструктурированной сетки, содержащей 20 млн. ячеек. Конвективные потоки на гранях контрольных объемов вычислялись по схеме AUSM второго порядка точности с применением TVD ограничителя van Albada. Для проведения расчетов использовались вычислительные ресурсы суперкомпьютерного центра Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого (www.scc.spbstu.ru).

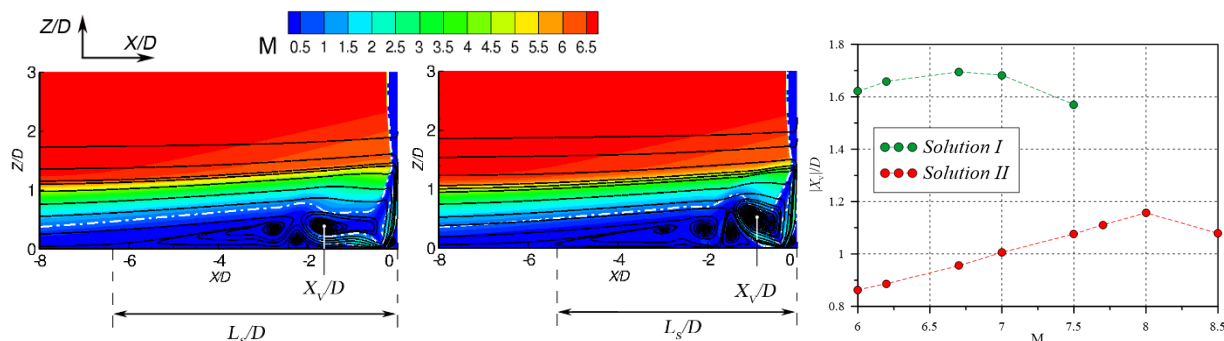


Картина течения, отвечающая одному из двух устойчивых решений при $M = 6.7$ приведена на рисунке, где показаны линии тока и распределение относительного теплового потока на поверхности тела и пластины. Структура течения в плоскости симметрии для двух устойчивых стационарных решений (I и II) приведена на следующем рисунке, где показаны поля числа Маха и линии тока (пунктиром обозначена звуковая линия).

Видно, что решения отличаются в основном по протяженности передней отрывной области (L_s/D), а также по значениям координаты, определяющей положение центра основного подковообразного вихря (X_v/D).

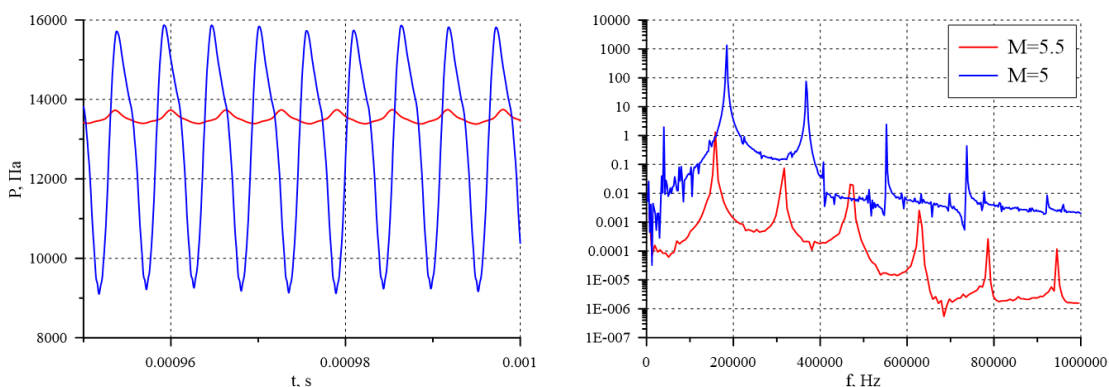
Для исследования влияния числа Маха на возможность получения двойственного решения проводилась серия параметрических расчетов при различных значениях этого параметра, изменявшихся в диапазоне от 4 до 8. Расчеты проводились с постепенным изменением M (за счет изменения входной температуры), в ту и другую сторону, стартуя с решений I или II, полученных при $M = 6.7$. При этом для каждого нового значения M в качестве начальных полей задавались поля величин, соответствующие (продолжаемому по параметру) решению, полученному для предыдущего значения числа Маха.

На рисунке приведены бифуркационные диаграммы, иллюстрирующие изменения модуля координаты $|X_v|/D$ (положения центра основного подковообразного вихря) в зависимости от числа Маха. При значениях M меньших или равных 7.5, имеются два устойчивых решения, в то время как при задании $M = 7.7$ удается получить лишь единственное решение, как и при больших значениях. Приведенные данные позволяют заключить, что критическое значение числа Маха, при котором двойственность решения исчезает, лежит в интервале значений от 7.5 до 7.7.



В случае же дальнейшего уменьшения числа Маха для решений обоих типов в расчетах предсказываются устойчивые квазипериодические колебания характеристик потока, с наибольшей интенсивностью осцилляций внутри отрывной области. Для решения II наблюдается постепенное увеличение интенсивности пульсаций, начиная с малых значений. Колебания с наибольшей амплитудой наблюдаются вблизи обтекаемого тела, в области формирования углового вихря, при этом конфигурация отрывной области, её протяженность и толщина меняются во времени слабо. На рисунке приведены зависимости давления от времени в точке на пластине на расстоянии $0.25D$ от передней кромки тела для двух чисел Маха и соответствующие спектры.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 23-29-00286.



ЛИТЕРАТУРА.

1. R.H. Korkegi. Survey of viscous interactions associated with high Mach number flight // AIAA Journal. 1971. V. 9. № 5. P. 771–784.
2. D.S. Dolling. Fifty Years of Shock-Wave/Boundary-Layer Interaction Research: What Next? // AIAA Journal. 2001. V. 39. № 8. P. 1517–1531.
3. O.R. Tutty, G.T. Roberts, P.H. Schuricht. High-speed laminar flow past a fin-body junction // J. Fluid Mech. 2013. V. 737. P. 19–55.
4. Y.Q. Zhuang, X.Y. Lu. Quasi-periodic Aerodynamic Heating in Blunt-fin Induced Shock Wave/Boundary Layer Interaction // Procedia Eng. 2015. V. 126. P. 134–138.
5. M. Mortazavi, D. Knight. Simulation of Hypersonic-Shock-Wave-Laminar-Boundary-Layer Interaction over Blunt Fin // AIAA Journal. 2019. V. 57. № 8. P. 3506–3523.
6. Е.В. Колесник, Е.М. Смирнов. Сверхзвуковое ламинарное обтекание затупленного ребра: двойственность численного решения // Журнал технической физики. 2021. Т. 91. № 5. С. 764–771.

7. E. Kolesnik, E. Smirnov, E. Babich. Dual Numerical Solution for 3D Supersonic Laminar Flow Past a Blunt-Fin Junction: Change in Temperature Ratio as a Method of Flow Control // *Fluids*. – 2023. – V. 8 (5): 149
8. Е.В. Колесник, Е.М. Смирнов. Двойственность картины обтекания затупленного ребра сверхзвуковым потоком вязкого газа: влияние малого скоса передней кромки // *Изв. РАН. МЖГ*. – 2023. – № 1. – С. 3-11.

О ВЛИЯНИИ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОЙ НЕРАВНОВЕСНОСТИ НА ЗАТУХАНИЕ ВОЗМУЩЕНИЙ ЗА ФРОНТОМ НЕЙТРАЛЬНО-УСТОЙЧИВОЙ УДАРНОЙ ВОЛНЫ

А.В. Конюхов

Объединенный институт высоких температур РАН, Москва

Линейная теория гидродинамической устойчивости ударных волн в средах с произвольными термодинамическими свойствами [1-3] выделяет диапазон параметров ударной волны, в котором в рамках линеаризованной задачи для уравнений, описывающих эволюцию возмущений, последние не растут и не затухают. При этом ударная волна рассматривается как сильный разрыв, за которым выполняются условия локального термодинамического равновесия. С другой стороны, анализ термодинамических факторов, которые приводят к выполнению условия нейтральной устойчивости показал, что в этом случае ударная волна, как правило, представляет собой вязкий скачок, который можно рассматривать как ударно-волновой разрыв, за которым имеет место протяженная зона релаксации к термодинамическому равновесию. В [4] в рамках линейной теории рассмотрена нейтрально-устойчивая согласно [1-3] ударная волна с зоной релаксации и показано соответствие теории [1-3] в пределе длинноволновых возмущений. Вместе с тем, анализ в рамках линейной теории не дает информацию о скорости затухания (или роста) возмущений в диапазоне нейтральной устойчивости, которая определяется нелинейными членами разложения по амплитуде возмущений. В настоящей работе на основе численного моделирования изучается влияние релаксации на затухание возмущений за фронтом нейтрально-устойчивой ударной волны.

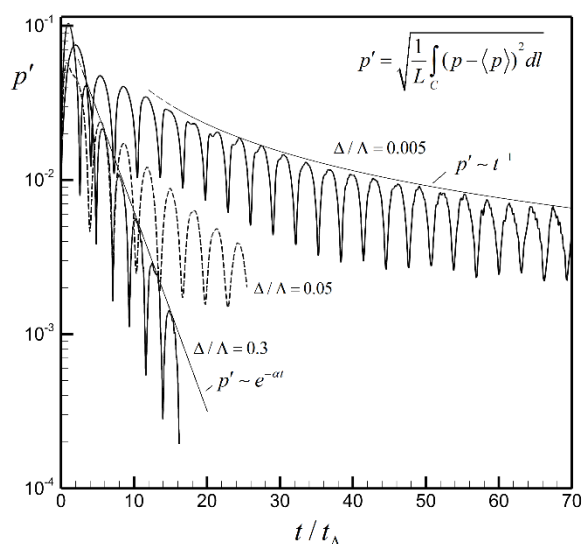


Рисунок 1 Влияние зоны релаксации на затухание возмущений нейтрально-устойчивой ударной волны; Λ – полупериод возмущения, Δ – полуширина зоны релаксации, p' – осредненная величина пульсаций давления за фронтом ударной волны, t_Λ – время, за которое ударная волна проходит расстояние Λ .

В качестве модели нейтрально устойчивой ударной волны рассматривается ударная волна с конечным состоянием в однофазной околокритической области фазового перехода жидкость-газ. Возбуждение внутренних степеней свободы, приводящее к выполнению условий нейтральной устойчивости, описывается модельной кинетикой. Задача решалась в 2D постановке, начальные данные соответствовали возмущенной нейтрально-устойчивой ударной волне. Начальное возмущение задавалось гармоническим возмущением поверхности разрыва. Рисунок показывает изменение закона затухания пульсаций давления за фронтом ударной волны в зависимости от параметра Δ/Λ , Λ – полупериод начального возмущения, Δ – полуширина зоны релаксации. Можно заключить, что в отношении скорости затухания возмущений диапазон нейтральной устойчивости ударных волн остается выделенным при учете неравновесной структуры ударной волны. При этом практическая значимость будет определяться шириной релаксационной зоны и спектром возмущений в конкретной задаче. Выполнен анализ термодинамических факторов, приводящих к выполнению условия нейтральной устойчивости ударных волн в средах с фазовым переходом первого рода.

ЛИТЕРАТУРА

1. S. P. D'yakov, The stability of shockwaves: Investigation of the problem of stability of shock waves in arbitrary media, Zh. Eksp. Teor. Fiz. 27, 288–295 (1954).
2. V. M. Kontorovich, Concerning the stability of shock waves, J. Exp. Theor. Phys. 33, 1525–1526 (1957).
3. J. J. Erpenbeck, Stability of Step Shocks, Phys. Fluids 5 (10), 1181–1187 (1962).
4. A.G. Kulikovskii, A.T. Il'ichev, A.P. Chugainova, V.A. Shargatov On the Structure Stability of a Neutrally Stable Shock Wave in a Gas and on Spontaneous Emission of Perturbations, J. Exp. Theor. Phys. (131), 481–495 (2020).

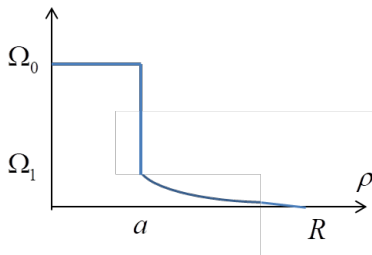
О КОНКУРЕНЦИИ АКУСТИЧЕСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ И МАЙЛСОВСКОГО ДЕМПФИРОВАНИЯ В ДИНАМИКЕ ВИХРЕВЫХ ТЕЧЕНИЙ

В.Ф. Копьев, С.А. Чернышев, А.Б. Барбасов
ФАУ ЦАГИ, Московский комплекс ЦАГИ, Москва

Известно, что локализованный вихрь может обладать двумя специфическими механизмами взаимодействия с окружающим потоком. Первый связан с акустическим излучением, которое сопровождается потерей энергии [1,2], уносимой звуковыми волнами на бесконечность, а второй представляет собой майлсовский механизм взаимодействия колебаний вихревого ядра с возмущениями в окрестности критического слоя и сопровождается потоком энергии из этой окрестности [3]. Для нейтрально устойчивых возмущений дискретного спектра вихревого течения, имеющих отрицательную энергию, первый фактор может приводить к потере устойчивости течения [4], а второй, напротив, является демпфирующим фактором. Впервые рассмотрено течение, в котором оба этих механизма реализуются одновременно.

В работе рассмотрено двумерное течение с круговым вихрем со сглаженным профилем завихренности, в котором одновременно реализуются оба конкурирующих механизма. Для ступенчатого профиля завихренности течение с круговым вихрем является акустически неустойчивым, а майлсовский механизм не проявляется, поскольку завихренность в критическом слое отсутствует. При переходе от ступенчатого профиля завихренности к сглаженному профилю течение уже не является неустойчивым при сколь угодно малой сжимаемости [5]. Однако неустойчивость реализуется при большей сжимаемости, что, как показано в настоящей работе, является следствием конкуренции двух эффектов – акустической неустойчивости и майлсовского демпфирования. В первой части работы рассмотрено несжимаемое вихревое течение, в котором фактором, обеспечивающим сток энергии, является импедансная стенка, ограничивающая область течения [6]. Во второй части работы задача решается для безграничной области с учетом сжимаемости и возможностью стока энергии посредством звукового излучения.

Получено аналитическое решение задачи и показано, что при отрицательной производной средней завихренности в критическом слое дискретная мода уходит с верхнего листа римановой поверхности частоты на нефизический лист через разрез, связанный с непрерывным спектром возмущений (майлсовское демпфирование), что приводит к исчезновению неустойчивости. Однако при увеличении сжимаемости неустойчивость оказывается вполне реализуемой не только для вихря Кельвина, но и для вихря со сглаженным профилем завихренности, в зависимости от параметров течения, характеризующих каждый из механизмов. Найдена граница области неустойчивости, $k^4 a^4 > 4\rho_0 |\Omega'(\rho_0)|/\Omega_0$, где $k = \omega/c$, ω – частота, c – скорость звука, Ω_0 и a – завихренность и радиус ядра вихря, $\Omega'(\rho_0)$ – производная завихренности в критическом слое $\rho = \rho_0$ (линии



тока, на которой фазовая скорость возмущений совпадает со скоростью потока). Получен инкремент неустойчивости $\text{Im} \frac{\omega}{\Omega_0} = -\frac{\pi}{8} \frac{\Omega'(\rho_0)}{U'(\rho_0)} \left(\frac{a}{\rho_0} \right)^4 + \pi \frac{k^4 a^4}{64} + O(\varepsilon^2)$, где U – угловая скорость, $\varepsilon = \Omega_1/\Omega_0$.

Проведен анализ баланса энергии в течении для вторых вариаций плотности и потока энергии, выраженных через первые вариации переменных [7]. Из уравнения баланса энергии получена величина инкремента альтернативным способом. Показано, что на границе устойчивости поток энергии из окрестности критического слоя сравнивается с потоком акустической энергии на бесконечности, то есть целиком уходит в акустическое излучение. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФ (грант 21-71-30016).

ЛИТЕРАТУРА

1. E. G. Broadbent, D. W. Moore. Acoustic destabilization of vortices // Phil. Trans. R. Soc. 1979. V. A 290. P. 353-371.
2. Копьев В.Ф., Леонтьев Е.А. Об акустической неустойчивости аксиального вихря // Акуст. Журн., 1983, т.29, №2, с. 192-198.
3. J.W. Miles, On the generation of surface waves by shear flows // J. Fluid Mech., 1957, V.3, N2, P. 185-204.
4. Копьев В.Ф., Леонтьев Е.А. Акустическая неустойчивость плоских вихревых течений с круговыми линиями тока. Акуст. Журн., 1988, т.34, №3, 475-480.
5. Данилов С.Д. Об акустической неустойчивости течения с круговыми линиями тока. Акуст. Журн., 1989, т.35, №6, 1059-1065.
6. E. G. Broadbent, D. W. Moore. The Two-Dimensional Instability of an Incompressible Vortex in a Tube with Energy-Absorbent Walls // Proc. R. Soc. Lond. A. 1994. V. 446. P. 39-56.
7. Копьев В.Ф., Чернышев С.А. Об использовании методов лагранжевой механики для анализа баланса энергии в вихревых течениях сжимаемого газа // Акуст. Журн., 2021, т.67, №1, с. 98-106.

СТАБИЛИЗАЦИЯ АСТРОПАУЗЫ ПЕРИОДИЧЕСКИМИ КОЛЕБАНИЯМИ ЗВЕЗДНОГО ВЕТРА

С.Д. Корольков, В.В. Измоленов
МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва
ИКИ РАН, Москва

При взаимодействии гиперзвуковой плазмы звёздного ветра со сверхзвуковым набегающим потоком межзвёздной среды в головной области течения формируются три поверхности сильного разрыва: две ударные волны и тангенциальный разрыв, называемый астропаузой [1]. Теория и численное моделирование показывают, что тангенциальные разрывы неустойчивы из-за хорошо известной неустойчивости Кельвина – Гельмгольца (К-Г), однако большинство наблюдений за астросферами (или околозвездными пузырями) показывают устойчивые и гладкие структуры астропауз. Ранее было признано, что магнитные поля могут стабилизировать астропаузы [2].

В этой работе исследуется другой механизм стабилизации неустойчивости астропауз, представляющий собой периодическое изменение (колебание) динамического давления звездного ветра. Такие колебания параметров звездного ветра вполне ожидаемы. Например, Солнце имеет 11-летний цикл глобальной активности, хотя существуют и более короткие периоды колебаний солнечного ветра [3]. В настоящей работе проведено параметрическое численное исследование и показано, что развитие неустойчивости К-Г зависит от безразмерного параметра χ , который представляет собой отношение скорости звездного ветра к скорости межзвездного потока. Чем больше параметр χ , тем больше инкремент нарастания неустойчивости.

В работе показано, что неустойчивость К-Г является конвективной, что согласуется с предыдущим линейным анализом [4]. Основным результатом работы является эффект стабилизации астропаузы периодическими колебаниями звездного ветра. Показано, что для солнечного ветра наиболее эффективная стабилизация происходит для периода изменений параметров звезды в диапазоне 1–4 года. Для 11-летнего солнечного цикла эффект стабилизации сохраняется, но становится значительно слабее. По результатам работы опубликована статья [5].

ЛИТЕРАТУРА.

1. V.B. Baranov, K.V. Krasnobaev, A.G. Kulikovskii. A model of the interaction between solar wind and interstellar medium. *Doklady Akademii Nauk SSSR*, 1970, 194, 41-44
2. D. M.-A. Meyer, A. Mignone, M. Petrov, K. Scherer, P. F. Velázquez, P. Boumis. 3D MHD astrospheres: applications to IRC-10414 and Betelgeuse. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2021, 506, 5170-5181
3. J. D. Richardson, K. I. Paularena, J. W. Belcher, A. J. Lazarus. Solar wind oscillations with a 1.3 year period. *Geophysical Research Letters*, 1994, 21, 1559-1560
4. M. S. Ruderman, L. Brevdo, R. Erdélyi. Kelvin-Helmholtz absolute and convective instabilities of, and signalling in, an inviscid fluid-viscous fluid configuration. *Proceedings of the Royal Society of London Series A*, 2004, 460, 847-874
5. S.D. Korolkov, V.V. Izmodenov. Stabilization of the astropause by periodic fluctuations of the stellar wind. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2023, 518, 4422-4427

ЭВОЛЮЦИЯ ВОЛНОВОГО ПОЕЗДА В ПРОДОЛЬНОМ ВОЗМУЩЕНИИ СВЕРХЗВУКОВОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ ПЛОСКОЙ ПЛАСТИНЫ

А.Д. Косинов, М.В. Питеримова, Ю.Г. Ермолаев, А.В. Шмакова, Б.В. Смородский, Н.В. Семенов
Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН, Новосибирск

В докладе рассматриваются результаты экспериментальных исследований развития волнового поезда в продольном вихре в пограничном слое плоской пластины при числах Маха 2 и 2,5. Получены пространственно-временные распределения, частотно-волновые спектры пульсаций и их волновые характеристики в линейной и слабонелинейной фазе развития волнового поезда в однородном и неоднородном пограничном слое в условиях фиксированной мощности локального источника контролируемых возмущений.

Воздействие слабых ударных волн в виде N-волны на переднюю кромку плоской пластины с острой передней кромкой порождает стационарный продольный след в сверхзвуковом пограничном слое [1]. Сформировавшееся неоднородное в трансверсальном направлении течение изменяет механизмы ламинарно-турбулентного перехода в сверхзвуковом пограничном слое в сравнении с его однородным состоянием [2, 3]. Известно, что продольные следы (стрики) либо затягивают переход в пограничном слое вниз по потоку, либо сдвигают его вверх по течению, как отмечено в [2]. Знание механизмов взаимодействия неустойчивых возмущений обычно существенно облегчает решение задач численного моделирования ламинарно-турбулентного перехода и предсказание его положения в пограничном слое. При моделировании используются два метода: прямое численное моделирование на основе уравнений Навье-Стокса и расчеты с использованием волнового подхода теории гидродинамической устойчивости. Экспериментальные данные востребованы при сравнении с теорией. Введение в сверхзвуковой пограничный слой искусственных волновых поездов позволяет получить требуемые для сравнения с расчётами экспериментальные данные [4]. Это реализуется с помощью анализа пространственно-временных распределений, частотно-волновых спектров пульсаций и их волновых характеристик в линейной и слабонелинейной фазе развития волнового поезда в однородном и неоднородном пограничном слое при условии фиксированной мощности локального источника контролируемых возмущений. Анализ данных позволяет определить возможные механизмы взаимодействия волн в однородном и неоднородном пограничном слое на плоской пластине и сравнить их друг с другом. В этом заключается основная цель выполняемого цикла исследований, начатых в [1].

Эксперименты проводятся в сверхзвуковой аэродинамической трубе Т-325 ИТПМ СО РАН при числах Маха 2 и 2,5. Схема экспериментов с введением контролируемых возмущений в неоднородный пограничный слой приведена на рис. 1. Такая постановка реализована в серии экспериментов при числе Маха 2,5. На рисунке обозначено: 1 и 2 – падающие слабые ударные волны; 3 – генератор слабых ударных волн; 4 – источник контролируемых возмущений; 5 и 6 – относительное изменение массового расхода в сечениях $x = -10$ и $x = 60$ мм.

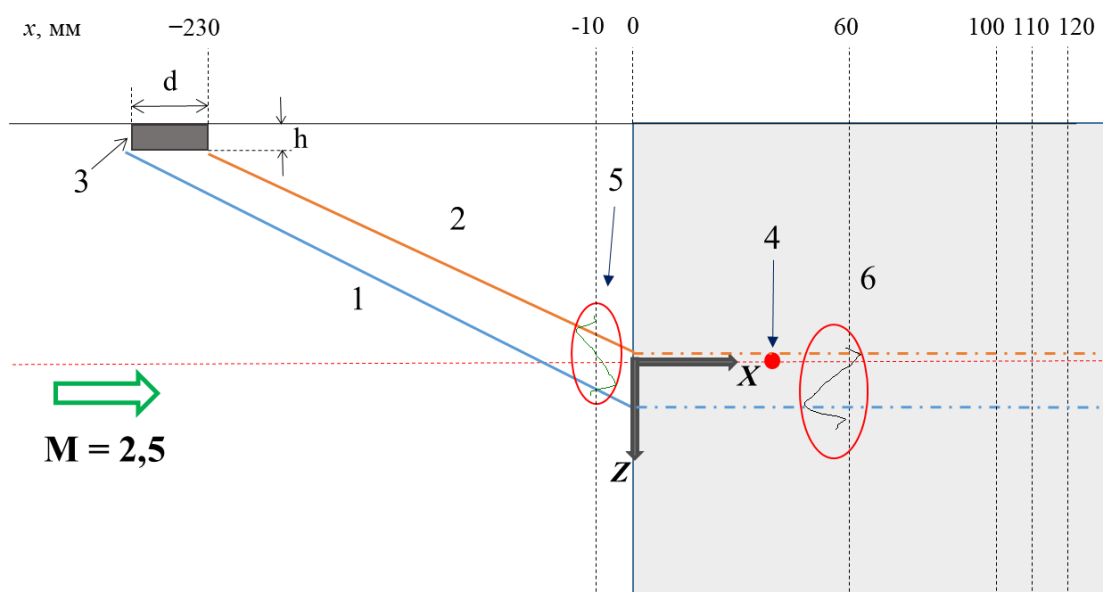


Рис. 1.

При числе Маха 2 условия введения искусственных возмущений по координате Z были другими, что влияло на характер развития волнового поезда.

Для условий экспериментов, выполненных в аэродинамической трубе Т-325 на модели плоской пластины проведены расчеты по линейной теории устойчивости в рамках полной системы Лиза-Линя.

Получены волновые характеристики наклонных возмущений массового расхода для частот 10, 20, 30 и 40 кГц. В настоящей работе эти результаты использованы для анализа экспериментальных данных и частично для сравнения с ними.

Оценки волновых спектров стационарных неоднородностей и экспериментальные данные о волновых характеристиках и спектрах возмущений позволили впервые предложить варианты взаимодействия волн для режима наклонного перехода.

Отметим, что при числе Маха 2 удалось выявить два механизма взаимодействия возмущений в неоднородном пограничном слое: субгармонический резонанс и наклонный переход. При числе Маха 2,5 по условиям экспериментов наблюдался только наклонный переход. Возможные причины этого обсуждаются в докладе.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (№ 22-19-00666, <https://rscf.ru/project/22-19-00666/>) и при использовании оборудования ЦКП «МЕХАНИКА» ИТПМ СО РАН.

Литература

1. Vaganov A.V.; Ermolaev Yu G.; Kolosov G.L.; Kosiniv A.D., Panina A.V., Semionov N.V. Impact of incident Mach wave on supersonic boundary layer// Thermophysics and Aeromechanics 2016. V. 23, № 1. P. 43-48. DOI: 10.1134/S0869864316010054.
2. Егоров И.В., Зыонг Н.Х., Нгуен Н.К., Пальчевская Н.В. Численное моделирование влияния волны маха на ламинарно-турбулентный переход в сверхзвуковом пограничном слое // Доклады Российской академии наук. Физика, технические науки. 2022. Т. 504. № 1. С. 36-40.
3. Питеримова М.В., Косинов А.Д., Семёнов Н.В., Яцких А.А., Кочарин В.Л., Ермолаев Ю.Г. Экспериментальное исследование влияния пары слабых ударных волн на ламинарно-турбулентный переход в пограничном слое плоской пластины при числе Маха 2 // Сибирский физический журнал. 2022. Т.17. № 2. С. 30-40. DOI: 10.25205/2541-9447-2022-17-2-30-40.
4. Косинов А.Д., Питеримова М.В., Шмакова А.В., Семенов Н.В., Ермолаев Ю.Г. Экспериментальное исследование эволюции контролируемых возмущений в продольном вихре, порожденном в пограничном слое плоской пластины при числе Маха 2 // Прикладная механика и техническая физика. 2023, №4. С. 118-129.

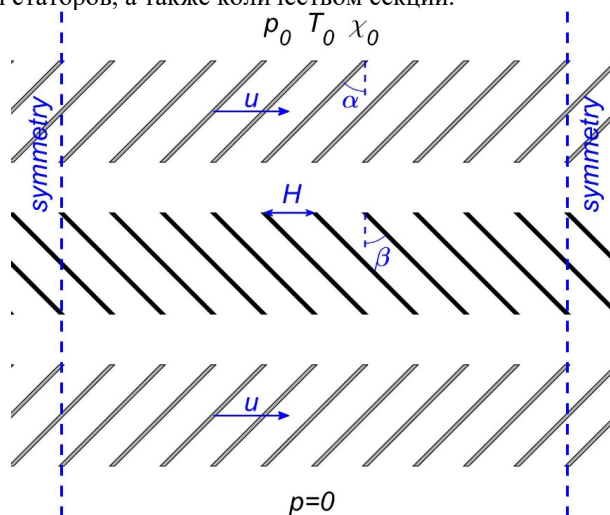
МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗДЕЛЕНИЯ ГАЗОВЫХ СМЕСЕЙ В ТУРБОМОЛЕКУЛЯРНОМ НАСОСЕ

В.В. Косьянчук

Научно-исследовательский институт механики МГУ, Москва

Турбомолекулярный насос, представляющий собой множество последовательно соединенных вращающихся турбин, получил практическое применение относительно давно [1] и активно используется для создания высокого и сверхвысокого вакуума. При этом известно [2], что эффективность насоса сильно зависит от молекулярной массы рабочего газа. Предыдущие работы автора показывают, что при течении разреженной смеси газов в подобных устройствах может наблюдаться эффект разделения смеси [3-5]. В данной работе с использованием метода прямо статистического моделирования Монте Карло исследовано течение разреженного газа через систему быстро вращающихся лопаток (турбин) в широком диапазоне чисел Кнудсена в плоской постановке. Система представляет собой упрощенную версию турбомолекулярного насоса (ТБН) и может увеличивать или уменьшать поток газа в зависимости от направления вращения турбин и ориентации лопаток.

В постановке изучается течение гелий-аргоновой смеси газов через систему турбин, подвижных (роторов) и неподвижных (статоров), в плоской постановке (см. Рисунок). Турбина представляет собой ряд наклонных пластин. На вход подается эквимолярная смесь. Исследуется коэффициент разделения s , определяемый как отношение числовых потоков компонент на выходе в установившемся режиме. Задача определяется числом Кнудсена, характеризующим степень разреженности газа, скоростью вращения лопаток ω , наклоном роторов и статоров, а также количеством секций.



На основании численных расчетов показано, что турбомолекулярный насос (система вращающихся турбин) может быть использован для разделения газовых смесей. Было показано, что эффект разделения присутствует в широком диапазоне чисел Кнудсена, усиливается с увеличением длины лопаток, однако падает с увеличением количества секций. Также получено, что наибольший эффект достигается, когда отношение скорости вращения турбин к характерной тепловой скорости молекул примерно равно тангенсу угла наклона лопаток.

Работа выполнена с использованием оборудования Центра коллективного пользования сверхвысокопроизводительными вычислительными ресурсами МГУ имени М.В. Ломоносова и вычислительных ресурсов МСЦ РАН. Работа выполнена при поддержке Российского Научного Фонда (грант № 23-71-10057).

ЛИТЕРАТУРА.

1. Becker W. //Vacuum. – 1966. – Т. 16. – №. 11. – С. 625-632.
2. Sharipov F. //Journal of Vacuum Science & Technology A. – 2010. – Т. 28. – №. 6. – С. 1312-1315.
3. Косьянчук В. В., Якунчиков А. Н. Свободномолекулярное течение газа в канале с изгибающейся границей //Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. – 2018. – №. 3. – С. 87-97.
4. Yakunchikov A., Kosyanchuk V. A new principle of separation of gas mixtures in non-stationary transitional flows //Acta Astronautica. – 2019. – Т. 163. – С. 120-125.
5. Yakunchikov A. The outflow of gas mixture into vacuum, periodically interrupted by bodies moving towards the jet //Vacuum. – 2023. – Т. 209. – С. 111778.
6. Берд Г. Молекулярная газовая динамика/Пер. с англ. под ред. ОМ Белоцерковского и МН Когана. – 1981.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ РЕКИ ЗЕЯ В РАЙОНЕ ВПАДЕНИЯ В РЕКУ АМУР

К.Б. Кошелев, С.В. Стрижак
Институт системного программирования РАН, Москва

Изучение вопроса предсказания и моделирования паводков, половодья, наводнения на реках РФ является актуальной задачей. С целью подтверждения правильности построения цифровой модели речной долины реки было выполнено математическое моделирование течения в реке Зей на основе уравнений по теории мелкой воды [1]. Рассматривался участок реки Зей от поселка Белогорье до города Благовещенска в Амурской области в месте впадения реки Зей в реку Амур. Общая длина участка реки была около 35 км. Расчет проведен для стационарного режима течения в 2D постановке в открытом пакете Delft3D [2,3]. Для расчета трения о дно использовалась формула Маннинга. По данным [4] во входном сечении (гидропост Белогорье) задавался расход $3000 \text{ м}^3/\text{с}$, а в выходном сечении (гидропост Благовещенск на р. Зей) уровень поверхности воды имел 122 метров в Балтийской Системе координат (БС). Вычисления проводились в расчетной области на структурированной сетке, имеющей более чем 40 000 узлов. На рисунках 1-4 представлены результаты расчетов. Входное сечение на рисунках находится в верхней части, а выходное сечение – в нижней части.

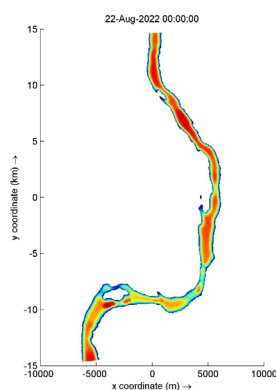


Рис.1. Глубина потока

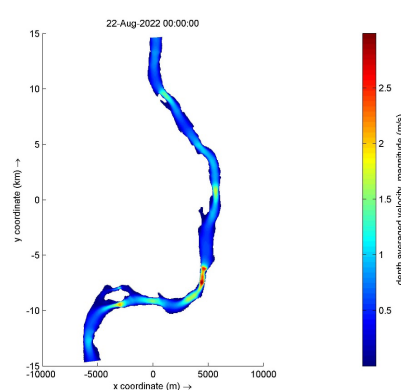


Рис.2. Абсолютное значение осредненной по глубине скорости воды в реке

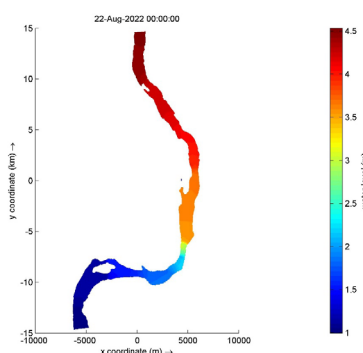


Рис.3 Уровень поверхности воды.
На правой шкале значение 1 соответствует 122 м БС

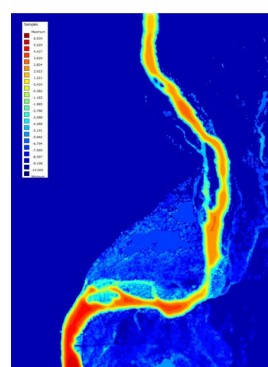


Рис. 4 Рельеф речной долины р. Зей
в районе пос. Белогорье

По результатам вычислений были уточнены параметры цифровой модели речной долины реки Зей, что позволило сформулировать постановку задачи для расчетного модуля «Виртуальный гидропост».

ЛИТЕРАТУРА.

1. А.Г. Куликовский, Н.В. Погорелов, А.Я. Семенов. Математические вопросы численного решения гиперболических систем уравнений. Изд. 2, испр. и доп. 2012. 656 с.
2. Delft-3D-FLOW. User Manual. Version: 4.05. SVN Revision: 75129. 8 June 2022. – [Электронный ресурс]. 725 р.
3. A.T. Zinoviev, A.V. Dyachenko, K.B. Koshelev, K.V. Marusin. Modeling of channel processes in large rivers with the use of field data // Eurasian Journal of Mathematical and Computer Applications. 2021. Vol. 9(1). 87–102.
4. Информационная система по водным ресурсам и водному хозяйству бассейнов рек России – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://gis.vodinfo.ru> (дата обращения 24.12.2023).

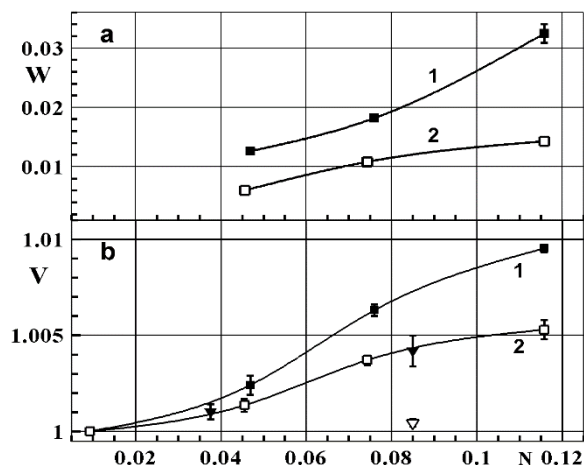
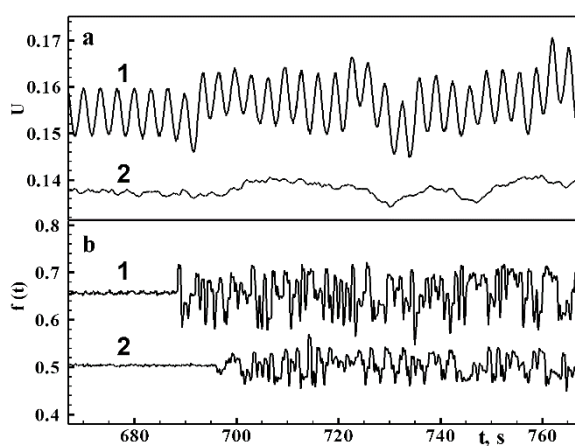
ВЛИЯНИЕ СЛУЧАЙНЫХ ФЛУКТУАЦИЙ СКОРОСТИ ВРАЩЕНИЯ С РАЗЛИЧНЫМИ СПЕКТРАМИ НА ТЕЧЕНИЯ ВЯЗКОЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

О.Э. Кривоносова, Д.Ю. Жиленко
НИИ механики МГУ, Москва

Все природные процессы подвержены шумовым воздействиям, отличающихся как видом спектров, так и широким диапазоном временных масштабов. Так, случайные флуктуации граничных условий всегда присутствуют в крупномасштабных природных течениях. Такие флуктуации (например, неравномерность во времени угловой скорости вращения Земли) могут рассматриваться в качестве внешнего шума, воздействующего на течения, как в атмосфере, так и в жидком ядре Земли. В течениях во вращающемся сферическом слое, которые рассматриваются в настоящей работе, добавление «белого» шума в виде случайных во времени флуктуаций скорости вращения внутренней сферы с нулевым средним значением может приводить к смене волнового числа при потере устойчивости [1]. Также добавление шума ведет к генерации средних течений и снижению чисел Рейнольдса, соответствующих пределу устойчивости [2]. Белый шум характеризуется равными амплитудами всех спектральных составляющих, и величину наклона спектра такого шума можно представить в виде $1/f^\alpha$, где $\alpha=0$, f – частота. При исследовании эффектов, связанных с неравномерностью вращения Земли, используется не только белый шум, но и другие виды шума, с наклоном спектра $\alpha>0$ [3].

Целью настоящей работы является экспериментальное исследование влияния вида спектра добавляемого шума на изменение свойств сферического течения Куэтта – течения вязкой несжимаемой жидкости в зазоре между коаксиально расположенными сферами, вызванного вращением одной или обеих границ. Подробные описания установки и методики проведения эксперимента представлены в [1, 2], измерения скорости течения проводились лазерным доплеровским анемометром на средних широтах вблизи внешней сферы. В данной работе рассматривались течения вблизи предела устойчивости, вызванные вращением только внутренней сферы. Шум вносится в течение в виде случайных флуктуаций угловой скорости вращения с нулевым средним значением. Фактические значения угловой скорости вращения сферы в каждый момент времени вычисляются дифференцированием по времени сигнала фазы, получаемого с расположенного на валу привода датчика скорости вращения. При ненулевой амплитуде шума фактическое значение угловой скорости начинает изменяться путем добавления на каждом такте работы системы управления вращением сфер (каждые 0.04 сек.) возмущений нормированной величины. Эти возмущения (как положительные, так и отрицательные) выдаются генератором случайных чисел. Этим способом обеспечивалось добавление белого шума к сигналу скорости вращения в [1, 2].

В настоящей работе используется спектр, в котором белый шум занимает только низкочастотную часть используемой частотной полосы. Такой спектр обеспечивается добавлением описываемых выше возмущений через большие, чем 0.04 сек., интервалы времени [4]. Таким образом, белый шум остается в спектре на частотах, ниже частоты отсечения F (в нашей работе использовалось 2 значения: 1 и 3 гц). На частотах выше, чем F , происходит экспоненциальное затухание амплитуд спектральных составляющих.



Эксперименты начинались с установления течения при выбранных числах Рейнольдса Re без внесения дополнительных возмущений. Проводилась запись зависимости скорости течения от времени t (левый рисунок, а, 1 – выше предела устойчивости, 2- ниже предела устойчивости, U – нормированная скорость течения, $F=1$ гц). Далее в сигнал скорости вращения подавался дополнительный шум с неизменной в каждом эксперименте амплитудой (левый рисунок, б, $f(t)$ – частота вращения сферы). В качестве амплитуды шума N выбиралось отношение среднеквадратичного отклонения угловой скорости вращения к ее среднему значению. На левом рисунке представлены данные, полученные при амплитуде шума $N=0.085$ как для

устойчивых течений (2), так и неустойчивых течений (1) в виде бегущих азимутальных волн с волновым числом $m=3$. Видно, что внесение случайных флуктуаций в сигнал скорости вращения приводит к возникновению низкочастотных, по сравнению с флуктуациями скорости вращения (b), изменений скорости U (a). Для неустойчивых течений (a,1) амплитуда этих низкочастотных колебаний сравнима с амплитудой азимутальных волн. На правом рисунке представлены зависимости от амплитуды шума N : а - среднеквадратичных отклонений измеряемой азимутальной скорости течения, отнесенных к ее среднему значению (W), b - отношение средней скорости течения в присутствии шума к скорости течения без шума (V). Треугольными символами показаны результаты для неустойчивых течений, квадратными символами – для устойчивых течений. Затемненные символы соответствуют случаю $F=1$ гц (1- аппроксимирующие кривые), светлые символы получены в случае $F=3$ гц (2- аппроксимирующие кривые). Из представленных на правом рисунке результатов видно, что шумы одинаковой амплитуды, но с разными видами спектров вызывают генерацию средних течений различной интенсивности. Так, шум с меньшими значениями F приводит, с ростом амплитуды шума, к более сильному увеличению, как флуктуаций скорости течения, так и ее средних значений по сравнению с шумом с большими значениями F . При одних и тех же амплитудах шума N увеличение средней скорости течений и флуктуаций скорости существенно выше для устойчивых течений по сравнению с неустойчивыми течениями.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 23-29-00051).

ЛИТЕРАТУРА.

1. D. Zhilenko, O. Krivonosova, M. Gritsevich, P. Read. Wave number selection in the presence of noise: Experimental results. *Chaos*, 2018, 28, 053110.
2. O. Krivonosova, M. Gritsevich, D. Zhilenko, P. Read. Noise induced effects in the axisymmetric spherical Couette flow. *Phil. Trans. R. Soc. A*, 2023, 381, 20220124.
3. Ю.Г. Марков, И.Н. Синицын. Влияние «окрашенных» флуктуаций на неравномерности вращения Земли. *ДАН.*, 2009, т. 427, №3, с. 326-329.
4. Д.Ю. Жиленко, О.Э. Кривоносова. Влияние шумов с различными спектрами на течения вязкой несжимаемой жидкости. *Письма в ЖТФ*, 2023, т.49, 8, с. 21-24.

ПРЕДВЕСТНИКИ НЕУСТОЙЧИВОСТИ И НОВЫЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПРЕДЕЛА УСТОЙЧИВОСТИ В ПРИСУТСТВИИ ШУМА

О.Э. Кривоносова, Д.Ю. Жиленко
НИИ механики МГУ, Москва

Экспериментально и численно исследовалось сферическое течение Куэтта в толстом сферическом слое в присутствии шума. Такие исследования важны, так как течения в природе подвергаются воздействию случайных флуктуаций. Шум вводится в течение путем добавления случайных флуктуаций с нулевым средним значением в скорость вращения внутренней сферы. Исследовались течения вязкой несжимаемой жидкости как вызванные вращением только внутренней сферы, так и со-направленным вращением сфер. Оказалось, что внесение шума вызывает генерацию среднего течения. Также было установлен более быстрый рост меридиональной компоненты кинетической энергии по сравнению с азимутальной. Рассчитанные скорости течения сравнивались с результатами измерений лазерным доплеровским анемометром. Предложена аналитическая модель, объясняющая быстрый рост меридиональной энергии при со-направленном вращении сфер. Линейный анализ устойчивости течений, вызванных вращением только внутренней сферы, показал, что критическое значение числа Рейнольдса, соответствующее первой неустойчивости, уменьшается под воздействием шума. Впервые для гидродинамических течений показано, что на пределе устойчивости наблюдается локальный минимум генерации средних течений и локальный максимум флуктуаций скорости течения, что соответствует теоретическим предсказаниям в случае динамических систем с шумом. Предложен новый метод, позволяющий упростить при нелинейных расчетах определение критического значения числа Рейнольдса, соответствующего пределу устойчивости течений с шумом.

МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Рассматривались два вида течений: (i) вызванные вращением только внутренней сферы и (ii) вызванные со-направленным вращением сфер с равными угловыми скоростями. В первом случае меридиональная циркуляция состоит из вихрей, симметричных относительно плоскости экватора, которые образуют радиально-экваториальную струю, направленную к внешней сфере. В то время как при со-направленном вращении сфер образуется Стюартсоновский слой, который представляет цилиндрическую структуру, касающуюся внутренней сферы, с осью параллельной оси вращения. Оба эти течения хорошо изучены, вид меридиональной циркуляции можно найти, например, в [1, 2]. Чтобы иметь возможность сравнивать численные и экспериментальные результаты мы взяли слой той же толщины, что и в [3], и такой же способ внесения шума. Случайные возмущения вносились в угловую скорость вращения внутренней сферы. Такие возмущения не зависят от азимутального угла и симметричны относительно плоскости экватора. И таким образом не нарушают симметрии ни относительно оси вращения, ни относительно плоскости экватора, которые присущи стационарным течениям до потери устойчивости.

Течение вязкой несжимаемой жидкости описывается уравнениями Навье-Стокса и неразрывности, имеющими в этом случае вид:

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} = \vec{U} \times \text{rot} \vec{U} - \text{grad} \left(\frac{P}{\rho} + \frac{|\vec{U}|^2}{2} \right) - \nu \cdot \text{rot} \text{rot} \vec{U}, \quad \text{div} \vec{U} = 0.$$

Здесь $\vec{U}(r, \theta, t)$ и $P(r, \theta, t)$ поле скоростей и давление, r, θ радиальная и меридиональная координаты. Решение не зависит от азимутального угла. Граничные условия – условия прилипания и непротекания на сферических границах: $u_\varphi(r_i, \theta, t) = \Omega_i r_i \sin \theta$, $u_r(r_i, \theta, t) = 0$, $u_\theta(r_i, \theta, t) = 0$, $i = 1, 2$.

Используемый метод прямого численного моделирования подробно изложен в [4]. Метод подходит для вычислений как ламинарных, так и турбулентных течений в произвольных ортогональных координатах. Нами метод использовался при расчетах как ламинарных, так и турбулентных течений и с постоянными, и с колеблющимися скоростями вращения границ [5]. С помощью данного метода можно также проводить анализ линейной устойчивости стационарного осесимметричного течения. На предварительно рассчитанное двумерное течение накладываются симметричные или антисимметричные относительно плоскости экватора возмущения, зависящие от азимутального угла как $\exp(im\varphi + \sigma t)$ (m – волновое число, $\sigma = \lambda + i2\pi f$). Линеаризованные уравнения для возмущений имеют следующий вид:

$$\frac{\partial \vec{u}'}{\partial t} = \vec{U}_0 \times \text{rot} \vec{u}' + \vec{u}' \times \text{rot} \vec{U}_0 - \nu \text{rot} \text{rot} \vec{u}' - \nabla p', \quad \text{div} \vec{u}' = 0$$

Рост или затухание возмущений определяется знаком λ , тогда как мнимая часть определяет частоту f и фазовую скорость $c = 2\pi f / m$ моды m . Для уменьшения числа узлов ячейки были сжаты в радиальном направлении вблизи твердых границ [5]. Параметр ε_r характеризует степень неоднородности размеров ячеек в радиальном направлении и равен отношению минимального размера ячейки к максимальному. После ряда пробных расчетов была выбрана следующая сетка: с числом узлов в радиальном и меридиональном направлениях 160 x 240 соответственно и $\varepsilon_r = 0.5$. Мы проводили вычисления с размерными параметрами, равными размерам экспериментальной установки (приведены ниже).

Шум добавлялся к угловой скорости вращения внутренней сферы. Интенсивность шума N определялась как относительное средне - квадратичное отклонение $\Omega(t)$:

$$\Omega(t) = \Omega_0 + A_n rm(i), \quad \langle A_n rm(i) \rangle = 0, \quad \Delta = A_n = \sqrt{\frac{1}{I-1} \sum_{i=1}^I (\Omega(t_i) - \Omega_0)^2}, \quad N = \frac{\Delta}{\Omega_0}$$

Первый член Ω_0 это постоянное среднее значение угловой скорости, второй член это шум: A_n – амплитуда шума, $rm(i)$ – случайное число из ряда длиной I со стандартным нормальным распределением. При вращении только внутренней сферы $A_n < 0.9$, а длина ряда для вычисления среднего течения равна 10^6 шагов по времени или 600s, что соответствует 300 - 450 оборотам внутренней сферы. При однонаправленном вращении $A_n < 0.35$, $I = 10^5$, или 1600s и 180 оборотов внутренней сферы. На каждом шаге по времени из ряда случайных чисел выбирается следующее число. Мы добавляли белый шум, шум с равными амплитудами в спектре. Для получения ряда случайных чисел с нормальным стандартным распределением мы использовали процедуру RNNOA из библиотеки IMSL, Fortran 90 MP.

Процесс расчета состоял из нескольких этапов. На первом мы вычисляли основное стационарное двумерное течение при выбранных параметрах подобия в отсутствие шума. На втором этапе добавлялся шум, и вычисления продолжались не менее 300 s до достижения статистически стационарного течения. После этого вычисления продолжались в течении времени достаточного для вычисления осредненного течения, времена были указаны выше. При вращении только внутренней сферы вычисления проводились и ниже, и выше порога устойчивости (Re_c) при числах Рейнольдса Re_1 от 350 до 490, N варьировалось от 0.01 до 0.217. При со-направленном вращении - Re_1 менялся от 80 до 1000 (при этих значениях чисел Рейнольдса течение стационарное и устойчивое) и N варьировалось от 0.01 до 0.04.

Установка и методика проведения экспериментов детально описаны в [3]. Сферический слой образован двумя концентрическими прозрачными сферами из оргстекла, радиус внутренней 75 mm, внешней 150 mm. Зазор заполнен силиконовым маслом с вязкостью $\nu = 5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$. Температура в слое поддерживалась постоянной с точностью $\pm 0.05^\circ\text{C}$, для этого сферы погружены в оптически прозрачный термостат, также наполненный циркулирующим силиконовым маслом. Для сопоставления с расчетами проводились измерения азимутальной компоненты скорости. Измерения проводились лазерным Доплеровским анемометром (ЛДА) в точке, расположенной на средних широтах вблизи внешней сферы: на расстоянии 105 mm от оси вращения и 78 mm от плоскости экватора. Полученные данные записывались для дальнейшей обработки. Мы использовали ЛДА с прямым рассеиванием, когда точка измерения находится между фото умножителем и 25 mW He-Ne лазером. Величины угловых скоростей как внутренней, так и внешней сфер контролировались системой управления, задача которой заключалась в выработке управляющего сигнала пропорционального разнице между фактическим и заданным значениями Ω_1 and Ω_2 . Мгновенные значения угловых скоростей вычислялись путем дифференцирования по времени сигналов фазы, поступающих с расположенных на валу датчиков скорости вращения. Шум вносился в течение случайными флуктуациями с нулевым средним, которые поступали из генератора случайных чисел, встроенного в систему управления, и добавлялись к постоянной угловой скорости вращения внутренней сферы. Шум в соответствии с его происхождением (работа системы управления) и видом спектра (с амплитудами, не зависящими от частоты) представляет мультипликативный белый шум. Результатом каждого эксперимента являлась средняя по времени азимутальная скорость при заданном значении N . Эксперименты проводились следующим образом. Сначала в отсутствие шума устанавливалось стационарное течение при выбранных значениях Re_1 и Re_2 меньших Re_c . Измерения скорости начинались не менее чем через 1200s после начала вращения сфер. Затем добавлялся шум заданной интенсивности, и измерения продолжались в течении по крайней мере 1600 s. Вторая половина записи скорости при добавлении шума использовалась для вычисления среднего. Один и тот же эксперимент проводился несколько раз, чтобы убедиться в воспроизводимости результатов.

ГЕНЕРАЦИЯ ШУМОМ СРЕДНЕГО ТЕЧЕНИЯ

Под действием аддитивного шума скорости течения случайным образом меняются, что отражается и в случайных флуктуациях кинетической энергии K . Последнюю можно представить в виде суммы азимутальной K_ϕ и меридиональной K_ψ компонент:

$$K_\phi = \int u_\phi^2(r, \theta, t), \quad K_\psi = \int (u_r^2(r, \theta, t) + u_\theta^2(r, \theta, t))$$

В течениях, вызванных вращением только внутренней сферы и при $f \leq 0.5$ Hz спектры K_ϕ и K_ψ совпадают. При $f > 0.5$ Hz спектр K_ϕ имеет постоянный наклон, тогда как спектр K_ψ быстро затухает. Аналогично ведут себя и спектры в случае течения, вызванного совращением сфер. Постоянный наклон в спектрах K_ϕ можно представить как $1/f^\alpha$, где $\alpha \sim 1$. Вероятно, отличие от спектра белого шума объясняется более быстрым затуханием высокочастотной части флуктуаций по сравнению с низкочастотной. Расчет показал, что для течений вызванных вращением внутренней сферы при $N > 0.015$ относительное увеличение меридиональной энергии больше, чем азимутальной. Хорошо известно, что при увеличении δ в стационарном основном течении отношение K_ψ/K_ϕ возрастает, а Re_c уменьшается. Таким образом, если добавление шума увеличивает отношение K_ψ/K_ϕ , то возможно и уменьшение Re_c под действием шума.

Отклик течения на аддитивный шум при со-направленном вращении границ представлен на рис.1. На рисунке представлены зависимости $K_{\phi n}/K_{\phi 0}$ и $K_{\psi n}/K_{\psi 0}$ от амплитуды шума N . Здесь и далее индексы n и 0

обозначают величины в присутствии и в отсутствии шума. Рост $K_{\varphi n}/K_{\varphi 0}$ на порядки превышает рост $K_{\varphi n}/K_{\varphi 0}$. Зависимость $K_{\varphi 0}$ – линейная, тогда как $K_{\varphi n}/K_{\varphi 0}$ – квадратичная. Для объяснения этого эффекта предлагается рассмотреть упрощенную модель течения при совращении сфер. Азимутальная скорость в этом случае пропорциональна Ω_0 , а энергия $K_{\varphi 0} \sim \Omega_0^2$. Отношение $K_{\varphi}/K_{\varphi 0}$ в рассматриваемом здесь течении составляет 10^{-10} , и можно предположить, что эффективная скорость, характеризующая течение в меридиональной плоскости на величину $\varepsilon = 10^{-5}$ меньше, чем Ω_0 . Поэтому можно оценить $K_{\varphi 0} \sim (\varepsilon \Omega_0)^2$. Возрастание K_{φ} под действием шума выразим через величину Δ , и запишем: $K_{\varphi n} \sim (\Omega_0 + \Delta)^2$, $K_{\varphi n} \sim (\varepsilon \Omega_0 + \Delta)^2$.

Окончательно получим:

$$K_{\varphi n}/K_{\varphi 0} = 1 + 2\Delta/\Omega_0 + \Delta^2/\Omega_0^2 = 1 + 2N + N^2,$$

$$K_{\varphi n}/K_{\varphi 0} = (\varepsilon^2 \Omega_0^2 + 2\varepsilon \Omega_0 \Delta + \Delta^2) / (\varepsilon^2 \Omega_0^2) = 1 + 2N/\varepsilon + N^2/\varepsilon^2.$$

Так как $N \ll 1$ и $\varepsilon \ll 1$, и $\varepsilon \ll N$ мы получили слабый линейный рост $K_{\varphi n}/K_{\varphi 0}$ и существенно более быстрый квадратичный рост $K_{\varphi n}/K_{\varphi 0}$. Следует отметить, что предложенная модель опирается только на амплитуду флуктуаций угловой скорости внутренней сферы Δ , и не зависит от вида возмущений. Поэтому полученный результат можно распространить на любые мало-амплитудные флуктуации границы, а не только на белый шум.

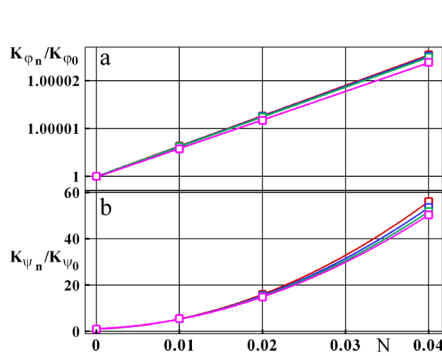


Рис.1 $Re_1 = 80, 95, 112, 250$.

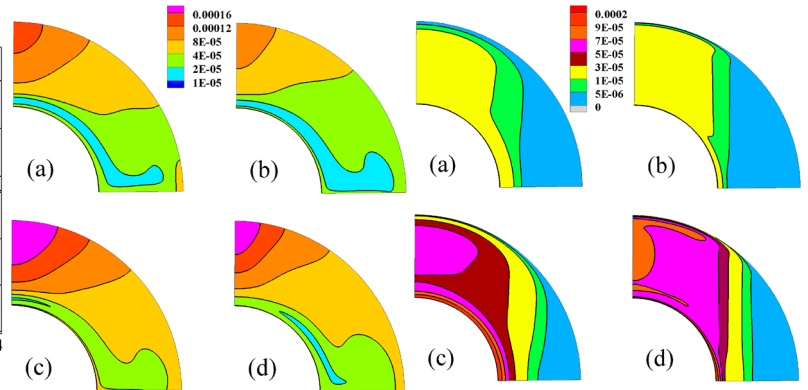


Рис.2 $u_{\varphi rel}$: $N=0.01$ (a, b), $N=0.015$ (c, d); $Re_1 = 350$ (a, c) и $Re_1 = 450$ (b, d). Везде $Re_2 = 0$.

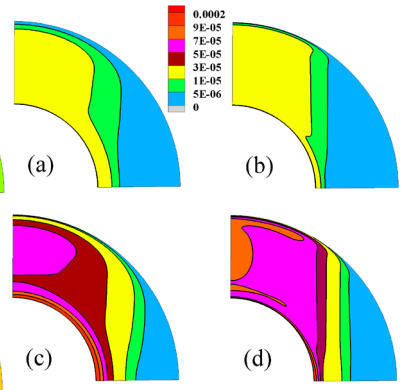


Рис.3 $u_{\varphi rel}$: $N=0.01$ (a, b) и $N=0.04$ (c, d); $Re_1 = 95$, $Re_2 = 380$ (a, c) и $Re_1 = 1000$, $Re_2 = 4000$ (b, d).

Рассмотрим генерацию среднего течения под действием шума. На рис.2 показано распределение относительной азимутальной скорости $u_{\varphi rel}(r, \theta)$ в меридиональной плоскости течения, вызванного вращением только внутренней сферы: $u_{\varphi rel}(r, \theta) = (u_{\varphi n}(r, \theta) - u_{\varphi 0}(r, \theta))/u_{\varphi 0}(r, \theta)$. При одном и том же числе Re_1 увеличение уровня шума вызывает рост $u_{\varphi rel}(r, \theta)$ в некоторых областях течения, в то же время рост Re_1 при фиксированном N приводит к уменьшению $u_{\varphi rel}(r, \theta)$. Наибольшее увеличение $u_{\varphi rel}$ наблюдается в области полюса внешней сферы, там, где значения $u_{\varphi 0}$ минимальные. Менее всего $u_{\varphi rel}$ увеличивается в области вблизи внутренней сферы и плоскости экватора, в области максимальных значений $u_{\varphi 0}$. В случае совращения сферических границ наблюдается другое распределение $u_{\varphi rel}$ (рис.3). Наибольшие значения $u_{\varphi rel}$ занимают область вблизи оси вращения и внутренней сферы, ограниченную Стюартсоновским слоем. Аналогично ведут себя и другие компоненты скорости. Можно сказать, что генерация среднего течения отражает структуру течения без шума. Течение в меридиональной плоскости будем описывать величиной u_{mrel} : $u_{mrel}(r, \theta) = (u_{rn}^2(r, \theta) + u_{\theta n}^2(r, \theta))^{1/2}$, $u_{m0}(r, \theta) = (u_{r0}^2(r, \theta) + u_{\theta 0}^2(r, \theta))^{1/2}$, $u_{mrel} = (u_{mrel} - u_{m0})/u_{m0}$.

Значения u_{mrel} в отличие от $u_{\varphi rel}$ могут быть отрицательными. При вращении только внутренней сферы локальные минимумы с отрицательными значениями u_{mrel} расположены в центрах меридиональной циркуляции основного течения. Отрицательные значения u_{mrel} наблюдаются и в течении, вызванном совращением сфер, в области вытянутой вдоль внешней границы от плоскости экватора к средним широтам. Увеличение азимутальной скорости под действием шума было обнаружено и экспериментально. На рис.4 сравниваются нормированные азимутальные скорости $u_{\varphi 1} = u_{\varphi} / (\Omega_0 r_1)$, полученные в эксперименте и численно. Для течения вызванного вращением внутренней сферы разница между измеренными и вычисленными значениями $u_{\varphi 1}$ составляет 0.0011, и 0.013 для второго вида течения.

АНАЛИЗ ЛИНЕЙНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ТЕЧЕНИЙ, ВЫЗВАННЫХ ВРАЩЕНИЕМ ТОЛЬКО ВНУТРЕННЕЙ СФЕРЫ, В ПРИСУТСТВИИ ШУМА.

Первая неустойчивость течения при увеличении Re_1 является неустойчивостью экваториально-радиальной струи [6], направленной к внешней сфере. Образующееся вторичное течение представляет собой азимутальные волны, распространяющиеся в направлении вращения внутренней сферы, антисимметричные относительно плоскости экватора с волновым числом $m=4$, предпочтительным для рассматриваемого слоя $\delta = 1$ в том числе и при добавлении слабого шума [7, 3]. При анализе линейной устойчивости в отсутствие шума нами было получено значение $Re_c = 489.28 \pm 0.005$. Обычно на линейную устойчивость проверяется двумерное стационарное течение, на которое накладываются трехмерные возмущения, в нашем случае это азимутальные

волны с $m = 4$. Тогда инкремент нарастания $\lambda < 0$ соответствует устойчивому течению, $\lambda > 0$ – неустойчивому, $\lambda = 0$ пределу устойчивости. В присутствии шума даже осесимметричное течение непрерывно меняется, поэтому мы рассматриваем усредненное по времени течение. И анализ линейной устойчивости проводится для такого усредненного течения.

Увеличение уровня шума при фиксированном значении N приводит к увеличению λ и к небольшому уменьшению Re_c , и это согласуется с результатами эксперимента [3] рис.5. Конечно, эти результаты получены при указанных выше предположениях и требуют подтверждения, например, трехмерных вычислений.

Известно, что вблизи точки первой бифуркации влияние шума на течение может меняться. В [8] теоретически было показано, что отклик системы на воздействие шума может уменьшаться при приближении к точке бифуркации Хопфа. В то же время флуктуации могут увеличиваться [9], особенно при медленном приближении к порогу устойчивости. Рассмотрим зависимость энергии K_φ от числа Re_1 вблизи предела устойчивости (рис.6). В случае относительно большого уровня шума ($N=0.217$) эта зависимость близка к линейной как для $K_{norm} = K_\varphi / (\Omega_0 r_1)^2$, так и для $rms(K_\varphi) / K_\varphi$. В случае небольшого уровня шума на аналогичных зависимостях наблюдаются локальные экстремумы: минимум перед первой неустойчивостью (рис.6a) и максимум при $Re_1 = Re_{1c}$ (рис.6b). Минимум K_{norm} соответствует наименьшему воздействию шума на течение, предсказанному в [8]. А максимум флуктуаций K_φ соответствует выводам работы [9]. Таким образом, в нашей работе [10] обнаружены предсказанные ранее для динамических систем с шумом предвестники неустойчивости.

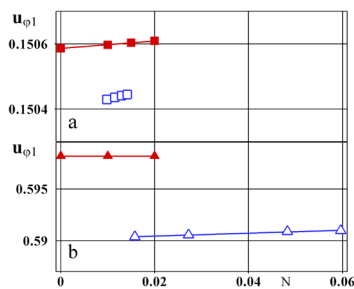


Рис.4 $u_{\varphi 1}$: расчет - красные символы, эксперимент - синие. a - $Re_1 = 450$, $Re_2 = 0$; b - $Re_1 = 112.5$, $Re_2 = 450$

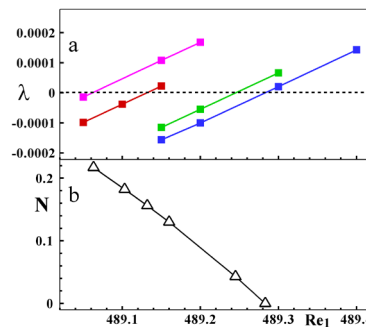


Рис.5 (a) λ : синий - $N=0$, зеленый - $N=0.043$, красный - $N=0.156$, сиреневый - $N=0.217$. (b) Re_c , в зависимости от N .

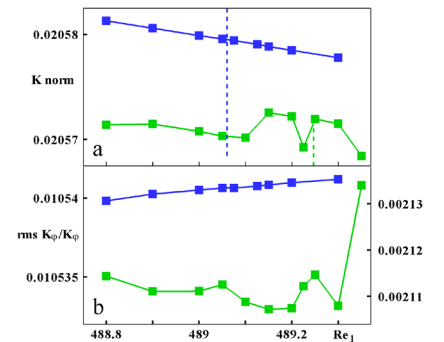


Рис.6 $K_{norm} = K_\varphi / (\Omega_0 r_1)^2$ (a) и $rms(K_\varphi / K_\varphi)$ (b). Синий - $N = 0.217$ (левая ось на рис.б), зеленый - $N = 0.043$ (правая ось на рис. б).

ТРЕХМЕРНЫЕ ТЕЧЕНИЯ

Более точно влияние шума на течение можно оценить, решая уравнения Навье-Стокса без ограничений на симметрию течений. Смещение предела устойчивости под действием шума можно определять по зависимости от числа Re_1 различных параметров течения. Например, по моменту достижения постоянного значения среднеквадратичным отклонением азимутальной компоненты скорости $rms(u_\varphi)$, (рис.7a), и по излому зависимости нормированной средней величины азимутальной компоненты скорости U , (рис.7b).

$$rms u_\varphi(r, \theta) = \sqrt{1/I \sum_{i=1}^I (u_\varphi(t_i, r, \theta) - u_{\varphi av}(r, \theta))^2}, \quad u_{\varphi av}(r, \theta) = 1/I \sum_{i=1}^I u_\varphi(t_i, r, \theta), \quad U = u_{\varphi av} / \Omega_0 r$$

Предел устойчивости смещается в область меньших по сравнению со случаем $N = 0$ чисел Re_1 . Этот вывод совпадает с результатами анализа линейной устойчивости усредненных во времени течений (рис.5).

Тем не менее, вопрос о величине этого смещения и точности его определения остается. При отсутствии шума положение предела устойчивости принято определять по стремлению к нулю параболической аппроксимации $A_f \sim (Re - Re_c)^{1/2}$, A_f - амплитуда колебаний в течении после потери устойчивости. При наличии конечной амплитуды шума подобные аппроксимации неизвестны. В связи с этим интересно рассмотреть другие подходы к определению зависимости A_f от числа Re .

При наличии шума один из таких подходов базируется на свойствах амплитуд азимутальных мод течения. При $Re_1 < Re_c$ после быстрого уменьшения на начальном участке наблюдается экспоненциальная зависимость A_f от t : $A_f \sim \exp(-Bt)$, в том числе и при наличии шума [11]. С увеличением числа Re_1 величина B уменьшается, и зависимость A_f от t стремится к горизонтальной прямой, условие $B = 0$ выполняется при $Re_1 = Re_c$. На рис. 8 представлена зависимость величин B от числа Re , позволяющая определить величины Re_c как в отсутствие шума, так и при его наличии из условия $B = 0$. Видно, что вблизи предела устойчивости зависимость B от числа Re близка к линейной, а величина Re_c при наличии шума меньше, чем аналогичная величина при стационарных граничных условиях. Результаты, полученные разными методами, показали хорошее совпадение. Продемонстрирована возможность сокращения объема вычислений при использовании предлагаемого подхода.

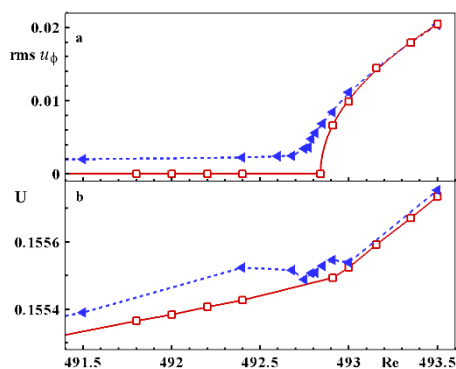


Рис.7 Зависимость $\text{rms}(u_\phi)$ (a) и U (b) от числа Re_1 . Красные символы $N=0$, синие - $N=0.04$

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 23-29-00051.

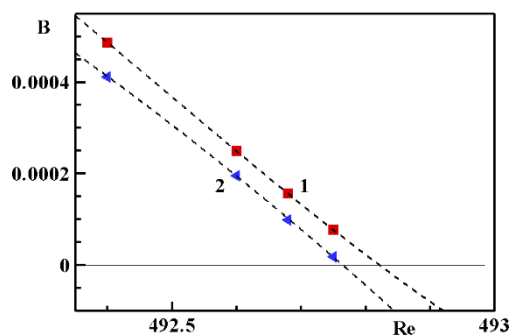


Рис.8 Показатель затухания B : $N = 0$ (красные квадраты), $N = 0.04$ (синие треугольники).

ЛИТЕРАТУРА.

1. C. Guervilly, P. Cardin. Numerical simulation of dynamos generated in spherical Couette flow. *Geophys. astrophys. fluid dyn.*, 2010, 104, 221-248.
2. R. Hollerbach. Instabilities of the Stewartson layer. Part 1. The dependence on the sign of Ro . *J. Fluid Mech.*, 2003, 492, 289-302.
3. D. Zhilenko, O. Krivonosova, M. Gritsevich, P. Read. Wave number selection in the presence of noise: Experimental results. *Chaos*, 2018, 28, 053110.
4. N. Nikitin. Finite-difference method for incompressible Navier-Stokes equations in arbitrary orthogonal curvilinear coordinates. *J. Comp. Phys.*, 2006, 217, 759-781.
5. D. Zhilenko, O. Krivonosova, N. Nikitin. Direct numerical simulation of the laminar-turbulent transition in a thick spherical layer. *Fluid Dyn.*, 2007, 42 (6), 886-896.
6. R. Hollerbach, M. Junk, C. Egbers. Non-axisymmetric instabilities in basic-state spherical Couette flow. *Fluid Dyn. Res.*, 2006, 38, 257-273.
7. I.M. Yavorskaya, Y.N. Belyaev, A.A. Monakhov. Hydrodynamic stability in rotating spherical layers: applications to dynamics of planetary atmospheres. *Acta Astr.*, 1986, 13, 433-440.
8. K. Wiesenfeld. Noisy precursors of nonlinear instabilities. *J. Stat. Phys.*, 1985, 38, 1071-1097.
9. E.D. Surovyatkina, Yu. A. Kravtsov, J. Kurths. Fluctuation growth and saturation in nonlinear oscillators on the threshold of spontaneous symmetry breaking. *Phys. Rev. E*, 2005, 72, 046125.
10. O. Krivonosova, M. Gritsevich, D. Zhilenko, P. Read. Noise induced effects in the axisymmetric spherical Couette flow. *Phil. Trans. R. Soc. A*. 2023, 381, 20220124.
11. Д.Ю. Жиленко, О.Э. Кривonosова. Смещение предела устойчивости при наличии случайных флуктуаций скорости вращения. *ЖТФ*. 2022. Т.92. 6. с. 789-795.

ПЕРЕМЕЖАЕМОСТЬ И СУПЕРСТРУКТУРЫ В ИНЕРТНЫХ И РЕАГИРУЮЩИХ СТРУЯХ

В.В. Леманов, В.А. Иващенко, В.В. Лукашов, Р.И. Мулладжанов, К.А. Шаров
Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск

В струйных течениях, по-прежнему, актуально изучение вихревых структур, для описания которых употребляются такие термины как когерентные структуры, крупномасштабные вихри и др. К ним относят вихревые структуры в слое смешения, тороидальные вихревые образования, продольные структуры в струях и др. [1]. В последнее время при изучении пристенных течений и конвекции стал часто использоваться термин «суперструктуры» [2]. Основное отличие их от когерентных структур заключается в существенно больших размерах. Ранее в ИТ СО РАН были обнаружены такие суперструктуры в ближнем поле круглых дозвуковых струй ($M < 0.1$) [3]. Их продольный размер может достигать $l/d = 20-35$, что существенно больше размера когерентных структур $l/d = 2-4$, характерных для струйных течений (d – начальный диаметр струи). Эти суперструктуры обнаружены для истечения струй из длинных трубок ($L/d > 100$) в диапазоне чисел Рейнольдса $Re = 2000-4000$. При таких условиях в струйном источнике (трубке) происходит ламинарно-турбулентный переход [4]. Данный сценарий перехода через перемежаемость характеризуется стохастическим чередованием ламинарной и турбулентной зоны течения. Внутри трубки формируются крупномасштабные турбулентные структуры с продольным размером $l/d = 10-20$, которые в зарубежной литературе называют puff [4], а в отечественной – порывы [5]. Как показали наши эксперименты, суперструктуры устойчивы в ближнем поле струй ($x/d < 20$) [3].

Данная работа посвящена изучению динамики суперструктур в газовых струях методом физического и численного моделирования. Рассматривались следующие задачи: свободные струи различных газов, теплообмен и гидродинамика в импактной струе, диффузионные и гомогенные пламена на основе углеводородов и водорода, взаимодействие реагирующих струй с каталитической поверхностью. Для визуализации течения и идентификации суперструктур применялся модифицированный вариант теневого метода с использованием Гильберт фильтрации. Поле скоростей и динамические характеристики puff изучались с помощью термоанемометра и скоростного PIV (Particle Image Velocimetry). Для изучения реагирующих течений применялся метод PLIF (Planar Laser Induced Fluorescence) и скоростная ИК термометрия. При изучении теплообмена в импактных струях использовались миниатюрные датчики теплового потока с временным разрешением 3 кГц. Показано существенное влияние суперструктур на динамику газового потока и процессы тепло-массопереноса в инертных и реагирующих струях.

Уникальной особенностью расчетной части является использование сочетания двух кодов для анализа переходного режима течения в струе (сценарий с перемежаемостью), когда образуются суперструктуры. В работе используются входные граничные условия для струйного течения, получаемые с помощью кода Никитина Н.В. (НИИ Механики МГУ) для расчета течения в трубе [5]. Далее расчет осуществляется собственно в струе. Прямое численное моделирование проводится в открытом пакете Nek5000. В рамках данного метода численно решается система 3D уравнений Навье-Стокса для несжимаемой жидкости без каких-либо дополнительных предположений и моделей. Для дискретизации по времени исходных уравнений используется схема дифференцирования назад третьего порядка точности, по пространству — метод спектральных элементов. Благодаря данным прямого численного моделирования возможно провести комплексное исследование как динамики струи, так и суперструктур.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 23-29-00584).

ЛИТЕРАТУРА.

1. А.С. Гиневский, Е.В. Власов, Р.К. Каравосов. Акустическое управление турбулентными струями. 2001. М.: Физматлит. 240 с.
2. J. Schumacher, B. Eckhardt, G. Haller. Turbulent superstructures in closed and open flows. Proceedings of the Euromech Colloquium 586, Erfurt, Germany, 12–14 July 2017.
3. В.В. Леманов, В.В. Лукашов, К.А. Шаров. Переход к турбулентности через перемежаемость в инертных и реагирующих струях. Изв. РАН МЖГ, 2020, №6, с.50-59.
4. M. Avila, D. Barkley, B. Hof. Transition to turbulence in pipe flow. Ann. Rev. Fluid Mech., 2023. v.55, p.575-602.
5. Н.В. Никитин, В.О. Пиманов. О поддержании колебаний в локализованных турбулентных структурах в трубах. Изв. РАН МЖГ, 2018, №1, с.68-76.

КОЭФФИЦИЕНТ АНАЛОГИИ РЕЙНОЛЬДСА В ТУРБУЛЕНТНОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ НА ПРОНИЦАЕМОЙ ПЛАСТИНЕ В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОТОКЕ С ПОЛОЖИТЕЛЬНЫМ ГРАДИЕНТОМ ДАВЛЕНИЯ

В.Г. Лущик, С.С. Попович

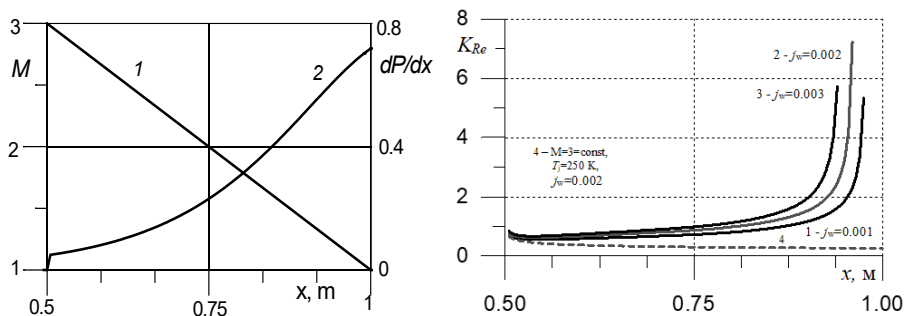
Научно-исследовательский институт механики, МГУ им. М.В. Ломоносова

При расчете теплообмена в инженерной практике для определения коэффициента теплоотдачи от газа к стенке (или чисел Стантона St и Нуссельта Nu) используется аналогия Рейнольдса путем введения коэффициента аналогии Рейнольдса, который для пластины в сверхзвуковом потоке имеет вид [1] $K_{Re} = 2St/C_f = Nu/(C_f Re Pr)$. Удобство использования коэффициента аналогии Рейнольдса K_{Re} для определения чисел Стантона или Нуссельта состоит в том, что коэффициент трения C_f практически не зависит от числа Прандтля Pr и рассчитывается по известным зависимостям от чисел Рейнольдса Re и Маха M . Поскольку числа Стантона и Нуссельта зависят от температуры стенки, то в случае течения на непроницаемой пластине в число определяющих параметров, от которых зависит коэффициент аналогии Рейнольдса, кроме чисел Рейнольдса, Маха и Прандтля, войдет температурный фактор Θ (безразмерная температура стенки). Для течения на проницаемой поверхности задача определения величины K_{Re} осложняется наличием поперечного потока массы на стенке, характеризуемого интенсивностью вдува или отсоса газа.

В [2] для непроницаемой пластины получены зависимости коэффициента аналогии Рейнольдса от основных параметров потока: чисел Рейнольдса, Маха и Прандтля для ряда значений температурного фактора.

Численное исследование турбулентного пограничного слоя на проницаемой стенке в сверхзвуковом потоке с положительным градиентом давления проведено с использованием, как и в [2], трехпараметрической дифференциальной RANS-модели турбулентности [3], дополненной уравнением переноса для турбулентного потока тепла [4]. Положительный градиент давления был реализован за счет уменьшения числа Маха по длине пластины. Исследование проведено для ряда значений интенсивности вдува (отсоса) и температуры вдуваемого газа j_w .

Для нетеплоизолированной (охлаждаемой) стенки показано, что с ростом интенсивности вдува коэффициент трения и число Стантона, как и температура стенки и тепловой поток, снижаются, а коэффициент аналогии Рейнольдса существенно возрастает по длине, особенно в конце проницаемой пластины, где градиент давления сильно растет, а коэффициент трения уменьшается сильнее роста числа Стантона. С ростом температуры вдуваемого газа T_j температура стенки и тепловой поток в стенку на всей длине пластины возрастают, а коэффициент трения и число Стантона снижаются. Коэффициент аналогии Рейнольдса при этом существенно возрастает по длине, особенно в конце проницаемой пластины, где градиент давления сильно растет, а коэффициент трения уменьшается сильнее роста числа Стантона.



На приведенном рисунке показано изменение по длине пластины числа Маха M (линия 1), безразмерного градиента давления dP/dx (линия 2) и величины коэффициента аналогии Рейнольдса K_{Re} .

В заключение отметим, что рост коэффициента аналогии Рейнольдса в пограничном слое на пластине со вдувом в потоке с положительным градиентом давления обусловлен турбулизацией пограничного слоя, что подтверждено ростом интенсивности турбулентности.

Работа выполнена в рамках исследований, финансируемых по госбюджету АААА-А19-119012990115-5.

ЛИТЕРАТУРА.

1. Теория тепломассообмена / Под ред. Леонтьева А.И. М.: Высшая школа, 1979. 495 с.
2. Лущик В. Г., Макарова М. С. Численное исследование влияния числа Прандтля на коэффициенты восстановления температуры и аналогии Рейнольдса в пограничном слое на пластине // ТВТ. 2016. Т. 54. № 3. С. 401-407.
3. Лущик В.Г., Павельев А.А., Якубенко А.Е. Трехпараметрическая модель сдвиговой турбулентности // Изв. АН СССР. МЖГ. 1978. № 3. С. 13-25.
4. Лущик В.Г., Павельев А.А., Якубенко А.Е. Уравнение переноса для турбулентного потока тепла. Расчет теплообмена в трубе // Изв. АН СССР. МЖГ. 1988. № 6. С. 42-50.

ТЕЧЕНИЕ И ТЕПЛООБМЕН В ПЛОСКОМ ДИФфуЗОРЕ

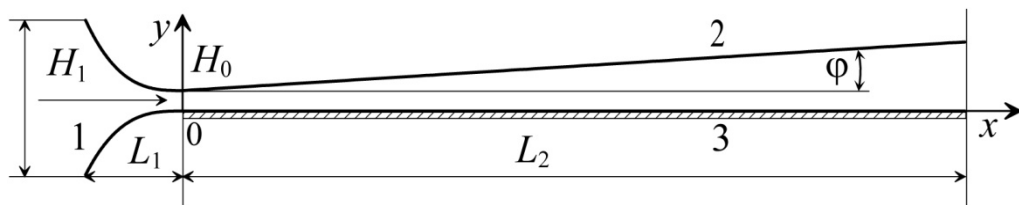
В.Г. Луцник, А.И. Решмин, С.Х. Тепловодский, В.В. Трифонов
НИИ механики МГУ, Москва

Течение на выходе диффузора с малым углом раскрытия [1] оказалось довольно удобным для проведения его численного исследования. При значениях числа Рейнольдса $Re > 1300$ это течение было турбулентным и его можно было считать установившимся, так как параметры на выходе из диффузора практически не зависели от условий на входе в диффузор. Однако на развитие течения начальные условия оказывают сильное влияние. Начальные условия можно связывать с формой самого канала, профилем скорости потока, амплитудой и структурой пульсаций скорости в некотором сечении канала, после которого развивается течение. Пульсации могут определяться как условиями втекания в канал, так и особенностями конструкции начального участка, например, шероховатостью поверхности, наличием в потоке твердых тел, вдувом газа со стенки, вибрацией стенок канала, механическим воздействием на поток.

Разнообразие начальных условий затрудняет оценку воздействия их изменения на течение в канале. Так, экспериментальное исследование течения в круглой [2] трубе показало, что критическое число Рейнольдса, ниже которого течение может быть только ламинарным, зависит от способа формирования пульсационного движения на входном участке трубы.

Результаты экспериментальных исследований течения с теплообменом в плоском расширяющемся канале приведены в [3]. Измеренные распределения числа Нуссельта по длине канала сравниваются с расчетными данными ранее опубликованной работы [4], где была рассмотрена возможность интенсификации теплообмена в плоском безотрывном диффузоре. Отмечено достаточно хорошее согласие между расчетными и экспериментальными данными, но некоторое отличие результатов на начальном участке канала объяснялось именно различием в начальных условиях течения. При проведении расчетов всегда возникает проблема задания условий в начале течения.

С использованием трехпараметрической дифференциальной RANS-модели турбулентности, обобщенной на течение с теплообменом и дополненной уравнением переноса для турбулентного потока тепла решалась задача о течении воздуха в плоском диффузоре с подогреваемой нижней стенкой. Такая задача была решена экспериментально в [3]. Входу в диффузор (см. рисунок) предшествовало сужающееся сопло с входной высотой H_1 и длиной L_1 , в котором формировались интенсивность и масштаб турбулентности на входе в диффузор, и которое не было описано в [3]. Далее следовал участок с диффузором длиной L_2 с наклонной под углом φ стенкой.



Расчеты показали, что с ростом коэффициента поджатия сопла интенсивность турбулентности на выходе из сопла, уменьшаясь по величине, становится более однородной по сечению. Масштаб турбулентности на выходе из сопла возрастает с ростом коэффициента поджатия сопла.

Численное исследование зависимости характеристик теплообмена от начальных условий на входе в диффузор позволило установить следующее:

- влияние величины входной интенсивности турбулентности на зависимость числа Стантона от входного числа Рейнольдса Re_0 намного сильнее влияния входного масштаба турбулентности;

- на участке перехода от ламинарного режима течения к турбулентному с ростом угла наклона стенки диффузора число Стантона уменьшается. При развитом турбулентном режиме течения ($Re_{0x} \sim 10^6$) число Стантона также уменьшается с ростом угла наклона стенки диффузора.

- до перехода от ламинарного режима течения к турбулентному производство и диссипация энергии турбулентности минимальны, а с ростом числа Рейнольдса они возрастают, достигая максимума в диапазоне $Re_{0x} = (1-2) \cdot 10^5$, где зависимость $St(Re_{0x})$ достигает максимума.

Сравнение результатов численного исследования с экспериментальными данными [3] показало удовлетворительное качественное и количественное согласование результатов и позволило установить следующее:

- по виду зависимости числа Стантона от числа Рейнольдса Re_{0x} можно определить, на какой длине существует область перехода от ламинарного режима течения к турбулентному и режим турбулентного течения при больших числах Рейнольдса Re_{0x} ;

- профили скорости, полученные для ряда сечений по длине диффузора, показывают, на какой длине смыкаются пограничные слои на стенках диффузора, после чего определение числа Стантона для пограничного слоя на стенке диффузора становится некорректным;

- эволюция профилей турбулентного напряжения сдвига показывает, что на некоторой длине идет турбулизация течения за счет положительного градиента давления и число Стантона как и максимальное значение турбулентного напряжения сдвига возрастает.

ЛИТЕРАТУРА.

1. А.И. Решмин, С.Х. Тепловодский, В.В. Трифонов. Турбулентное течение в круглом безотрывном диффузоре при числах Рейнольдса меньших 2000 // Изв. РАН. МЖГ. 2011. № 2. С. 121-130.
2. А.А. Павельев, А.И. Решмин, С.Х. Тепловодский, С.Г. Федосеев. О нижнем критическом числе Рейнольдса для течения в круглой трубе // Изв. РАН. МЖГ. 2003. № 4. С. 47-55.
3. I.A. Davletshin, O.A. Dushina, N.I. Mikheev, R.R. Shakirov. Heat transfer and flow structure in a plane diverging channel // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2022. 189(4):122744
4. В.Г. Лущик, А.И. Решмин. Интенсификация теплообмена в плоском безотрывном диффузоре // Теплофизика высоких температур. 2018. Наука (М.). Том 56. № 4. С. 586-593

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕПЛООБМЕННИКА С СООСНЫМИ ДИФFUЗОРНЫМИ КАНАЛАМИ

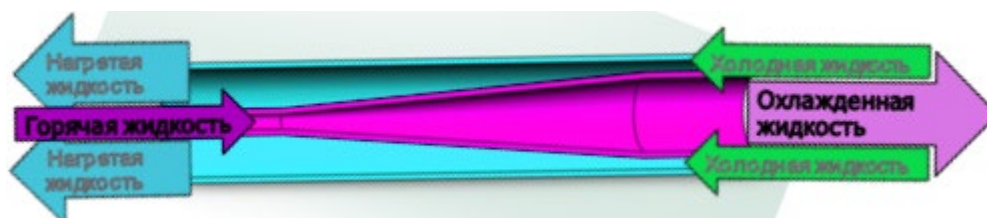
В.Г. Лущик, А.И. Решмин, С.Х. Тепловодский, В.В. Трифонов
НИИ механики МГУ, Москва

Повышение эффективности теплообменных аппаратов за счет интенсификации процессов теплообмена является актуальной задачей. Наиболее распространенным методом интенсификации теплообмена в каналах является искусственная турбулизация потока, осуществляемая с помощью гофрированных поверхностей, кольцевых или спиральных канавок, оребрения поверхности, спиральных или витых труб, шнеков, закрученных лент, лунок и т.п. Наиболее доступным и эффективным методом управляемого воздействия на структуру турбулентного потока с целью интенсификации теплообмена считается создание в нем отрывных зон или других организованных вихревых структур. При этом практически все известные способы интенсификации теплообмена связаны с увеличением мощности, требуемой для прокачки теплоносителя, что является недостатком этих способов.

Численные и экспериментальные исследования течения в диффузорных каналах, показали сильное влияние расширения канала на режим течения. Экспериментально измеренные значения напряжений Рейнольдса в круглом канале с углом раскрытия 0.6 град оказались в 1.5 раза больше (по модулю), чем в круглой трубе при тех же числах Рейнольдса [1]. Это позволило предположить, что использование расширяющихся каналов в теплообменных устройствах может существенно увеличить их энергетические характеристики. Расчеты, проведенные с применением трёхпараметрической RANS-модели турбулентности, дополненной уравнением переноса для турбулентного потока тепла, показали сильное влияние угла раскрытия канала на увеличение теплообменных характеристик потока. При всех рассмотренных углах раскрытия, не вызывающих отрыв потока, основные характеристики теплообмена (число Нуссельта, коэффициент аналогии Рейнольдса) оказываются выше, чем в каналах постоянного сечения. Этот эффект возрастает с увеличением угла раскрытия канала [2].

Течение в конфузоре происходит при отрицательном продольном градиенте давления, зависящим от угла сужения канала. В случае большого отрицательного градиента давления его воздействие может привести к изменению характера течения вплоть до его ламинаризации. Эффект ламинаризации пограничного слоя турбулентного течения при внешних течениях с отрицательным градиентом давления, обнаруженный в 1954 году [1], изучался и продолжает изучаться многими исследователями.

Такое воздействие на характер течения положено в основу экспериментальной установки, предназначенной для исследования влияния расширения теплообменных каналов на процесс теплопередачи. С помощью численного моделирования определены характеристики экспериментальной модели диффузорного теплообменника и выбрана схема экспериментальной установки. Спроектирован противоточный экспериментальный теплообменник с диффузорными каналами по схеме «труба-в-трубе», представленной на рисунке.



Экспериментальная установка оборудована необходимыми средствами измерений – расходомерами и термопарами, показания которых оцифровываются, обрабатываются и записываются на ЭВМ. В качестве теплоносителя используется вода. Теплообменник может работать в двух режимах: диффузор-в-диффузоре (расширяющиеся каналы) или конфузор-в-конфузоре (сужающиеся каналы).

Проведены измерения характеристик теплообмена при включении теплообменника в режимах с диффузорными и конфузорными каналами. Измерения показали, что мощность теплопередачи от горячего теплоносителя к холодному больше при режиме работы теплообменника в конфигурации диффузор-диффузор чем конфузор-конфузор.

Такой способ интенсификации теплообмена в гладких диффузорных каналах с малым углом раскрытия принципиально отличается от многих известных способов, где увеличение теплоотдачи достигается ценой значительного роста гидравлических потерь.

ЛИТЕРАТУРА.

1. А.И. Решмин, В.В. Трифонов, С.Х. Тепловодский. Турбулентное течение в круглом безотрывном диффузоре при числах Рейнольдса меньших 2000. // Изв. РАН. МЖГ. 2011. № 2. С. 121-130.
2. А.И. Леонтьев, В.Г. Лущик, А.И. Решмин. Теплообмен в конических расширяющихся каналах // Теплофизика высоких температур. 2016. Том 54. № 2. С. 287-293.

НЕУСТОЙЧИВОСТЬ КЕЛЬВИНА-ГЕЛЬМГОЛЬЦА НА ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ПОТОКОВ ВЯЗКОЙ И ВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКОЙ ЖИДКОСТЕЙ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

Т.П. Любимова¹, Е.В. Колесов²

¹Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь

²Горный институт УрО РАН, Пермь

Известно, что граница раздела двух жидкостей, движущихся параллельно друг другу с разными скоростями, при некоторой относительной скорости движения становится неустойчивой по отношению к тангенциальной сдвиговой неустойчивости (неустойчивости Кельвина – Гельмгольца). Для границы раздела двух несмешивающихся невязких жидкостей критерий устойчивости был получен в [1,2]. Граница вязкого газа и вязкой жидкости изучалась в [3] в рамках квазипотенциального приближения, которое игнорирует наличие касательных вязких напряжений на границе раздела, учитывая только нормальные вязкие напряжения, и предполагает существование скольжения при записи граничных условий на твердых границах. Работы [4-7] посвящены исследованию линейной неустойчивости Кельвина – Гельмгольца в случае границы раздела стационарных течений в пористой среде. Эта задача имеет особенности по сравнению со случаем однородных жидкостей. В частности, для однородных жидкостей вязкость во многих случаях важна только в тонком слое вблизи границы раздела, что оправдывает постановку задачи для невязкой жидкости со скачком касательной компоненты скорости на границе раздела, причем в этом случае скачок касательной скорости может быть произвольным. В пористой среде трение на скелете всегда велико, а диффузия импульса обычно незначительна. В результате скачок скорости возможен, но не может быть произвольным, так что для стационарных течений соотношение скоростей по обе стороны границы раздела является определенной функцией вязкости жидкости. Еще одним отличием от случая однородных жидкостей является очень малый вклад нелинейных конвективных членов в уравнении импульса, что сильно модифицирует сценарий возникновения неустойчивости Кельвина – Гельмгольца. В [5] в рамках моделей Дарси и Форхгеймера исследовано возникновение неустойчивости Кельвина-Гельмгольца на границе раздела плоскопараллельных потоков в пористых средах. Рассмотрена система двух несмешивающихся несжимаемых вязких жидкостей различной плотности (менее плотная жидкость выше более плотной) в наклонном пористом слое, ограниченном двумя параллельными твердыми пластинами, при наличии однородного градиента давления. В рамках модели Дарси получен критерий устойчивости, из которого следует, что неустойчивость может возникнуть при определенных соотношениях плотностей и динамических вязкостей жидкостей. Решение этой же задачи в рамках модели Форхгеймера позволило получить критерий возникновения неустойчивости Кельвина-Гельмгольца без дополнительных ограничений на соотношение плотностей и вязкостей жидкостей. В настоящей работе исследуется возникновение неустойчивости Кельвина-Гельмгольца на границе раздела плоскопараллельных потоков ньютоновской вязкой жидкости и вязкопластической жидкости в пористой среде. Найдены скорости основных течений в двух жидкостях и связь между ними. Получены зависимости квадрата критической скорости от волнового числа для различных значений остальных параметров: пористости среды, вязкостей жидкостей, градиента текучести. Построены карты устойчивости в различных плоскостях параметров. Показано, что увеличение предельного градиента давления и вязкости вязкопластической жидкости снижает порог неустойчивости, а увеличение пористости среды или вязкости ньютоновской жидкости оказывает стабилизирующее действие.

ЛИТЕРАТУРА.

1. H.Helmholtz, über discontinuierliche Flüssigkeits-Bewegungen, Monatsberichte der Königlich Preussische Akademie der Wissenschaften zu Berlin **23**, 215 (1868).
2. Lord Kelvin (William Thomson), Hydrokinetic solutions and observations, Philosophical Magazine, **42**, 362 (1871).
3. T.Funada and D.D.Joseph, Viscous potential flow analysis of Kelvin-Helmholtz instability in a channel, J. Fluid Mech., **445**, 263 (2001).
4. R.Raghavan, and S.S. Marsden, A theoretical study of the instability in the parallel flow of immiscible liquids in a porous medium, The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics **26**, 205 (1973).
5. H.H.Bau. Kelvin-Helmholtz instability for parallel flow in porous media: A linear theory, Phys. Fluids, **25**, 1719-1722 (1982).
6. R.Asthana, M.K. Awasthi, and G.S. Agrawal, Kelvin-Helmholtz instability of two viscous fluids in porous medium, Int. J. of Appl. Math and Mech. **8** (14), 1 (2012).
7. T.Ramstad, and A.Hansen, Capillary-Driven Instability of Immiscible Fluid Interfaces Flowing in Parallel in Porous Media. Phys. Rev. E. **78**, 035302 (2008).

ВЛИЯНИЕ МОДУЛЯЦИИ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ НА УСТОЙЧИВОСТЬ КОНВЕКТИВНОГО ТЕЧЕНИЯ В ПЛОСКОМ ВЕРТИКАЛЬНОМ СЛОЕ С ВНУТРЕННИМИ ИСТОЧНИКАМИ ТЕПЛА

Т.П. Любимова¹, Е.О. Лобова²

¹ Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь

² Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермь
lyubimovat@mail.ru

В работе [1] исследована устойчивость стационарного плоскопараллельного конвективного течения в плоском вертикальном слое с однородно распределенными по объёму внутренними источниками тепла в статическом поле тяжести. Найдено, что внутреннее тепловыделение приводит к стационарному плоскопараллельному конвективному течению с четными по горизонтали профилями скорости и температуры. Декременты нормальных возмущений течения с четным профилем скорости при числе Прандтля, равном нулю, являются комплексными, что означает, что гидродинамическая мода неустойчивости обусловлена бегущими возмущениями. Влияние тепловых факторов становится существенным уже при числе Прандтля порядка единицы. При дальнейшем увеличении Pr : происходит смена формы неустойчивости – от гидродинамической неустойчивости встречных потоков к неустойчивости типа нарастающих температурных волн. В качестве простого и эффективного метода управления устойчивостью равновесия и течений неоднородно-нагретых жидкостей может быть использована модуляция параметров. В настоящей работе исследовано влияние модуляции тяжести на устойчивость стационарного плоскопараллельного конвективного течения в плоском вертикальном слое с однородно распределенными по объёму внутренними источниками тепла. Границы слоя считались твердыми и идеально теплопроводными, на них задавались одинаковые постоянные температуры. Предполагалось выполненным условие замкнутости потока. Для определения границ устойчивости численно методом конечных разностей решалась линеаризованная задача о поведении малых возмущений основного течения во времени. Задача рассматривалась в приближении Буссинеска. Параметрами задачи являются число Грасгофа $Gr = g\beta Q h^2 / (2\nu^2 \kappa)$, число Прандтля $Pr = \nu / \chi$ и безразмерные частота модуляции $\Omega = h^2 \omega / \nu$ и амплитуда модуляции $\eta = a \omega^2 / g$. На рис.1 представлены зависимости минимального критического числа Грасгофа от амплитуды и частоты модуляции при различных значениях числа Прандтля. Обращает на себя резонансное взаимодействие в области частот 30-40 и резкое повышение устойчивости в диапазоне частот 10-20.

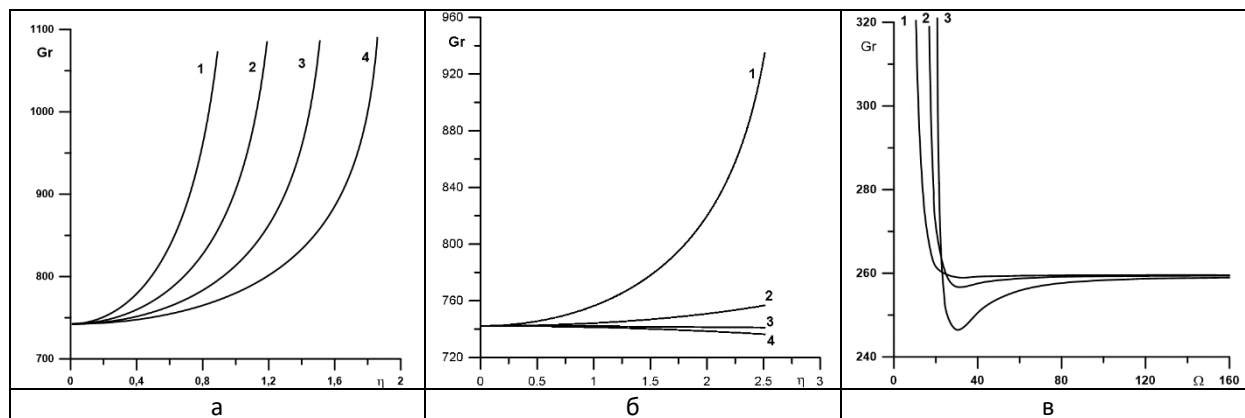


Рис.1. Зависимости минимального критического числа Грасгофа от амплитуды модуляции при различных частотах модуляции для $Pr=1$, а - кривые 1-4: $\Omega = 25, 30, 35, 40$, б - кривые 1-4: $\Omega = 50, 75, 100, 150$,) и зависимости минимального критического числа Грасгофа от частоты модуляции при разных амплитудах модуляции для $Pr=5$, с - кривые 1-3: $\eta = 0.3, \eta = 0.7, 1.5$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М., Якимов А.А. Об устойчивости стационарного конвективного течения, вызванного внутренними источниками тепла. ПММ, 1970, Т. 34, вып. 4, С.700-705.

АСИМПТОТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ СТРУКТУРЫ БЕГУЩИХ ВОЛН В ОДНОЙ УПРОЩЕННОЙ МОДЕЛИ ИЗ ТЕОРИИ ГОРЕНИЯ

Ш.М. Магомедов, А.Р. Касимов
Сколковский институт науки и технологий, Москва

Исследование процессов горения в рамках системы уравнений Навье–Стокса для химически реагирующих смесей представляет собой непростую задачу ввиду сложности и многомасштабности протекающих процессов. Особую ценность в этой связи имеют упрощенные модели, призванные отразить сложный нелинейный характер исследуемых явлений, оставаясь при этом достаточно простыми для анализа. Одна из таких моделей, описывающая на качественном уровне слабонелинейные волны детонации и горения, была предложена в [1]. Она состоит из трех уравнений в частных производных, соответствующих уравнениям движения, энергии и кинетики химических реакций:

$$\begin{aligned}p_t + p_x + \epsilon p p_x &= -\frac{\epsilon}{2} T_x + \frac{4\delta}{3\epsilon} \text{Pr } p_{xx}, \\T_t - p_t &= q\omega + \delta T_{xx}, \\\lambda_t &= \omega + \frac{\delta}{\text{Le}} \lambda_{xx}.\end{aligned}\tag{1}$$

Здесь индексы t и x обозначают частные производные по времени и пространству, p — давление, T — температура, λ — доля продуктов реакции, меняющаяся от 0 в свежей смеси до 1 в продуктах сгорания, а $\omega = k(1 - \lambda) \exp(-\theta/T) H(T - T_{\text{ign}})$ — скорость реакции, содержащая функцию Хевисайда $H(T - T_{\text{ign}})$, в которой T_{ign} — это температура воспламенения. В модели присутствуют также следующие параметры: k — константа скорости реакции; Pr , $\text{Le} \approx 1$ — числа Прандтля и Льюиса; q , $\theta = O(1)$ — параметры тепловыделения и энергии активации. Кроме того, малый параметр $\epsilon \ll 1$ определяет величину конвективной нелинейности, а $\delta \ll 1$ — диффузионных процессов.

Данная модель обоснована в работах [1, 2], где показано, что она сводится к асимптотической модели слабонелинейной детонации в пределе исчезающей диссипации, $\delta \rightarrow 0$, и к модели медленного горения в другом пределе отсутствия адвективной нелинейности, $\epsilon \rightarrow 0$. Таким образом, при сохранении и диссипации, и нелинейности $\epsilon p p_x$, рассматриваемая модель является интерполяционной между двумя предельными режимами горения. В тех же работах было численно показано, что система (1) обладает решениями в виде бегущих волн дозвукового и сверхзвукового типов, которые соответствуют пламенам и детонационным волнам соответственно. Очень важным свойством данной упрощенной модели является её способность предсказать явление перехода медленного горения в детонацию, что было впервые показано в недавней работе [2].

В настоящей работе представлены результаты исследования стационарных решений типа бегущих волн системы (1), полученные с использованием асимптотических методов в пределе малой диссипации и слабой нелинейности. Построены четыре различных типа решений: медленные дозвуковые волны горения, быстрые дозвуковые волны дефлаграции, волны детонации и сверхзвуковые безударные реагирующие волны сжатия. Задача построения стационарных решений также исследована численно с помощью разработанного для этой цели алгоритма, основанного на методе конечных элементов с адаптивной расчетной сеткой. Для реализации данного численного алгоритма используется библиотека с открытым исходным кодом deal.II [3]. Продемонстрировано качественное согласие результатов численного и асимптотического подходов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 22-21-00902 "Асимптотическое и численное моделирование динамики детонационных волн").

ЛИТЕРАТУРА

1. L. M. Faria, S. Lau-Chapdelaine, A. R. Kasimov, R. R. Rosales. «A toy model for detonations and flames». B: 26th International Colloquium on the Dynamics of Explosions and Reactive Systems (ICDERS) (2017), с. 6.
2. A. Y. Goldin, S. M. Magomedov, L. M. Faria, A. R. Kasimov. «Study of a qualitative model for combustion waves: flames, detonations, and deflagration-to-detonation transition». B: submitted (2023).
3. D. Arndt, W. Bangerth, M. Feder, M. Fehling, R. Gassmüller, T. Heister, L. Heltai, M. Kronbichler, M. Maier, P. Munch, J.-P. Pelteret, S. Sticko, B. Turcksin, D. Wells. «The deal.II Library, Version 9.4». B: Journal of Numerical Mathematics 30.3 (2022), с. 231—246. doi: 10.1515/jnma-2022-0054. url: <https://dealii.org/deal94-preprint.pdf>.

«БЕТА-МИНУС»-ВИЗУАЛИЗАЦИЯ ВИХРЕВОЙ СТРУКТУРЫ ТРЁХМЕРНЫХ ТЕЧЕНИЙ СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ. МЕХАНИЗМЫ ФОРМИРОВАНИЯ ВНУТРЕННИХ ВОЛН ЗА ДВИГАЮЩИМСЯ ТЕЛОМ

П.В. Матюшин

Институт автоматизации проектирования РАН, Москва

Рассмотрим покоящуюся линейно стратифицированную по плотности несжимаемую вязкую жидкость, через которую равномерно, со скоростью U , движется диск диаметром d и толщиной $h = 0.76 \cdot d$ в горизонтальном направлении вдоль прямой Z справа налево. Ось симметрии диска совпадает с прямой Z . В настоящей работе приведены примеры «бета-минус»-визуализации (рис. *з*, *е* и *м*) и сравниваются механизмы формирования пространственных (3D) внутренних волн (**МФВВ**) за диском, подробно описанные в [1-2], и плоских (2D) внутренних волн (**МФВВ-2D**) за квадратом.

Математическое моделирование течения подсоленной воды проводилось на основе решения обезразмеренной системы уравнений Навье-Стокса в приближении Буссинеска:

$$\rho(X, Y, Z) = 1 - 0.5 \cdot X/A + S(X, Y, Z),$$

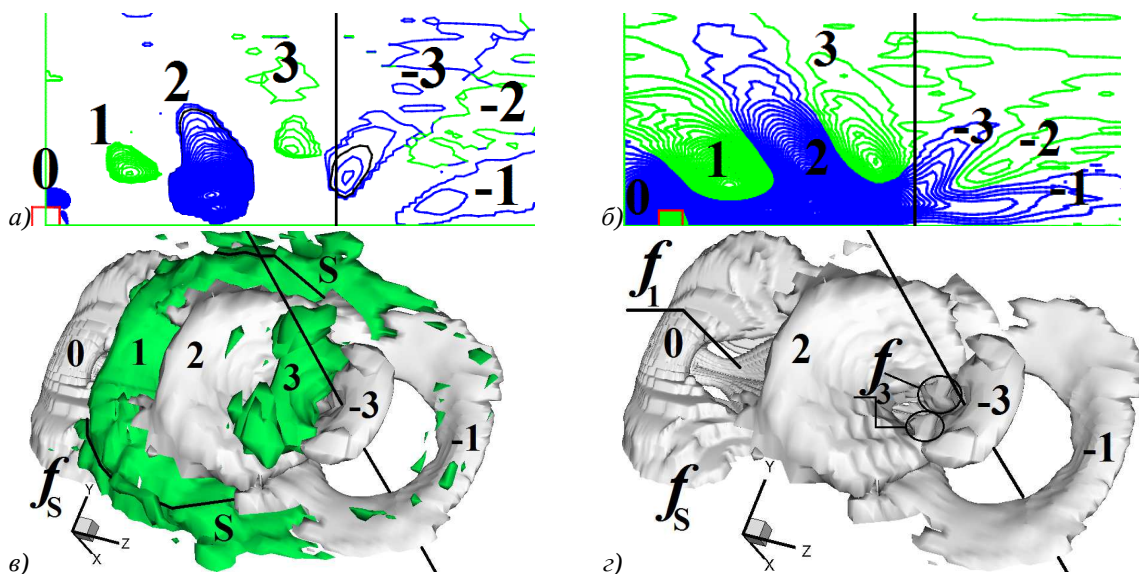
$$\frac{\partial S}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla)S = \frac{2}{Sc \cdot Re} \Delta S + \frac{v_x}{2A},$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0,$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v} = -\nabla p + \frac{2}{Re} \Delta \mathbf{v} + \frac{A}{2Fr^2} S \frac{\mathbf{g}}{g},$$

где ρ – плотность подсоленной воды, X – вертикальная прямая, $\mathbf{v}(v_z, v_x, v_y)$ – вектор скорости, S и p – возмущения плотности и давления, g – ускорение свободного падения, N_b и $\Lambda = g/N_b^2$ – частота и масштаб плавучести жидкости, $A = \Lambda/d$ – отношение масштабов, ∇ и Δ – операторы Гамильтона и Лапласа. Эта задача характеризуется четырьмя параметрами: $T_b = 2\pi/N_b$ – период плавучести жидкости, $Fr = U/(N_b \cdot d)$ – внутреннее число Фруда, $Re = U \cdot d/\nu$ – число Рейнольдса, $Sc = \nu/\kappa = 709.2$ – число Шмидта, где ν и κ – коэффициенты кинематической вязкости воды и диффузии соли, которой и стратифицируют воду, t и T – время, обезразмеренное на $f = d/(2U) = 1/(2Fr \cdot N_b)$ и на T_b , соответственно. Для проведения расчётов эта система уравнений была записана в цилиндрической системе координат: $Z = Z$, $X = R \cdot \cos \phi$, $Y = R \cdot \sin \phi$. Расчёты проводились на вычислительных ресурсах Межведомственного суперкомпьютерного центра Российской академии наук (МСЦ РАН) при помощи численного метода МЕРАНЖ с явной гибридной конечно-разностной схемой для аппроксимации конвективных членов уравнений (второй порядок аппроксимации, монотонность) [3].

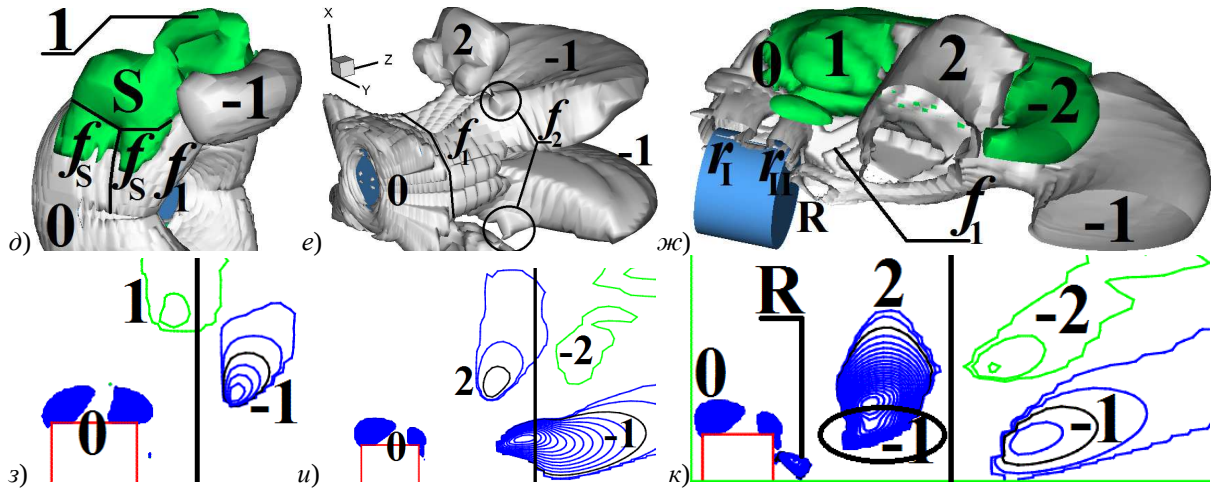
Математическое моделирование дает трёхмерные поля $\mathbf{v}$, S и p . Важно корректно понять вихревую структуру этого сложного течения. Для этого можно использовать ряд подходов для визуализации этих течений, описанных в [4], которые работают лучше, чем изоповерхности завихренности $\omega = \text{rot } \mathbf{v}$. Одним из этих подходов является «бета»-визуализация (построение изоповерхностей функции β , где β – мнимая часть комплексно-сопряженных собственных значений тензора градиента скорости). Я успешно использую этот подход уже более 20-ти лет [1-2, 5]. Сравнивая визуализации «бета» [2] и Liutex [6] в 2021 г. я решил раскрасить одноцветную «бета»-визуализацию при помощи знака азимутальной компоненты завихренности ω_ϕ (рис. *б*). Такую двухцветную «бета»-визуализацию я назвал «бета-плюс»-визуализацией (рис. *а*, *в*) [1].



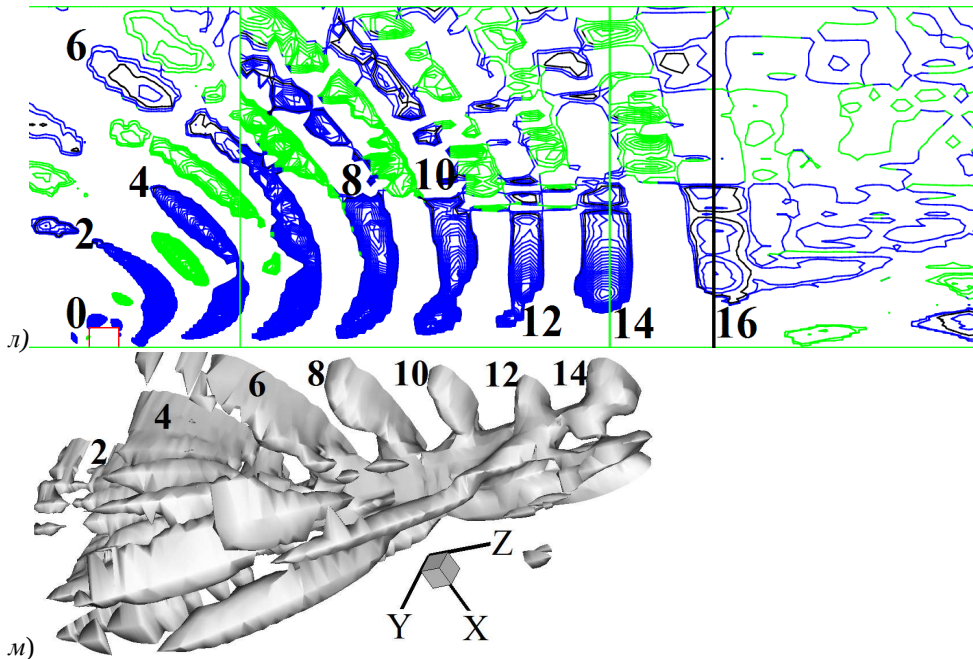
На рис. *а-з* приведена вихревая структура течения около диска при $T = 1.51$, $Fr = 0.8$, $Re = 50$, $T_b = 6.28$ с: *а-б*) изолинии β (с шагом 0.002) и ω_ϕ (с шагом 0.003) в плоскости X - Z , *в-з*) изоповерхности

$\beta_+ = \pm 0.002$ и $\beta_- = 0.002$. Положительные β_+ и ω_ϕ окрашены зеленым цветом. 0 – вихревая оболочка диска, 1, 2, 3, -3, -2 и -1 – полуволны в плоскости X-Z; S – боковые полуволны; f_1 , f_3 и f_5 – вихревые нити.

В силу симметрии поля $\mathbf{v}$ относительно горизонтальной плоскости, проходящей через Z, МФВВ исследуется только в верхнем полупространстве (при $X > 0$). Так как диск движется справа налево, то в вертикальной полуплоскости над диском индуцируется вращение сплошной среды по часовой стрелке, то есть по определению ω_ϕ в оболочке 0 диска будет меньше нуля (рис. б). Сформулируем первую часть МФВВ (МФВВ1) [1-2]: «Периодически, в течение каждого промежутка времени, равного $0.5 \cdot T_b$, в силу гравитационной и сдвиговой неустойчивостей в верхнем полупространстве над местом Q старта диска, отмеченным чёрной вертикальной прямой на рис. а-з, появляются две вихревые нити f_k и две гравитационные внутренние полуволны k и $-k$, где $k = 1, 2, 3, \dots$ ». Со временем нечётные и чётные левые полуволны k становятся полуволнами впадин и гребней, соответственно. Полуволны впадин 1, 3, 5 ... будут характеризоваться положительным знаком ω_ϕ , а след (около прямой Z) и полуволны гребней 2, 4, 6 ... – отрицательным знаком ω_ϕ (рис. а-в, д и ж-л). Если в верхней полуплоскости над прямой Z убрать полуволны впадин, то вихревая структура оставшегося 3D течения жидкости станет более понятной (рис. з). В этом и состоит идея «бета-минус»-визуализации [1]. Так из рис. з, е и м становится ясно, что осевые части гребней соединены между собой и с диском вихревыми нитями $f_1, f_3, \dots$.



На рис. д-к приведены вихревые структуры течения жидкости около диска для $Fr = 0.3$, $Re = 50$, $T_b = 6.28$ с. д-ж – изоповерхности $\beta_+ = \pm 0.0052$, $\beta_- = 0.005$ и $\beta_+ = \pm 0.005$ при $T = 0.28, 0.8, 1$. r_1 и r_{II} – кольцевые вихри оболочки 0 диска, R – рециркуляционная область следа [1]. з-к – изолинии β_+ в вертикальной плоскости X-Z с шагами 0.005, 0.01, 0.01 при $T = 0.28, 0.8, 1$.



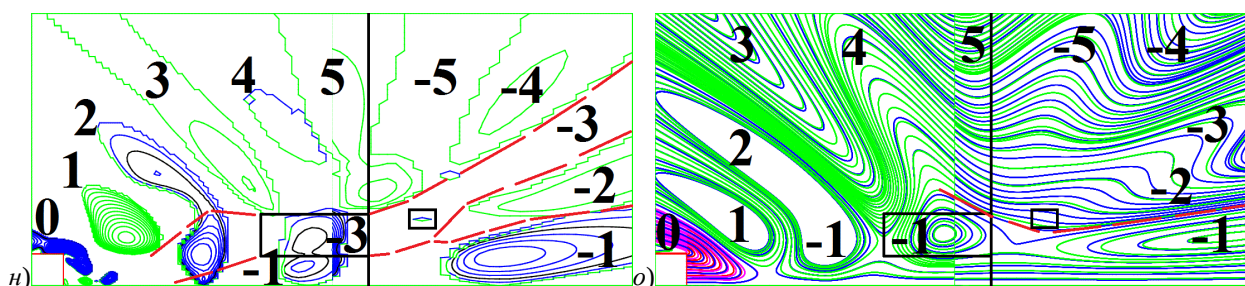
На рис. л-м приведены вихревые структуры течения жидкости около диска для $T = 8$, $Fr = 0.3$, $Re = 50$, $T_b = 6.28$ с: л – изолинии β_+ в вертикальной плоскости X-Z с шагом 0.0004; м – изоповерхность $\beta_- = 0.0035$.

На рис. д, ж и в видно зарождение первого, второго и третьего деформированных вихревых колец, соответственно. Каждое кольцо k состоит из полуколец k и $-k$ (сердцевин полуволн k и $-k$). Кольца k сформировались в соответствии с **МФВВ1**. В полуволне $-k$ может быть несколько полуколец. Нас интересует нижнее полукольцо, которое вместе с нитями f_k формирует вихревую петлю $-k$ (рис. з-д). Вторая часть **МФВВ** (**МФВВ2**): «Периодически, в течение каждого промежутка времени, равного T_b , в силу гравитационной и сдвиговой неустойчивостей наблюдается сложная трансформация нечетного правого нижнего полукольца $-k$, которое сначала становится полукругом $-k$ (рис. е и и), а потом деформированным кольцом $-k$, левая часть которого становится осевой частью гребня $(k+1)$ (рис. ж, к, в и а) [1].» Для того, чтобы подчеркнуть, что осевая (нижняя) часть гребня 2 при $T = 1$ – это левая часть кольца -1 , осевая часть гребня 2 на рис. к выделена черным овалом и обозначена цифрой -1 .

Вихревую структуру течения при $T = 8$ для $Fr = 0.3$ на рис. м, полученную при помощи «бета-минус»-визуализации, можно разделить на след, состоящий из осевых частей гребней $2 \div 14$, соединенных между собой и с диском вихревыми нитями $f_1, f_3, f_5, \dots$, полуволны гребней 2, 4, 6, ... над следом, боковые полуволны и вихревую оболочку 0 диска.

Рассмотрим теперь механизм **МФВВ-2D** для плоского течения стратифицированной несжимаемой вязкой жидкости около квадрата. Первая часть **МФВВ-2D** совпадает с **МФВВ1** для диска, если убрать из его формулировки вихревые нити. Вторая часть **МФВВ-2D** будет такой: «Периодически, каждые T_b , в силу гравитационной и сдвиговой неустойчивостей правее точки Q рядом один под другим на пустом месте зарождаются два вихря $-3(k)$ и $-1(k)$ (осевые части гребня k), где k – чётное число.» На рис. н вихрь $-3(4)$ левее точки Q выделен чёрной рамкой, а место зарождения вихря $-3(6)$ отмечено маленькой чёрной рамкой правее Q ; красными штриховыми линиями показаны границы между полуволнами $-3, -2$ и -1 . Верхняя красная штриховая линия отмечает резкую границу между следом, состоящем из полуволн $-3, -2$ и -1 , и остальными полуволнами. В 3D-случае диска такой четкой границы нет, но в следе прослеживается аналогичная цепочка осевых частей гребней (рис. л-м).

Если в случае квадрата вместо «бета-плюс»-визуализации использовать картины мгновенных линий тока в системе координат, связанной с жидкостью (рис. о), то вторая часть **МФВВ-2D** будет еще проще и понятнее: «Периодически, каждые T_b , в силу гравитационной и сдвиговой неустойчивостей, правее точки Q левый конец вихря -1 трансформируется (удлинняется и отрывается) в новый вихрь $-1(k)^*$ (осевую часть гребня k), где k – чётное число.» След на рис. о состоит из цепочки осевых частей гребня $-1(2)^*, -1(4)^*$ и рециркуляционной области за телом.



На рис. н-о приведены изолинии β^+ с шагами 0.05 и 0.01 (справа) (н) и мгновенные линии тока в системе координат, связанной с жидкостью, (о) около квадрата при $T = 2.55$, $Fr = 0.3$, $Re = 50$, $T_b = 6.28$.

Две чёрные рамки, расположенные левее и правее чёрной вертикальной линии на рис. н и о, в точности соответствуют друг другу. Левая рамка на рис. о включает в себе вихрь $-1(4)^*$, а на рис. н – вихрь $-3(4)$. Таким образом, с одной стороны «бета-плюс»-визуализация усложняет **МФВВ**, по сравнению с более привычной визуализацией при помощи линий тока. С другой стороны, со временем, картина линий тока правее точки Q так усложняется, что не позволяет корректно понять границы между внутренними полуволнами. В этом случае на помощь приходит «бета-плюс»-визуализация.

ЛИТЕРАТУРА.

1. П.В. Матюшин. Формирование пространственных внутренних волн за телом,двигающимся в стратифицированной вязкой жидкости. Известия РАН. Механика жидкости и газа, 2023, №4, с.117-130.
2. П.В. Матюшин. Процесс формирования внутренних волн, инициированный началом движения тела в стратифицированной вязкой жидкости. Известия РАН. Механика жидкости и газа, 2019, №3, с.83-97.
3. О.М. Белоцерковский, В.А. Гущин, В.Н. Коньшин. Метод расщепления для исследования течений стратифицированной жидкости со свободной поверхностью. ЖВМ и МФ, 1987, т.27, №4, с.594-609.
4. J. Jeong, F. Hussain. On the identification of a vortex. J. Fluid Mech., 1995, 285, 69-94.
5. В.А. Гущин, П.В. Матюшин. Механизмы формирования вихрей в следе за сферой при $200 < Re < 380$. Известия РАН. Механика жидкости и газа, 2006, №5, с.135-151.
6. S. Tian, Y. Gao, X. Dong, C. Liu. Definition of vortex vector and vortex. J. Fluid Mech., 2018, 849, 312-339.

ВТОРИЧНЫЕ ТЕЧЕНИЯ В ПЛОСКОМ ДИФфуЗОРЕ И ИХ РОЛЬ В ПРОЦЕССАХ ПЕРЕНОСА

Н.И.Михеев, И.А.Давлетшин, Р.Р.Шакиров
Институт энергетики и перспективных технологий ФИЦ КазНЦ РАН, Казань

В плоском дозвуковом безотрывном диффузоре наблюдается весьма необычное и интересное явление – наличие в профилях пульсаций продольной скорости двух локальных максимумов. Эффект подтвержден в ряде лабораторий [1-3], однако механизмы его возникновения до конца не понятны. В безградиентных профилях имеется один максимум в переходной области пограничного слоя при $y^+ \sim 15$, т.е. в области повышенной генерации энергии турбулентности под влиянием высоких градиентов скорости по нормали к обтекаемой поверхности. Второй же максимум в профиле турбулентных пульсаций в потоках с положительным продольным градиентом давления появляется при $y^+ \sim (10^2 - 10^3)$, где поперечные градиенты скорости многократно ниже.

Авторами данной работы предпринята попытка выявления механизма данного явления. Была принята гипотеза о конвективном переносе турбулентности в область упомянутого второго максимума пульсаций из пристеночной области, расположенной выше по потоку. Но перенос по прямому пути не дал бы двух максимумов, поэтому решалась задача измерения пространственной структуры течения и турбулентности в диффузоре.

Экспериментальные исследования в рамках данной работы были направлены на выявление механизмов формирования второго максимума энергии турбулентности вдали от стенки плоского безотрывного диффузора. Для выявления трактовок конвективного переноса турбулентности была подробным образом измерена кинематическая структура потока в плоском диффузоре. Как и в работах [1, 2], эксперименты выполнялись в асимметричном диффузорном канале только с одной отклоненной стенкой (рис.1). Рабочий участок (диффузор 3) представлял собой плоский канал длиной $L=1820$ мм и шириной $B=150$ мм. Диффузор создавался отклонением верхней плоской стенки канала на $\varphi=2,5^\circ$. Высота входного сечения диффузора составляла $H_0=28$ мм. Перед диффузором имелись плавный в вертикальной плоскости вход 1 и предвключенный участок 2 постоянного сечения 150×28 мм² длиной $L_{in}=1200$ мм. Наличие этого участка длиной более 40 высот канала позволяло обеспечивать на входе в диффузор развитый турбулентный пограничный слой.

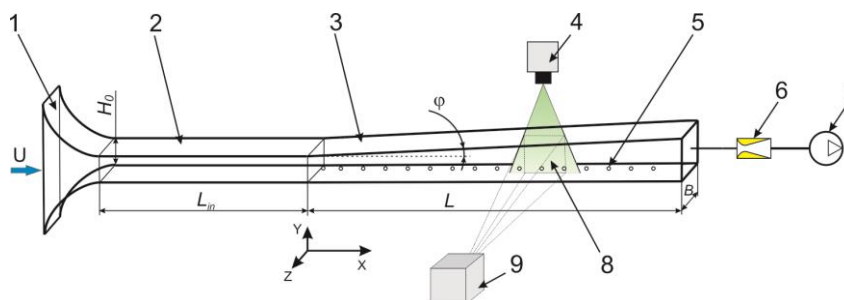


Рис. 1. Экспериментальная установка: 1 – входное устройство; 2 – предвключенный участок; 3 – плоский диффузор; 4 – лазер; 5 – отверстия отбора давления на боковой стенке; 6 – сопло; 7 – турбокомпрессор; 8 – область измерений полей скорости потока; 9 – скоростная видеокамера.

Основное внимание в работе было уделено исследованию вторичных течений Прандтля. Относительная скорость вторичных течений обычно сравнительно невелика [4]. Стремительно развивающиеся 3-D оптические методы диагностики потоков пока еще не обеспечивают уровня разрешения, необходимого для измерения характеристик мелкомасштабной турбулентности и регистрации малых отклонений потока от основного направления. Поэтому был сделан выбор в пользу использования планарного метода измерений с хорошим пространственным разрешением, обеспечивающим измерение турбулентных пульсаций компонент скорости потока во всем диапазоне размеров энергонесущих турбулентных структур. В случае стационарного потока представления о пространственной структуре течения можно составить по набору двумерных полей векторов скорости в различных плоскостях. В данной работе с использованием оптического полевого метода SIV [5, 6] выполнены исследования кинематической структуры потока в плоском диффузоре, основанные на измерении векторных полей скорости потока при различных пространственных положениях плоскости светового ножа: в восьми сечениях по длине, трех сечениях по ширине и пяти сечениях по высоте диффузора. В каждой из плоскостей измерений получены подробные профили осредненных значений и пульсаций двух компонент скорости потока, а в 120 точках пространства на пересечении упомянутых плоскостей была получена информация о трех компонентах вектора скорости, дающая представление о пространственном распределении скорости потока. Полученные данные не дают нам детальной трехмерной структуры течения, но дают достаточную информацию для схематического представления вторичных течений в плоском диффузоре с четкой количественной информацией по относительной скорости вторичного течения.

Измеренные профили пульсаций продольной компоненты скорости в плоскости симметрии диффузора представлены на рис.2. Там же для сравнения приведены литературные данные DNS для безградиентного потока. Как видно, второй максимум в профилях пульсаций формируется постепенно и четко проявляется во второй половине по длине диффузора, причем в сечении 5 он становится даже выше пристеночного максимума.

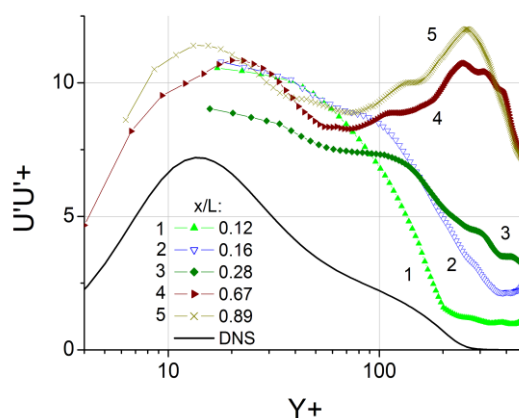


Рис. 2. Изменение профилей пульсаций продольной компоненты скорости по длине диффузора

Трехмерность течения в диффузоре лучше всего видна из профилей осредненной компоненты скорости W (рис.3, слева) на различных расстояниях от стенки. Данные на рис.3 приведены для сечения вблизи выхода диффузора. Как видно, вблизи плоскости симметрии ($z=0$) компонента W меняет свой знак. Максимальные усредненные по времени значения компоненты W составляют 2% от осевой скорости на входе в диффузор. Справа на рис.3 в едином масштабе показаны измененные значения осредненного по времени вектора скорости в проекции на плоскость yOz для половины (по ширине) диффузора. Наблюдаемое поперечное движение, по сути, является вторичным течением. Формирование этого течения возможно под действием двух механизмов: 1) искривление линий тока в области перехода из предвключенного участка в диффузор и 2) неравномерное распределение рейнольдсовых напряжений по поперечному сечению канала, особенно в угловых зонах.

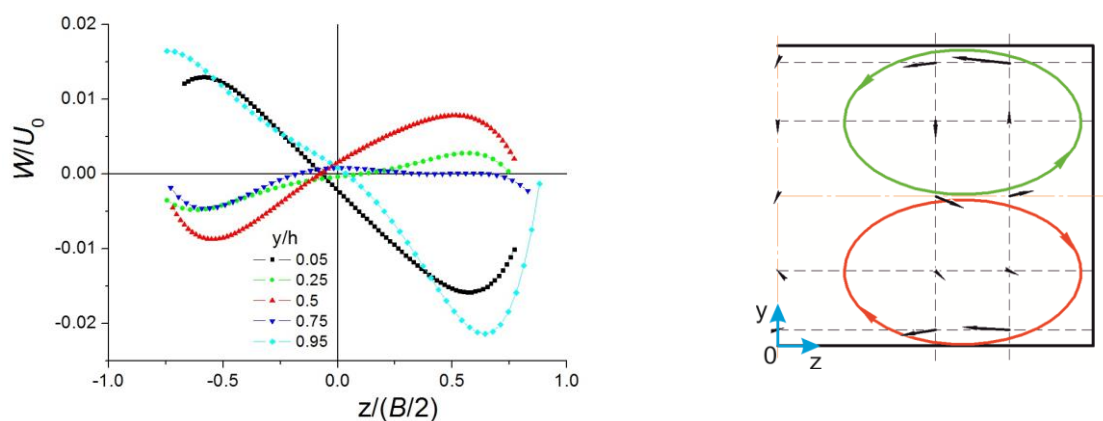


Рис.3. Профили компоненты W при различных расстояниях от стенки (слева) и вторичное течение вблизи выходного сечения диффузора (справа)

На основе анализа всей совокупности измерений продольной, поперечной и трансверсальной компонент скорости потока сделан вывод о наличии вторичных течений в диффузоре, усредненные по времени скорости которых в поперечном и трансверсальном направлениях достигают 1% - 2% от средней скорости потока на входе в диффузор. Совместно с основным течением вторичные течения представляют собой четыре спирали с попарными противоположными направлениями вращения. Именно под влиянием вторичных течений формируется второй локальный максимум турбулентных пульсаций в плоскости симметрии диффузора на удалении от стенки $\sim 0,25h$, начиная с некоторого расстояния от входа в диффузор. Высокая интенсивность этих пульсаций скорости вдали от стенки, где нет высоких градиентов скорости, поддерживается конвекцией турбулентности из высокотурбулентных пристеночных областей ($\sim 0,03h$), расположенных выше по потоку. Первый же локальный максимум турбулентных пульсаций соответствует максимальной генерации турбулентной энергии в пристеночной области. Интенсивность продольных пульсаций потока в области пристеночного максимума сильно снижается по длине диффузора и в

некоторых сечениях этот максимум оказывается ниже интенсивности турбулентности вдали от стенки в том же сечении по длине, перенесенной туда спиральным движением жидкости из области с более высоким уровнем турбулентности, расположенной тоже в пристеночной области, но выше по потоку. Под влиянием диссипации и диффузии турбулентности уровень пульсаций скорости в струйке, движущейся по стирали, постепенно снижается, но он остается выше вновь генерируемой турбулентности в рассматриваемом сечении. В область между двумя максимумами энергии пульсаций тоже происходит перенос турбулентности конвекцией, связанной со спиральным вторичным течением, но уже из расположенной ниже по потоку области пристеночного слоя с меньшей интенсивностью турбулентности.

В работе [3] опубликованы полученные авторами экспериментальные данные по теплоотдаче в безотрывных плоских диффузорах различной геометрии. Исследованиями теплоотдачи в диффузорах установлено, что полученные данные могут быть представлены по аналогии с распределением коэффициента теплоотдачи на пластине. Они хорошо обобщаются при использовании в качестве определяющей скорости ее значения на входе в диффузор, но не локальной скорости в диффузоре. Такой подход с учетом градиента давления в виде параметра ускорения Кейса позволил предложить для всей совокупности полученных данных (при $q_w = \text{const}$) единые критериальные соотношения [3], справедливые в широких диапазонах чисел Рейнольдса и Кейса.

Исследование выполнено при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 22-19-00507).

ЛИТЕРАТУРА.

1. J.P. Monty, Z. Harun, I. Marusic, A parametric study of adverse pressure gradient turbulent boundary layers, *Int. J. Heat Fluid Flow* 32 (3) (2011) 575–585.
2. C. Cuvier, S. Srinath, M. Stanislas, J.M. Foucaut, J.P. Laval, C.J. Kähler, R. Hain, S. Scharnowski, R. Geisler, J. Agocs, A. Rose, C. Willert, J. Klinner, O. Amili, C. Atkinson, J. Soria, Extensive characterisation of a high Reynolds number decelerating boundary layer using advanced optical metrology, *J. Turbul.* 18 (10) (2017) 929–972.
3. Davletshin I. A., Dushina O. A., Mikheev N. I., Shakirov R. R. Heat transfer and flow structure in a plane diverging channel // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2022. Vol. 189. P. 122744.
4. Nikitin N.V., Popelenskaya N.V., Stroh A. Prandtl's secondary flows of the second kind. Problems of description, prediction, and simulation // *Fluid Dynamics*. 2021. Vol. 56. P. 513–538.
5. Mikheev N.I., Dushin N.S. A method for measuring the dynamics of velocity vector fields in a turbulent flow using smoke image-visualization videos // *Instruments Exp. Tech.* 2016. T. 59. № 6. C. 882-889.
6. Mikheev N. I., Goltsman A. E., Saushin I. I., Dushina O. A. Estimation of turbulent energy dissipation in the boundary layer using Smoke Image Velocimetry // *Experiments in Fluids* 58(8), 97 (2017).

ВЛИЯНИЕ ЗАКРУТКИ ПОТОКА НА СТРУКТУРУ ТЕЧЕНИЯ ЗА ОСЕСИММЕТРИЧНЫМ ВНЕЗАПНЫМ РАСШИРЕНИЕМ ПРИ УМЕРЕННЫХ ЧИСЛАХ РЕЙНОЛЬДСА

Молочников В.М., Пашкова Н.Д., Паерелий А.А.

Федеральный исследовательский центр «Казанский научный центр РАН», Казань

Отрыв закрученного потока представляет значительный интерес как с точки зрения фундаментальной науки, так и многочисленных технических приложений: проточные тракты турбомашин, камеры сгорания, сепараторы и т.д. Закрученные потоки вообще и отрывные в частности носят существенно трехмерный и нестационарный характер, поэтому весьма сложны для изучения. Результаты исследования гидродинамики и теплообмена закрученных потоков изложены в многочисленных монографиях и статьях [1 – 6], в которых представлены многочисленные экспериментальные данные и результаты численного моделирования закрученных течений в разнообразных технических устройствах, рассмотрены различные аспекты, связанные с закруткой потока. Закрутка потока сопровождается, как правило, двумя явлениями: прецессией ядра вихря и разрушением вихря. Эти явления подробно исследовались в [7].

Осесимметричное внезапное расширение относится к каноническим случаям отрывных течений, которые достаточно хорошо изучены. Влияние закрутки на структуру потока для этого случая отрывного течения исследовалось, главным образом, для турбулентного режима [8 – 10]. Установлено, что при степени закрутки, ниже критической, наблюдается прецессия вихря, формируемого в канале после расширения. С увеличением степени закрутки прецессия исчезает и происходит разрушение вихря.

Прецессия вихревого ядра и разрушение вихря имеют место и в случае ламинарного течения через внезапное расширение. Эти процессы изучаются в [11, 12] с использованием численного решения уравнений Навье-Стокса при числах Рейнольдса, не превышающих 750. Обнаружена осесимметричная колебательная неустойчивость сдвигового слоя струи, определены значения числа Рейнольдса и степени закрутки потока, при которых эта неустойчивость проявляется. Как и для турбулентного режима течения, при степени закрутки выше некоторого критического значения наблюдается процесс разрушения вихря. В этих и других подобных исследованиях вопросы влияния закрутки потока на процессы ламинарно-турбулентного перехода при внезапном расширении осесимметричного канала не рассматриваются.

Настоящая работа посвящена экспериментальному изучению структуры закрученного потока в осесимметричном канале с внезапным расширением при умеренных числах Рейнольдса. Основное внимание уделялось вопросам влияния закрутки потока на процессы ламинарно-турбулентного перехода в канале после внезапного расширения. Эксперименты проводились в специализированной установке, подробное описание которой приведено в [14]. Схема рабочего участка установки показана на рис.1. Степень расширения (соотношение диаметров) канала составляла 1:1.7. В качестве рабочей жидкости в исследованиях использовался водный раствор глицерина. Число Рейнольдса, рассчитанное по среднерасходной скорости потока в трубе до расширения ($d=17.4$ мм) и ее диаметру составляло $Re = 1640$. Закрутка потока обеспечивалась лопаточным завихрителем, который устанавливался на расстоянии $5d$ выше по потоку от внезапного расширения (рис.1,а). Во входном сечении завихрителя угол установки (угол атаки) лопаток составлял 0 градусов с осью канала, в выходном – 23 градуса. Степень закрутки потока Y определялась как отношение осевой составляющей потока момента количества движения к осевой составляющей количества движения.

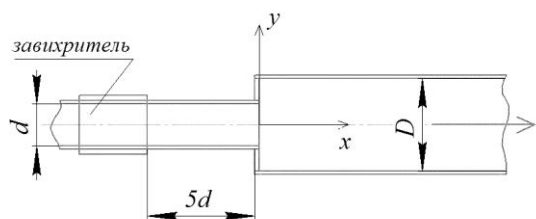


Рис.1. Схема рабочего участка установки (а) и бокс для его размещения (б)

Установка была снабжена системой измерений мгновенных векторных полей скорости потока SIV [15]. В поток вводились трассеры – полиамидные частицы диаметром порядка 5 мкм, плотность которых приблизительно равна плотности водного раствора глицерина. Для изготовления рабочего участка использовались трубки из прозрачного поликарбоната. Рабочий участок размещался в прозрачном боксе, который заполнялся глицерином, имеющим коэффициент преломления, приблизительно равный коэффициенту преломления поликарбоната. Это позволяло минимизировать оптические искажения при проведении SIV измерений.

Было выполнено детальное исследование структуры течения в гладком канале между завихрителем и внезапным расширением. Установлено, что степень закрутки потока Y немонотонно изменяется вдоль по

потoku и перед расширением практически стабилизируется на уровне $Y = 0.125$. Под действием закрутки потока непосредственно за завихрителем профили продольной компоненты скорости потока $U_x(y)$ имеют характерную область возвратного течения вблизи оси канала. Далее вниз по потоку профиль скорости сохраняет М-образную форму с зоной дефекта скорости в окрестности оси канала. Распределение окружной компоненты скорости потока U_θ по радиусу канала перед внезапным расширением (при $x/d > 3.5$) становится близким к равномерному в области $r/R > 0.2$ (рис.5).

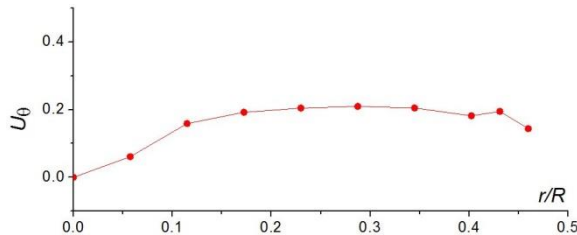


Рис.2. Профиль окружной компоненты скорости потока вниз по течению от завихрителя при $x/d = 3.66$

Анализ результатов SIV измерений показал, что профили продольной компоненты скорости после внезапного осесимметричного расширения при отсутствии закрутки потока сохраняют осевую симметрию. Продольный размер области отрыва потока превышает $x/d = 5.2$. Под действием закрутки потока профили продольной компоненты скорости в канале после внезапного осесимметричного расширения существенно деформируются (рис.3,а): при $x/d \geq 1$ происходит нарушение осевой симметрии течения. Размер области отрыва потока существенно сокращается, причем это сокращение неравномерное по образующим канала: в верхней (рис.1) части плоскости симметрии $X_{отр}/d \approx 2.8$, а в нижней – $X_{отр}/d \approx 1.7$. За исключением диапазона $1.4 < x/d < 2.7$ профили среднеквадратичных пульсаций продольной компоненты скорости потока близки к симметричным. Степень закрутки потока после внезапного расширения немонотонно меняется по длине канала (рис.4). Первый (локальный) максимум приходится на зону присоединения потока ($x/d \approx 2$), второй наблюдается при $x/d = 4.4$ ($Y = 0.16$). Такой характер изменения $Y(x/d)$ может косвенно свидетельствовать о наличии прецессии вихря.

Результаты визуализации течения свидетельствуют, что при приближении к зоне присоединения потока в слое смешения на границе рециркуляционной области начинается формирование крупномасштабных вихревых структур, которые при движении вниз по потоку занимают все поперечное сечение канала. Под влиянием этих структур происходит рост среднеквадратичных пульсаций продольной и поперечной компонент скорости потока. Максимум этих пульсаций достигается в слое смешения в окрестности зоны присоединения потока (рис.3,б), затем профили пульсаций выравниваются, интенсивность пульсаций постепенно снижается вниз по потоку. Полученные закономерности эволюции структуры закрученного течения после осесимметричного внезапного расширения можно трактовать как проявление колебательной неустойчивости сдвигового слоя рециркуляционной области (струи, формируемой в области внезапного расширения) с последующим разрушением вихря.

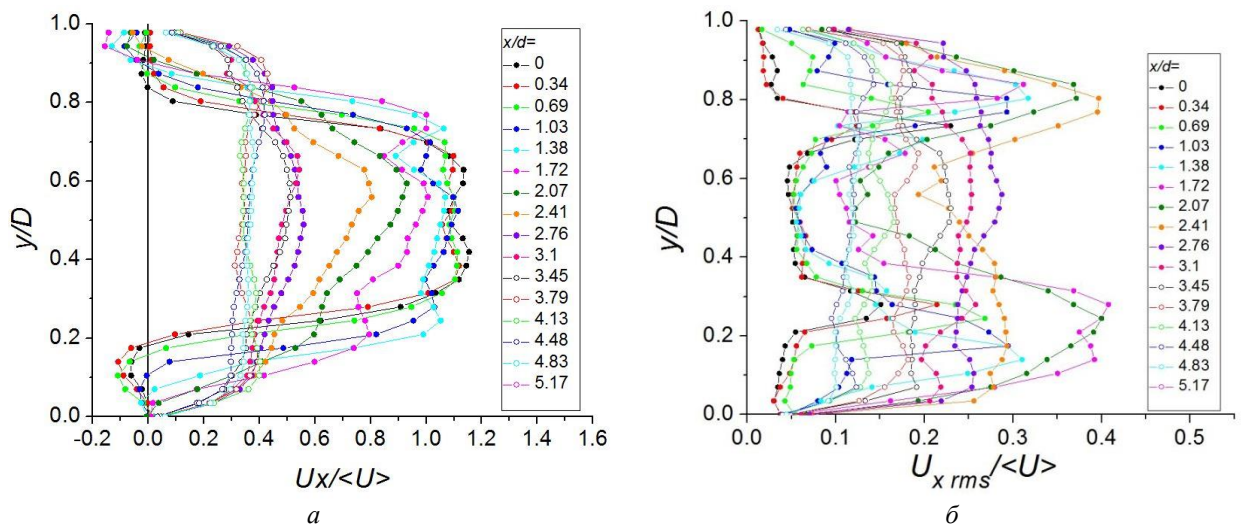


Рис.3. Профили продольной компоненты скорости потока (а) и ее среднеквадратичных пульсаций (б) в канале после внезапного расширения: а – без закрутки потока; б – с закруткой потока перед внезапным расширением

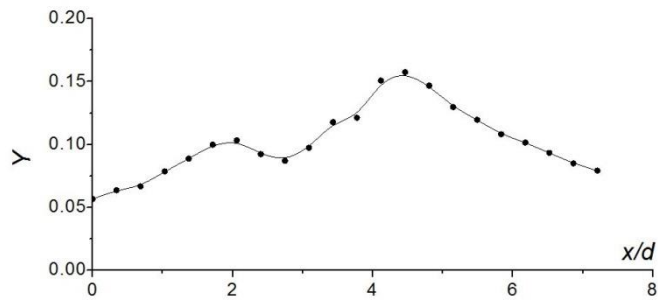


Рис.4. Изменение степени закрутки потока по длине канала после его внезапного расширения

Формирование крупномасштабных вихревых структур в области присоединения потока вызывает высокоамплитудные относительно низкочастотные пульсации продольной компоненты скорости (рис.5,а). В этой области турбулизации потока еще не происходит: в спектре пульсаций отсутствует инерционный интервал (рис.5,б). Вниз по потоку от этой области происходит, по-видимому, дробление крупномасштабных вихревых структур на более мелкие вихревые образования, наблюдается заполнение высокочастотной области спектра, в котором появляется выраженный инерционный интервал (рис.6).

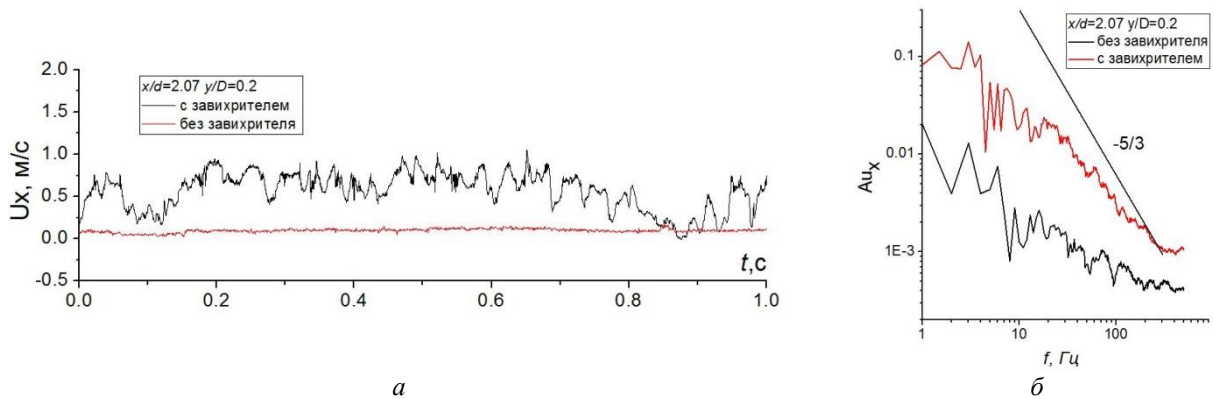


Рис.5. Осциллограммы (а) и спектры пульсаций (б) продольной компоненты скорости в зоне присоединения потока при $x/d = 2.07$; $y/D = 0.2$

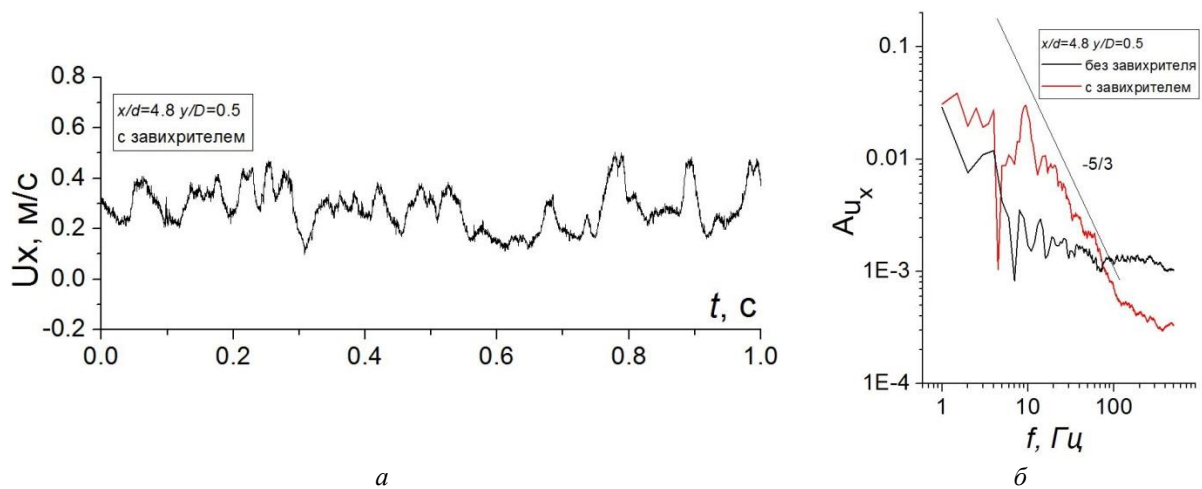


Рис.6. Осциллограмма продольной компоненты скорости потока на оси канала после области расширения при $x/d = 4.8$ (а) и спектры пульсаций (б) при $x/d = 2.07$; $y/D = 0.2$

Таким образом, закрутка потока при внезапном осесимметричном расширении канала при $Re = 1640$ приводит к сокращению продольных размеров области отрыва потока, возникновению крупномасштабных вихревых структур в зоне присоединения потока и появлению далее вниз по течению признаков ламинарно-турбулентного перехода.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 22-10-00507.

ЛИТЕРАТУРА

1. В.К.Щукин Теплообмен и гидродинамика внутренних потоков в полях массовых сил. М. Машиностроение. 1970.
2. Закрученные потоки: Пер. с англ. / Гупта А., Лилли Д., Сайред Н. М.: Мир, 1987.
3. Халатов А.А. Теория и практика закрученных потоков. Киев: Наукова думка. 1989.
4. Shih T. H. Modeling of turbulent swirling flows. Lewis Research Center, 1997. – Т. 113112.
5. Ш. А. Пиралишвили, В. М. Поляев, М. Н. Сергеев. Вихревой эффект. Эксперимент, теория, технические решения. 2000.
6. Митрофанова О.В. Гидродинамика и теплообмен закрученных потоков в каналах ядерных энергетических установок. 2020.
7. Алексеенко СВ., Куйбин П.А., Окулов В.Л. Введение в теорию концентрированных вихрей. 2003.
8. Hallett W. L. H., Günther R. Flow and mixing in swirling flow in a sudden expansion //The Canadian Journal of Chemical Engineering. 1984. Vol. 62. No. 1. P. 149-155.
9. Dellenback P. A., Metzger D. E., Neitzel G. P. Measurements in turbulent swirling flow through an abrupt axisymmetric expansion //AIAA journal. 1988. Vol. 26. No. 6. P. 669-681.
10. H. Mak, S. Balabani Near field characteristics of swirling flow past a sudden expansion // Chemical Engineering Science. 2007. No.62. pp.6726 – 6746
11. Revuelta A. On the axisymmetric vortex breakdown of a swirling jet entering a sudden expansion pipe //Physics of Fluids. 2004. Vol. 16. No. 9. P. 3495-3498.
12. Granados-Ortiz F. J., Rodriguez-Tembleque L., Ortega-Casanova J. Vortex breakdown mechanics of a laminar confined swirling flow with large expansion ratio using a non-uniform finite difference approximation //Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science. 2022. Vol. 236. No.2. P. 916-933.
13. Molochnikov V.M., Mikheev N.I., Mikheev A.N., Paereliy A.A., Dushina O.A. The onset of turbulence in pulsating flows in smooth pipes // International Journal of Heat and Fluid Flow. 2022. Vol. 96. P. 108984.
14. Mikheev N. I., Dushin N. S. A method for measuring the dynamics of velocity vector fields in a turbulent flow using smoke image-visualization videos //Instruments and Experimental Techniques. 2016. Vol. 59. P. 882-889.,

ЭЛЕКТРОТЕРМОКОНВЕКТИВНЫЕ ВОЛНОВЫЕ ТЕЧЕНИЯ СЛАБОПРОВОДЯЩЕЙ ЖИДКОСТИ В ПЕРЕМЕННОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

О. О. Некрасов, Б. Л. Смородин

Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермь

Существует множество механизмов конвективного движения жидкости. В случае термогравитационной конвекции движение возникает за счет силы плавучести, действующей на неоднородно нагретую жидкость, помещенную в поле силы тяжести [1-2]. Если в жидкости имеются свободные нескомпенсированные заряды, движение может генерироваться под влиянием внешнего электрического поля. В изотермическом случае стационарная электроконвекция возникает в результате обратной бифуркации [3-4]. Взаимодействие двух указанных механизмов, когда нагрев жидкости сверху совмещается с униполярной инжекцией заряда, приводит к тому, что электроконвекция может возникать колебательным образом, и в жидкости формируются волновые течения [5-6].

Параметрическое воздействие на гидродинамическую систему способно ослаблять (даже подавлять) [7] или усиливать течения в ней [8]. В случае генерации электроконвективного течения параметрическое воздействие можно реализовать за счет модуляции внешнего электрического поля, что представляет интерес с практической точки зрения.

Рассматривается плоский горизонтальный слой вязкой несжимаемой диэлектрической жидкости, помещаемой между обкладок плоского горизонтального бесконечного конденсатора (рис. 1). Объемный отрицательный заряд в жидкости создается путем автономной униполярной инжекции с верхней обкладки конденсатора (катода) [9]. Жидкость характеризуется динамической вязкостью η , диэлектрической проницаемостью ϵ , температуропроводностью χ , подвижностью зарядов K , и коэффициентом теплового расширения β , не зависящими от температуры, и плотностью при средней температуре ρ_0 , зависящей от температуры линейно. Итоговая электропроводность жидкости оказывается достаточно малой, поэтому можно применять электрогидродинамическое приближение [10]. Кроме того, жидкость расположена в поле силы тяжести и нагревается сверху. В результате взаимодействия противоположно направленных сил Кулона плавучести рождаются волновые режимы конвекции.

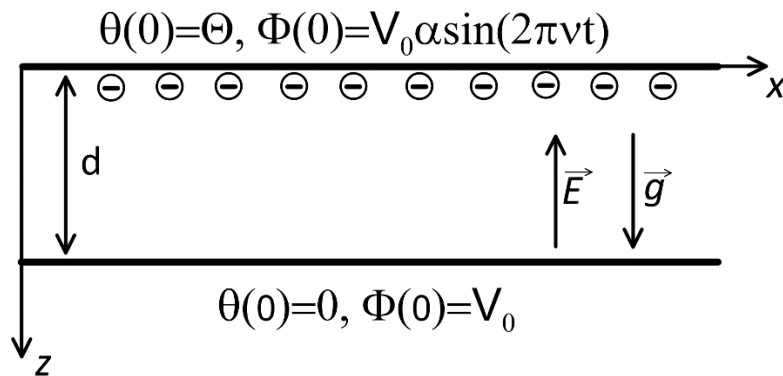


Рисунок 1. Геометрия задачи и граничные условия.

Набор безразмерных уравнений, характеризующих двумерные течения, в терминах функции тока и вихря скорости и приближении Буссинеска [1,5] записывается в виде:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \varphi}{\partial t} - \frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial z} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \frac{\partial \psi}{\partial x} = \Delta \varphi - \frac{T^2}{M^2} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \frac{\partial q}{\partial x} - \frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial q}{\partial z} \right) - \frac{Ra}{Pr} \frac{\partial \theta}{\partial x}, \\ \frac{\partial \theta}{\partial t} - \frac{\partial \theta}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial z} + \frac{\partial \theta}{\partial z} \frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{1}{Pr} \Delta \theta, \\ \frac{\partial q}{\partial t} - \frac{\partial q}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial z} + \frac{\partial q}{\partial z} \frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{T}{M^2} (q^2 - \nabla \Phi \nabla q), \\ \varphi = -\Delta \psi, \\ q = -\Delta \Phi, \end{array} \right. \quad (1)$$

где $\psi, \varphi, \theta, q, E, \Phi$ – соответственно функции тока, вихря скорости, температуры, плотности заряда, напряженности электрического поля и электрического потенциала, $Pr = \frac{\eta}{\rho_0 \chi}$ – число Прандтля, $Ra = \frac{\rho_0 g \beta d^3 \Theta}{\eta \chi}$ – тепловое число Релея, $T = \frac{\epsilon_0 \epsilon V_0}{K \eta}$ – электрическое число Релея, $M = \sqrt{\frac{\epsilon_0 \epsilon}{K^2 \rho_0}}$ – параметр подвижности зарядов.

Граничные условия для вертикальных, идеально проводящих тепло и электричество и твердых границ формулируются следующим образом:

$$z = 0: \quad \psi = 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial z} = 0, \quad \theta = 1, \quad \Phi = \alpha \sin 2\pi \nu t, \quad q = -C,$$

$$z = 1: \quad \psi = 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial z} = 0, \quad \theta = 0, \quad \Phi = 1$$
(2)

где $C = \frac{q_0 d^2}{V_0 \varepsilon_0 \varepsilon}$ – параметр автономной инжекции, q_0 – плотность заряда, инжектируемого на катод, α и ν – соответственно амплитуда и частота модуляции электрического потенциала.

Проблема граничных условий по горизонтали разрешается путем введения периодических условий $F(x + L, z, t) = F(x, z, t)$ (3) для любых x , z , и t , где F – любая из функций системы, а $L = 1.45$ – пространственный период решений, который выбран в соответствии с критическим волновым числом возникновения конвекции, определяемым из анализа линейного устойчивости системы [6] для набора параметров, приведенного ниже.

Задача (1) с набором граничных условий (2) и (3) решается численно с использованием явных методов конечных разностей первого порядка точности для уравнений движения жидкости, теплопроводности и закона сохранения заряда, а также при помощи метода последовательной верхней релаксации для уравнений Пуассона. Используется численная сетка масштабом 30 на 21 узел. Значения безразмерных параметров выбираются следующим образом: $Pr = 10$, соответствующее широкому классу слабопроводящих жидкостей [7,11], $Ra = -2500$ (подогрев сверху), $C = 1$ (умеренная инжекция), $M = 14.14$ [7,11,12]. Такой набор безразмерных параметров может соответствовать, например, этанолу с ионами хлора. Параметры T , α и ν являются управляющими.

При значении $T = 665$ в постоянном поле ($\alpha = 0$) в системе из малых возмущений развивается бегущая волна. Этот режим характеризуется двумя конвективными валами, закрученными в противоположные стороны и движущимися вдоль горизонтального направления с постоянной скоростью $v_{ph} = 1.22$, что соответствует собственной частоте колебаний $\nu_0 = 0.848$ полей системы в фиксированной точке расчетной ячейки. Рассмотрим гармоническую модуляцию потенциала на верхней обкладке конденсатора, накладываемую на указанное выше основное состояние (рис. 2).

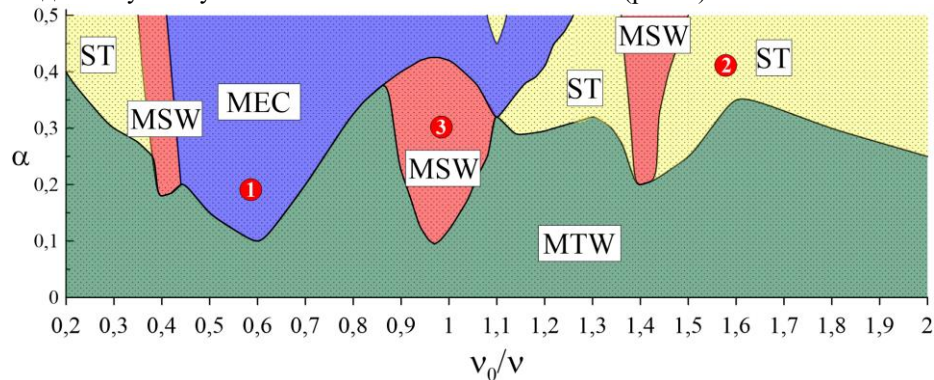


Рисунок 2. Карта режимов течения жидкости на плоскости (отношение собственной частоты системы к частоте модуляции ν_0/ν – амплитуда модуляции потенциала на катоде α) при $T = 665$ и $C = 1$, зеленая область – модулированные бегущие волны, желтая – механическое равновесие, красная – модулированные стоячие волны, синяя – модулированная электроконвекция.

Для широкого набора частот ($\nu_0/\nu = [0.2; 2]$) при относительно небольших амплитудах модуляции поля ($\alpha < 0.1$, не более 10% от разности потенциалов на обкладках) в жидкости реализуется режим модулированных бегущих волн (MTW – modulated traveling wave). Он отличается от режима бегущих волн тем, что интенсивность конвекции в конвективных валах модулируется с частотой внешнего воздействия. В зависимости от соотношения собственной частоты ν_0 и частоты модуляции поля ν можно получить различные типы отклика, к примеру, квазипериодический в случае, когда отношение частоты внешнего воздействия и собственной частоты системы иррационально.

Как видно из карты (рис. 2), для всех рассматриваемых частот модуляции начиная с некоторой амплитуды режим модулированных бегущих волн разрушается, и система переходит к другому типу движения. При этом, зависимость критической амплитуды от частоты нелинейна и обладает рядом минимумов, располагающихся вблизи резонансных соотношений частот $\nu_0/\nu = 1/2, 1, 3/2, 2$, что соответствует явлению параметрического возбуждения диссипативных систем.

Для соотношения частот ($\nu_0/\nu \in [0.45; 1.3]$) большие амплитуды модуляции потенциала на катоде приводят к режиму модулированной электроконвекции (MEC – modulated electroconvection), рис. 3. В нем отсутствует горизонтальное движение жидкости: как можно видеть по поведению координаты максимума функции тока в ячейке на характеристической плоскости (рис. 3, б), при переходе к режиму MEC бегущая волна быстро останавливается. В ходе переходного процесса сначала развивается модулированная бегущая волна с возрастающей амплитудой, которая затем трансформируется в режим модулированной электроконвекции (рис. 3, а). Интенсивность конвекции в режиме MEC в несколько раз больше, чем в режиме MTW. Максимальное значение функции тока осциллирует с частотой внешнего поля ν .

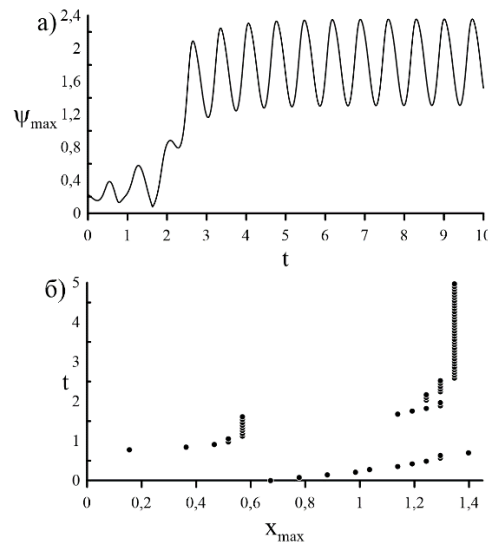


Рисунок 3. Переход к режиму модулированной электроконвекции МЕС от режима бегущих волн TW при параметрах $C = 1$, $T = 665$, $\alpha = 0.2$, $\nu_0/\nu = 0.6$ (точка 1 рис. 2): а) зависимость максимального значения функции тока в ячейке от времени; б) поведение координаты максимума функции тока на характеристической плоскости.

Зеркальная симметрия конвективных валов режима МЕС совпадает с таковой в режиме стационарной электроконвекции [6]. На распределениях плотности заряда и температуры можно видеть, как конвективные течения вносят слабозаряженную холодную жидкость вверх к нагретому инжектирующему заряд катоду (рис. 4).

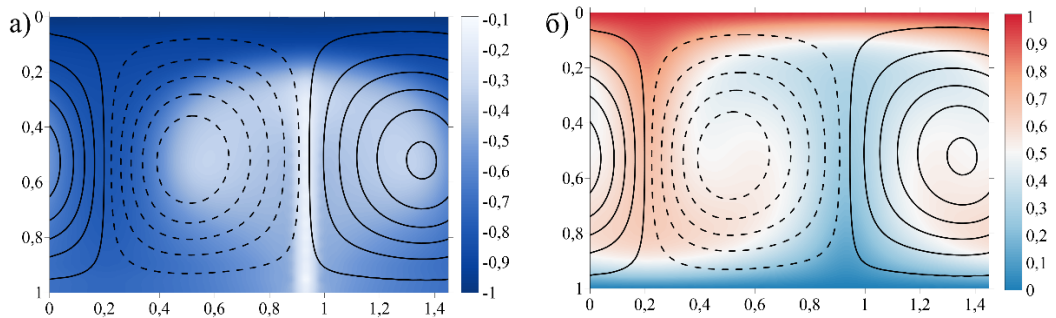


Рисунок 4. Распределения плотности заряда (а) и температуры (б) в режиме модулированной электроконвекции МЕС; $C = 1$, $T = 665$, $\alpha = 0.2$, $\nu_0/\nu = 0.6$ (точка 1 рис. 2). Сплошные линии соответствуют изолиниям функции тока закрученного по часовой стрелке конвективного вала, штриховые – закрученного против часовой стрелки.

Для соотношения частот, лежащего вне диапазона $\nu_0/\nu \in [0.45; 1.3]$ (рис. 2), большие амплитуды модуляции приводят к подавлению конвективного движения жидкости, вследствие чего с течением времени жидкость возвращается к состоянию механического равновесия (рис. 5).

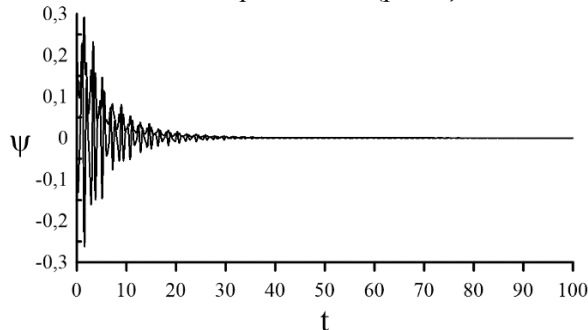


Рисунок 5. Переход в состояние покоя жидкости. Зависимость от времени функции тока в фиксированной точке; $C = 1$, $T = 665$, $\alpha = 0.4$, $\nu_0/\nu = 1.6$ (точка 2 рис. 2).

При умеренной инжекции обнаружен еще один устойчивый режим электроконвекции (красные области рис. 3), который отсутствовал при слабой инжекции ($C = 0.224$, [6]). Вблизи соотношений частот $\nu_0/\nu = 1/2, 1, 3/2$ имеются области параметрического воздействия, приводящие к стабилизации режима модулированных стоячих волн (MSW – modulated standing wave) (рис. 6).

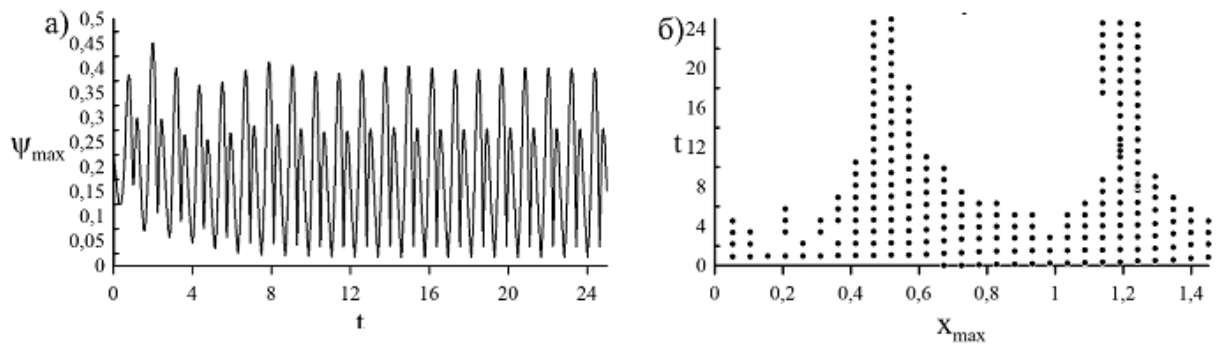


Рисунок 6. Переход к режиму модулированных стоячих волн MSW от режима бегущих волн; $C = 1$, $T = 665$, $\alpha = 0.3$, $v_0/v = 1$ (точка 3 рис. 2): а) зависимость максимального значения функции тока в ячейке от времени; б) поведение горизонтальной координаты максимума функции тока на характеристической плоскости.

В ходе переходного процесса движение конвективной структуры вдоль горизонтального направления прекращается, и конвективная структура начинает колебаться в форме модулированной стоячей волны: в ячейке присутствуют два конвективных вала, закрученных в противоположные стороны, которые периодически меняются местами в момент максимального уменьшения интенсивности конвекции (рис. 6). Как можно заметить по эволюции положения одного из конвективных валов на характеристической плоскости, перестановка валов сопровождается их небольшим движением вблизи положения равновесия (рис. 6, б). Рассмотрим более подробно один период колебаний системы в данном режиме (рис. 7).

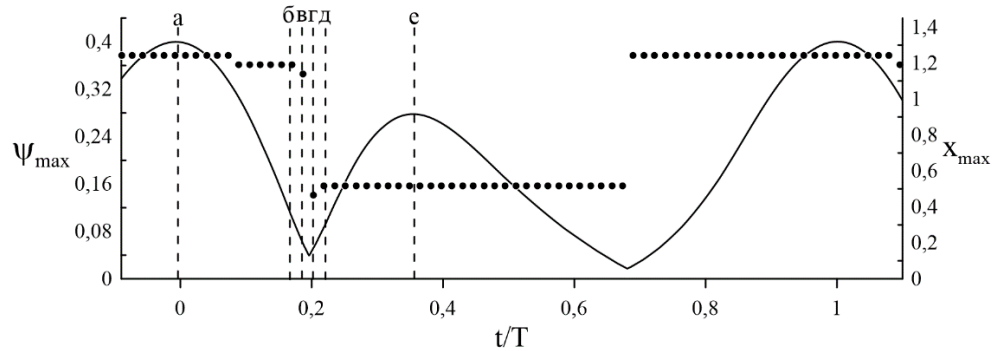


Рисунок 7. Колебания максимального значения функции тока (сплошная линия, левая ось) и зависимость горизонтальной координаты максимума функции тока в ячейке (точки, правая ось) в режиме модулированных стоячих волн при значениях параметров $C = 1$, $T = 665$, $\alpha = 0.3$, $v_0/v = 1$ (точка 3 рис. 2).

Как следует из графика, колебания максимальной по ячейке функции тока в данном режиме не являются гармоническими во времени. На один период колебаний приходится два локальных максимума ($\psi_{max1} = 0.4$, $\psi_{max2} = 0.28$, разница 30%) и два локальных минимума. Наибольшей интенсивности конвекции соответствует положение закрученного по часовой конвективного вала в правой части ячейки (момент времени (а) рис. 7 и распределение (а) рис. 8), второму максимуму – в левой (момент времени (е) рис. 7 и соответствующее распределение рис. 8) – структура течения в эти моменты времени сдвинута на половину длины ячейки.

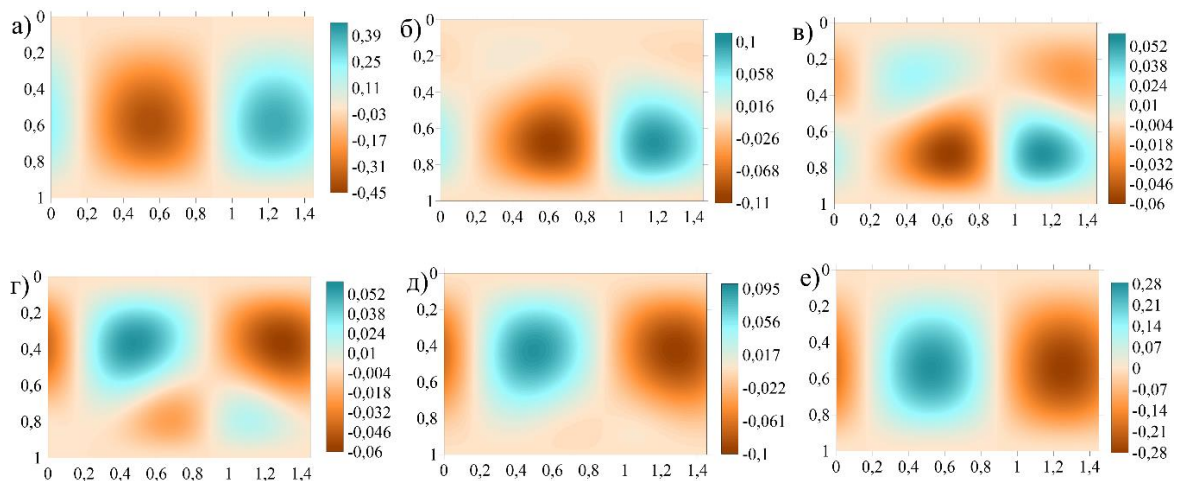


Рисунок 8. Распределения функции тока в ячейке при значениях параметров $C = 1$, $T = 665$, $\alpha = 0.3$, $v_0/v = 1$, распределения соответствует одноименным моментам времени рис. 7 (точка 3 рис. 2).

Вместе с тем, смена мест положения конвективных валов вблизи минимума функции тока происходит при заметной деформации валов, в эти моменты в ячейке присутствуют одновременно четыре конвективных вала (моменты времени (б – д) рис. 7 и соответствующее распределения рис. 8). При возвращении течения к исходному состоянию этот эффект выражен слабее. Также заметим, что первая часть цикла стоячей волны занимает примерно 38% от периода колебаний, а завершающая – остальное время периода.

В заключение отметим, что полученные результаты демонстрируют интересную возможность управления конвекцией слабопроводящей жидкости за счет модуляции внешнего электрического поля: при частоте модуляции поля, близкой к собственной частоте системы, и амплитуде модуляции порядка 30% от разности потенциалов на обкладках, небольшое изменение частоты воздействия может переключить систему от состояния механического равновесия к режиму высокоинтенсивной модулированной электроконвекции и наоборот.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-21-00344, <https://rscf.ru/project/23-21-00344/>.

ЛИТЕРАТУРА.

1. Л. Д. Ландау, Е. М. Лившиц. Теоретическая физика. Т. VI. Гидродинамика, М.: Наука, 1986, 736 .
2. Г. З. Гершуни, Е. М. Жуховицкий. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости, М.: Наука, 1972, 392.
3. J. C. Lacroix, P. Atten, E. J. Hopfinger. Electro-convection in a dielectric liquid layer subjected to unipolar injection. *Journal of Fluid Mechanics*, 1975, 69, 539–563.
4. А. Н. Верещага. Численные исследования электроконвекции в слабопроводящих жидкостях с различными физическими свойствами. Диссертация на соискание ученой степени к. ф.-м. н., Пермь, 1990, 125.
5. О.О. Некрасов, Б.Л. Смородин. Электроконвекция слабопроводящей жидкости при униполярной инжекции и нагреве сверху. *Вычислительная механика сплошных сред*, 2022, т. 15, № 3. с. 316–332.
6. O. Nekrasov, B. Smorodin. Electro-thermo-convection of a dielectric liquid in the external DC and AC electric fields. *Mathematics*, 2023, 11(5), 1188.
7. В.А. Ильин, Б.Л. Смородин. Периодические и хаотические режимы электроконвекции жидкого диэлектрика в горизонтальном конденсаторе. *Письма в Журнал технической физики*, 2005, т. 31, № 10, с. 57–63.
8. B.L. Smorodin, B.I. Myznikova, I.O Keller. On the Soret-driven thermosolutal convection in a vibrational field of arbitrary frequency. *Lecture Notes in Physics*, 2002, 584, 372–388.
9. А. Н.Мордвинов, Б. Л. Смородин. Электроконвекция при инжекции с катода и нагреве сверху. *Журнал экспериментальной и теоретической физики*, 2012, т. 141, № 5. с. 997–1005.
10. М. К. Болога, Ф. П. Гросу, И. А. Кожухарь. Электроконвекция и теплообмен. Кишинева: Штиинца, 1977, 320.
11. P. Traoré, A. T. Pérez, D. Koulova, H. Romat, Numerical modelling of finite-amplitude electro-thermo-convection in a dielectric liquid layer subjected to both unipolar injection and temperature gradient. *Journal of Fluid Mechanics*, 2010, 658, 279–293.
12. A. T Pérez, A. Castellanos. Role of charge diffusion in finite-amplitude electroconvection, *Phys. Rev. A*, 1989, 40, № 10, 5844–5855.

ВТОРИЧНЫЕ ТЕЧЕНИЯ, ГЕНЕРИРУЕМЫЕ ТУРБУЛЕНТНОСТЬЮ

Н.В. Никитин
НИИ механики МГУ, Москва
e-mail: nvnikitin@mail.ru

В работе сформулирован механизм, позволяющий объяснять, а в ряде случаев и предсказывать форму вторичных течений Прандтля второго рода, возникающих в турбулентных течениях в прямых трубах некруглого сечения с гладкими стенками [1-3]. Вторичные течения согласованы с распределением среднего давления по периметру поперечного сечения. На участке границы между соседними точками локального максимума и минимума давления частицы жидкости должны двигаться вдоль границы по направлению от большего давления к меньшему, поскольку напряжения Рейнольдса на твёрдой стенке отсутствуют, и сила давления может быть уравновешена только силой вязкого трения, действующей навстречу движению. В ряде случаев, расположение локальных экстремумов давления по периметру сечения трубы может быть установлено на основе анализа кривизны границы. Пульсационное движение по искривлённой траектории вдоль границы вызывает изменение давления на стенке тем большее, чем больше кривизна границы. На вогнутых участках границы возникает повышение давления, а на выпуклых, наоборот, возникает разряжение. Действенность предложенного принципа продемонстрирована на ряде известных из литературы примерах: течения в трубе квадратного сечения [4], в трубе эллиптического сечения [5], в трубах с сечением в виде кругового сектора с углами при вершине большими и меньшими 180 градусов, в прямоугольных трубах с закруглёнными углами [6], в эксцентрической кольцевой трубе [7]. В большинстве случаев примерную картину вторичных течений удаётся предсказать априори, пользуясь лишь соображениями симметрии и анализом кривизны границы поперечного сечения.

Условия сформулированного механизма нарушаются вблизи свободных границ, где кроме градиента давления на частицы жидкости действуют также касательные напряжения и результат их конкуренции заранее неизвестен. В работе приводятся результаты прямого численного моделирования турбулентных течений в прямоугольных каналах, содержащих свободные границы, демонстрирующие и объясняющие особенности вторичных течений в этих случаях.

Результаты данной работы дают рациональную основу для понимания причин формирования и предсказания формы вторичных течений Прандтля второго рода, возникающих в прямых трубах некруглого сечения.

ЛИТЕРАТУРА.

- 6.N. Nikitin. Turbulent secondary flows in channels with no-slip and shear-free boundaries // J. Fluid Mech. 2021. V. 917. A24.
- 7.Н.В. Никитин, Н.В. Попеленская, А.Stroh. Вторичные течения Прандтля 2-го рода. Проблемы описания, предсказания, моделирования // Изв. РАН, МЖГ. 2021. №4. С. 1–27.
- 8.N. Nikitin, B. Krasnopolsky. Turbulent flows along a streamwise external corner // J. Fluid Mech. 2022. V. 940. A16
- 9.Н.В. Никитин, В.О. Пиманов, Н.В. Попеленская. К вопросу об образовании вторичных течений Прандтля 2-ого рода // ДАН. 2019. Т. 484. № 4. С. 1–5.
- 10.N. Nikitin, A. Yakhot. Direct numerical simulation of turbulent flow in elliptical ducts // J. Fluid Mech. 2005. V. 532. P. 141–164.
- 11.A. Vidal, R. Vinuesa, P. Schlatter, H.M. Nagib. Turbulent rectangular ducts with minimum secondary flow // Int. J. Heat Fluid Flow. 2018. V. 72. P. 317–328.
- 12.N. Nikitin, H. Wang, S. Chernyshenko. Turbulent flow and heat transfer in eccentric annulus // J. Fluid Mech. 2009. V. 638. P. 95–116.

О РАЗВИТИИ ЛАГРАНЖЕВЫХ ПОДХОДОВ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПУЛЬСИРУЮЩИХ, ВИХРЕВЫХ И ТУРБУЛЕНТНЫХ ГАЗОДИСПЕРСНЫХ ПОТОКОВ

А.Н. Осипцов
НИИ механики МГУ, Москва

Представлен обзор ряда работ, посвященных численному моделированию вихревых и турбулентных газодисперсных течений на основе как полностью лагранжевых, так и смешанных лагранжево-эйлеровых подходов для описания несущей и дисперсной фаз. В основном, приведены результаты, полученные в лаборатории механики многофазных сред НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова в последние годы.

В первой части даны основы кинетической и континуальной модели среды несталкивающихся частиц («среды без давления»), используемой при описании разреженных газодисперсных течений. Обсуждаются сложности использования континуальной модели «среды без давления», связанные с возникновением зон пересекающихся траекторий частиц, каустик и локальных зон накопления дисперсной фазы. Изложены основы «полного лагранжева подхода» для расчета концентрации дисперсной фазы из решения уравнения неразрывности среды частиц в лагранжевых координатах [1].

Во второй части излагаются основные идеи полностью лагранжевого подхода к описанию вихревых газодисперсных течений, основанного на комбинации метода вязких вихревых доменов/дискретных вихрей для несущей фазы и полного лагранжева подхода для дисперсной фазы. Указанный комбинированный метод сводит проблему расчета плоских и осесимметричных двухфазных вихревых течений к системе обыкновенных дифференциальных уравнений высокого порядка и позволяет проводить бессеточное моделирование широкого класса течений. На примерах задач о впрыске двухфазной струи в полупространство и взаимодействии конечного числа вихревых колец в газодисперсной среде продемонстрированы преимущества развиваемого подхода [2-4]. Эти преимущества связаны с возможностью аккуратного расчета концентрации дисперсной фазы в зонах пересекающихся траекторий капель и отсутствием необходимости пересчета параметров с лагранжевой на эйлерову сетку, являющегося серьезным недостатком стандартных эйлерово-лагранжевых подходов.

В третьей части лекции излагается развитие полного лагранжева подхода для расчета полей концентрации инерционных частиц в пульсирующих, нестационарных и турбулентных полях в случае, когда осредненное поле скоростей несущей фазы рассчитывается с использованием подходов LES или RANS. Рассматривается диапазон параметров инерционности частиц, когда движение дисперсной фазы в осредненном поле течения по-прежнему можно описывать уравнениями «среды без давления», но в уравнении неразрывности среды частиц, записанном в лагранжевой форме, следует учитывать дополнительный перенос массы, вызванный подсчетными флуктуациями скорости несущей фазы. Этот дополнительный перенос массы частиц описывается в диффузионном приближении. В отличие от стандартных эйлерово-эйлеровых подходов, развиваемый подход позволяет рассматривать ситуации, в которых в осредненном движении дисперсной фазы возникают «складки» и каустики. Приведены примеры расчетов формирования зон накопления частиц в пульсирующем одномерном течении газа в вертикальной трубе. Для нескольких значений определяющих параметров даны примеры расчетов поля концентрации инерционных частиц в кубической области, заполненной однородно турбулентной несущей фазой [5].

Работа выполнена по открытому плану НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова.

ЛИТЕРАТУРА.

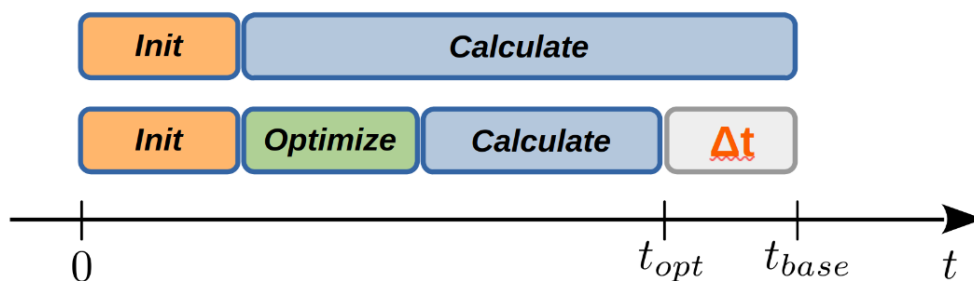
1. А.Н. Осипцов. Развитие полного лагранжева подхода для моделирования течений разреженных дисперсных сред (Обзор), Изв. РАН. Механика жидкости и газа, 2024. №1.
2. N.A. [Lebedeva](#), A.N. [Osipov](#), S.S. [Sazhin](#). [A combined fully Lagrangian approach to mesh-free modelling of transient two-phase flows](#), *Atomization and Sprays*, 2013, V. 23(1), 47-69.
3. O. [Rybdylova](#), A.N. [Osipov](#), S.S. [Sazhin](#), S. [Begg](#), M. [Heikal](#). [A fully meshless method for "gas-evaporating droplet" flow modelling](#), *PAMM · Proc. Appl. Math. Mech.*, 2015, V. 15(1), 685-686.
4. O. [Rybdylova](#), A.N. [Osipov](#), S.S. [Sazhin](#), S. [Begg](#), M. [Heikal](#). [A combined viscous-vortex, thermal-blob and Lagrangian method for non-isothermal, two-phase flow modelling](#), *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 2016, V. 58, 93-102.
5. Н.А. [Лебедева](#), А.Н. [Осипов](#). [Комбинированный лагранжев метод для моделирования осесимметричных газодисперсных течений](#), Изв. РАН. Механика жидкости и газа, 2016, № 5, 72-85.
6. A. Papoutsakis, O.D. Rybdylova, T.S. Zaripov, L. Danaila, A.N. Osipov, S.S. Sazhin. Modelling of the evolution of a droplet cloud in a turbulent flow, *Int. J. Multiphase Flow*, 2018, V. 104, 233-257.

ОПТИМИЗАЦИЯ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ: ГИБРИДНЫЙ ПОДХОД

А.А. Петрушов, Б.И. Краснопольский
Научно-исследовательский институт механики МГУ, Москва

Для множества задач вычислительной гидродинамики возникает необходимость решения дифференциальных уравнений эллиптического типа. После дискретизации на расчетной сетке задача сводится к решению систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Численные методы, широко используемые для моделирования несжимаемых турбулентных течений, предполагают решение последовательности СЛАУ с постоянной матрицей и меняющейся правой частью. Важным на практике вопросом является выбор параметров конфигурации методов решения системы уравнений. Многие из этих параметров могут оказать ощутимое влияние на время решения СЛАУ.

В настоящей работе рассматривается проблема автоматизации процедуры поиска наиболее подходящих параметров для заданной конфигурации численных методов решения СЛАУ. Предложен алгоритм оптимизации, представляющий собой гибридную эволюционную стратегию [1,2]. Особенностью алгоритма является применение модели полносвязной нейронной сети, которая выступает в роли источника априорной информации о влиянии отдельных параметров на время решения системы уравнений. Модель обучается на объемной выборке, полученной путем прямого решения системы уравнений с различными комбинациями параметров. Предлагаемое сочетание двух подходов к оптимизации позволяет совместить адаптивные свойства эволюционной стратегии с априорными знаниями, реализуемыми нейронной сетью.



На рисунке представлена общая схема применения алгоритма для ускорения гидродинамических расчетов. Предполагается этап оптимизации параметров для одной правой части СЛАУ (например, соответствующей начальному моменту времени) и последующий расчет течения с найденной комбинацией параметров. Проведенные тесты демонстрируют потенциал предложенного алгоритма, позволяющего существенно уменьшить время решения целевой СЛАУ, выполнив при этом в процессе оптимизации порядка 100 тестовых решений.

На примере трех задач моделирования турбулентных течений (течение в плоском канале, течение в трубе квадратного сечения, течение в канале с препятствиями) показана возможность ускорения расчетов до 1.8 раза, с учетом временных затрат на оптимизацию. Показана возможность эффективного переиспользования предобученной нейронной сети для оптимизации СЛАУ на различных вычислительных платформах, что обеспечивает высокую степень переносимости алгоритма. Эффективность работы алгоритма исследована для разных наборов параметров, сделаны выводы о значимости различных параметров использованных численных методов по степени их влияния на скорость решения системы.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 18-71-10075.

ЛИТЕРАТУРА.

1. A. Petrushov, B. Krasnopolsky. Automated tuning for the parameters of linear solvers. Journal of Computational Physics 494 (2023), <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2023.112533>
2. A. Petrushov, B. Krasnopolsky. Tuning Soft Mutations of the Evolution Algorithm for Optimizing the Linear Solver Parameters. Lobachevskii Journal of Mathematics 44, 3148–3159 (2023). <https://doi.org/10.1134/S1995080223080450>

ИДЕНТИФИКАЦИЯ МЕХАНИЗМА НАКЛОННОГО ПЕРЕХОДА В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ НА ПЛОСКОЙ ПЛАСТИНЕ

М.В. Питеримова, А.Д. Косинов

Институт теоретической и прикладной механики
им. С.А. Христиановича СО РАН, Новосибирск

Экспериментальное исследование механизмов взаимодействия возмущений в пограничных слоях представляет собой важную задачу для теоретического описания волновых процессов ламинарно-турбулентного перехода (ЛТП) [1, 2]. При моделировании ЛТП используются два актуальных метода: прямое численное моделирование и проведение расчетов с использованием волнового подхода теории гидродинамической устойчивости. Для сравнения с численными результатами необходимо получение экспериментальных данных, которое возможно благодаря введению в сверхзвуковой пограничный слой контролируемых возмущений [3]. В настоящей работе представлены результаты идентификации механизма наклонного перехода в сверхзвуковом пограничном слое на плоской пластине, течение в котором искажено продольным возмущением, порожденным на острой передней кромке парой слабых ударных волн. Данная работа является продолжением цикла исследований, начатых в [4].

В экспериментах продольное стационарное возмущение порождалось парой падающих слабых ударных волн. Введение в поток контролируемых возмущений осуществлялось локально с поверхности модели при помощи высокочастотного тлеющего разряда, расположенным внутри модели. Анализ развития контролируемых возмущений проводился на основе результатов линейной теории гидродинамической устойчивости.

В результате работы выполнена оценка волновых характеристик возмущений с использованием экспериментально полученных фазовых спектров по поперечному волновому числу β (результаты приведены в таблице 1).

Таблица 1.

n	f , кГц	β , рад/мм	α_r , рад/мм	χ , °
1	20	0,7	0,48	56
2	20	1,7	0,4	77
3	0	-1	0,06	-86

Выявлены типичные резонансные триплеты волн. На рисунке 1 представлены амплитудные спектры по β волнового поезда для основной волны ($f = 20$ кГц) в различных сечениях по продольной координате x , а на рисунке 2 – волновые спектры стационарного возмущения и основной гармонике при $x = 100$ мм. Для построения триплетта (рисунок 3) использовались данные из таблицы 1, стрелками на рисунке 2 указаны задействованные пики.

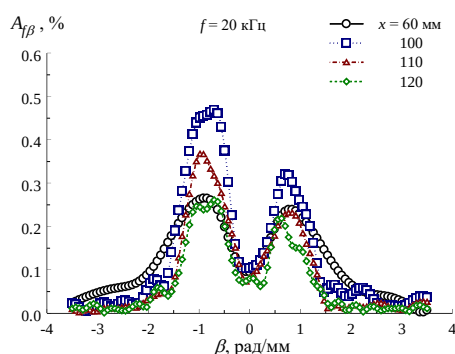


Рис. 1. Волновые спектры основной гармоники вниз по потоку.

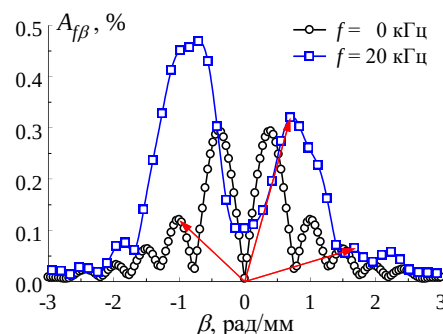


Рис. 2. Волновые спектры стационарного возмущения и основной гармонике при $x = 100$ мм.

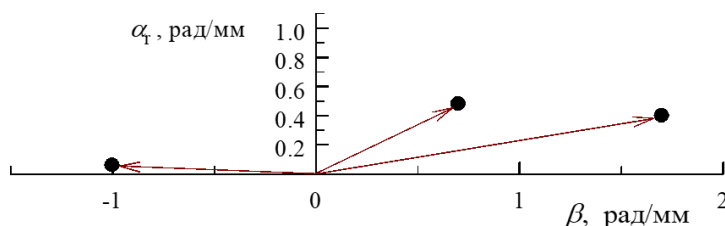


Рис. 3. Предполагаемый триплет для взаимодействия основной волны и стационарного возмущения

Полученные результаты позволили зафиксировать механизм наклонного перехода в волновом поезде в условиях неоднородности течения и предложить условия выполнения резонанса, которые приводятся в таблице. В соответствии с ней предлагается оценка волнового числа для стационарного возмущения по величине координаты x , в которой выполнены измерения.

В докладе будут представлены полные результаты экспериментов по эволюции волнового поезда в неоднородном пограничном слое при числе Маха 2 и проведено их сравнение.

Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда № 22-19-00666, <https://rscf.ru/project/22-19-00666/>. Эксперименты проведены с использованием оборудования ЦКП «Механика» (ИТПМ СО РАН).

ЛИТЕРАТУРА

1. А.В. Бойко, Г.Р. Грек, А.В. Довгаль, В.В. Козлов. Возникновение турбулентности в пристенных течениях. Новосибирск: Наука, 1999, 327 с.
2. В.Н. Жигулев, А.М. Тумин. Возникновение турбулентности. Динамическая теория возбуждения и развития неустойчивостей в пограничных слоях. Новосибирск: Наука, 1987, 282 с.
3. C.S.J. Mayer, S. Wernz and H.F. Fasel. Numerical investigation of the nonlinear transition regime in a Mach 2 boundary layer. *J. Fluid Mech.*, 2011, 668, p. 113–149.
4. А.Д. Косинов, М.В. Питеримова, А.В. Шмакова, Н.В. Семенов, Ю.Г. Ермолаев. Экспериментальное исследование эволюции контролируемых возмущений в продольном вихре, порожденном в пограничном слое плоской пластины при числе Маха 2. *Прикладная механика и техническая физика*, 2023, т.64, №4, с. 118-129.

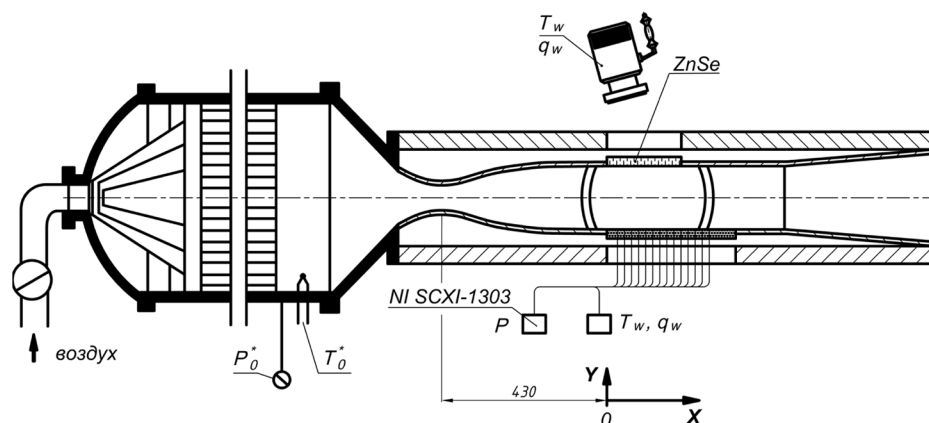
СРАВНИТЕЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕПЛОВОГО ПОТОКА В СТЕНКУ, ОБТЕКАЕМУЮ ПОТОКОМ СЖИМАЕМОГО ГАЗА

С.С. Попович, А.Г. Здитовец, Ю.А. Виноградов, П.В. Козлов
НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Тело, движущееся с высокой скоростью, испытывает на себе эффект аэродинамического нагрева пропорциональный скорости движения. В то же время при течении газового потока в канале, например, аэродинамической трубы, часть внутренней энергии потока преобразуется в кинетическую энергию. В результате термодинамическая температура потока значительно снижается. При этом теплоизолированные стенки канала принимают равновесную температуру стенки – адиабатную температуру, близкую к начальной температуре торможения потока.

В области сверхзвуковых внутренних течений в каналах актуальным представляется учёт при определении теплового потока и коэффициента теплоотдачи локальных изменений определяющей температуры – равновесной (адиабатной) температуры стенки. Как показано в ряде работ [1, 2], погрешность в определении коэффициента теплоотдачи, рассчитанного без учета локальных изменений равновесной температуры стенки, может составлять до 50%. В центре Лэнгли NASA, подводя итоги проведенных за последние 50 лет исследований в области высокоскоростного аэродинамического нагрева [3], отмечают, что дальнейшее повышение точности определения закономерностей теплоотдачи при обтекании сверхзвуковым потоком поверхностей сложной формы требует тщательного исследования локальных значений равновесной температуры стенки.

В рамках данной работы проведена отработка методики определения теплового потока в стенку при обтекании пластины сверхзвуковым потоком газа на аэродинамической установке AP-2 непрерывного действия (см. рисунок). Тепловой поток определялся двумя методами: аналитическим и экспериментальным. Аналитический метод заключался в решении обратной задачи теплопроводности по измеренному темпу охлаждения стенки и теплофизическим свойствам материала модели [4, 5]. Экспериментальный метод измерения теплового потока заключался в прямом измерении датчиком теплового потока [6-9]. При отсутствии дополнительного нагрева стенки температурный напор (разность температуры стенки и адиабатной температуры) составлял до 10 градусов. Диапазон изменения теплового потока составлял от 300 до 700 Вт/м² (без подогрева стенки), с подогревом увеличивался до около 2 кВт/м² (что можно было определить по темпу охлаждения стенки, измеренному термопарами или тепловизором). При дополнительном нагреве стенки генерируемый тепловой поток уже превышал диапазон измерения термопарным датчиком теплового потока – около 1 кВт/м².



Работа выполняется при поддержке гранта РНФ №23-19-00096.

ЛИТЕРАТУРА.

13. А.И. Леонтьев, В.Г. Лущик, М.С. Макарова, С.С. Попович. Коэффициент восстановления температуры в сжимаемом турбулентном пограничном слое. Теплофизика высоких температур, 2022, т.60, №3, с.455-480.
14. Аэродинамика ракет: в 2-х кн. Кн. 2. Под ред. М. Хемша, Дж. Нилсена. М.: Мир, 1989, 512 с.
15. R.D. Neumann, D.C. Freeman. Experimental Measurement of Aerodynamic Heating About Complex Shapes at Supersonic Mach Numbers. Journal of Spacecraft and Rockets, 2012, 49 (6), 1080-1087.
16. О.М. Алифанов, Е.А. Артюхин, А.В. Ненарокомов. Идентификация математических моделей сложного теплообмена. М.: МАИ, 1999, 268 с.
17. S.S. Popovich. Aerodynamic cooling of the wall in the trace of a supersonic flow behind a backward-facing ledge. Fluid Dynamics, 2022, 57(1), 57–64.
18. Ю.В. Добров, В.А. Лашков, И.Ч. Машек, А.В. Митяков, В.Ю. Митяков, С.З. Сапожников, Р.С. Хоронжук. Измерение существенно нестационарных тепловых потоков градиентным датчиком на основе

висмута. Журнал технической физики, 2021, т. 91, №2, с.240-246.

19.П.А. Попов, В.А. Сахаров, Т.А. Лапушкина, С.А. Поняев, Н.А. Монахов. Измерение тепловых потоков датчиками на анизотропных термоэлементах в газодинамическом эксперименте на ударных трубах. Физико-химическая кинетика в газовой динамике, 2021, т.22, №3, 11 с.

20.Л.Б. Рулева, С.И. Солодовников. Измерение тепловых потоков в аэродинамической ударной трубе с помощью калориметрических датчиков. Физико-химическая кинетика в газовой динамике, 2022, т.23, №3, 13 с.

21.М.А. Котов, П.В. Козлов, В.Ю. Левашов, Г.Я. Герасимов, Н.Г. Соловьев, А.Н. Шемякин, М.Ю. Якимов, В.Н. Глебов, Г.А. Дуброва, А.М. Малютин. Регистрация радиационного теплового потока в ударной трубе с помощью термоэлектрического детектора. Письма в Журнал технической физики, 2023, т.49, №17, с.36-38.

ИССЛЕДОВАНИЕ АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНЫХ РЕЖИМОВ ТЕЧЕНИЯ В ГЕНЕРАТОРЕ ИМПУЛЬСНЫХ СТРУЙ

Прокофьев В.В., Очеретяный С.А., Филатов Е.В., Топейцев Г.В.
Институт механики МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва

Исследуются различные режимы течения в гидравлической системе, содержащей вентилируемую каверну, с отрицательным числом кавитации в широком диапазоне поддува газа. При сравнительно небольших величинах поддува, унос газа связан со структурами, развивающимися на неустойчивой границе каверны. При увеличении поддува наблюдается возникновение различных низкочастотных кавитационных автоколебательных режимов со значительными пульсациями давления, как в каверне, так и во всей гидравлической системе. Показана возможность использования режима автоколебаний для создания генератора периодических импульсных струй.

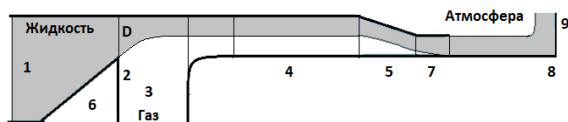


Рис. 1.

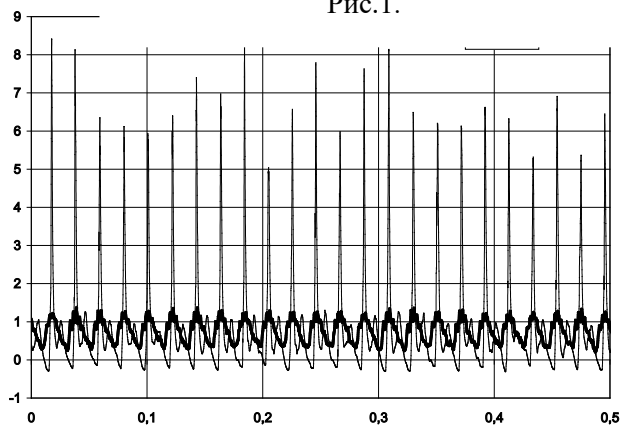


Рис. 2

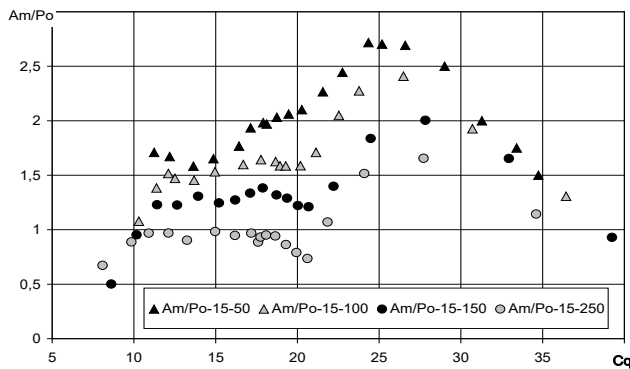


Рис. 3

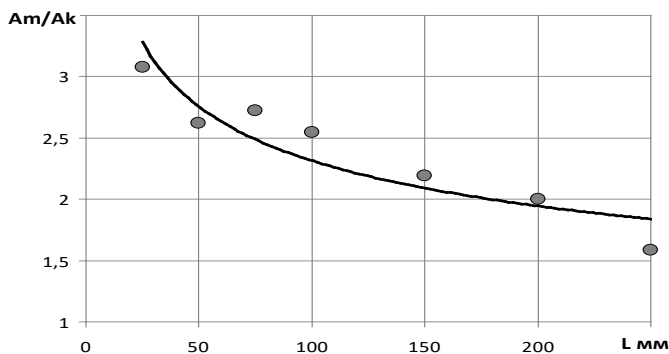


Рис. 4

На рис. 1 показана схема плоской струйной установки: струя истекает из форкамеры (1) через зазор $D = 10$ мм, за перегородкой (кавитатором (2)) образуется вентилируемая газовая полость (3). Выходное сопло состоит из округлого входа,

центральной вставки (4) шириной 10 мм и линейно сужающейся части (5) с выходным сечением $H_c = 6$ мм. Перед кавитатором может стоять конфузор (6), на выходе из сопла коллиматор – насадок постоянного сечения (7). Проводилась запись осциллограмм пульсаций давления в форкамере (величина P_0 – осредненное избыточное давление в форкамере), каверне и в угловой точке (8), где происходит ударное взаимодействие струи с плоской стенкой – экраном (9). Расстояние между ограничивающими плоское течение прозрачными боковыми пластинами 9 мм.

На рис. 2 приведены осциллограммы пульсаций давления в каверне (жирная линия) и на экране в точке 8) при $P_0 = 0.15$ МПа, коэффициенте поддува газа (отношение объемного расхода поддуваемого в каверну воздуха к расходу воды) $C_q = 6$, $D = 25$ мм.

Подобно плоской установке (рис. 1) построена осесимметричная струйная установка – размеры соответствуют плоской модели, жидкость втекает через шайбу с диаметром отверстия 10 мм, диаметр средней части сопла также 10 мм, жидкость вытекает из сопла с диаметром выхода 6 мм. Кроме того, изменена топология течения – струя истекает из шайбы вдоль оси симметрии (в плоской установке полагалось, что на оси симметрии находится каверна).

На рис. 3 показана зависимость средней амплитуды ударного воздействия на экран отнесенной к P_0 от коэффициента поддува воздуха при $P_0 = 0.15$ МПа для расстояний от среза сопла 50, 100, 150, 250 мм. Автоколебания здесь начинаются при C_q несколько меньших 10, при C_q больших 20 начинается переход в режим автоколебаний с выбросами газа вперед за кавитатор. Границы режимов хорошо согласуются с плоским случаем.

На рис. 4 показана зависимость отношения пульсаций давления на экране A_m и в каверне A_k от расстояния до мишени при $P_0 = 0.17$ МПа и $C_q = 26$, кривая на рис. 4 аппроксимация степной функцией (показатель близок к 0.25).

Исследования механизма уноса газа из вентилируемой каверны с отрицательным числом кавитации показали, что унос газа в некоторой докритической области поддувов определяется волновыми структурами, связанными с неустойчивостью типа Рэлея-Тейлора границы каверны. При дальнейшем увеличении поддува каверна становится незамкнутой, что сопровождается возрастанием расхода газа. В этой области поддувов наблюдается возникновение различных кавитационных автоколебательных режимов, которые зависят не только от локальных параметров течения, но и от характеристик всей гидравлической магистрали. Показана возможность использования режима автоколебаний для создания генератора периодических импульсных струй. В отличие от известных импульсных установок, периодический режим прерывистого истечения жидкости реализуется здесь при постоянных параметрах, подаваемых в систему генератора на эффективность его работы. Построена осесимметричная установка, аналогичная плоской модели, но с измененной топологией течения – струя жидкости истекает из шайбы (кавитатора) вдоль оси симметрии. Получены зависимости интенсивности воздействия пульсирующих струй на диск - мишень от поддува воздуха и от расстояния до обрабатываемой мишени.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЙ НАНОЖИДКОСТЕЙ. ОСОБЕННОСТИ И ПОДВОДНЫЕ КАМНИ

В.Я. Рудяк

Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет,
Институт теплофизики СО РАН, Новосибирск

Необычные свойства наножидкостей успешно изучаются более двадцати пяти лет. Они уже активно применяются или планируется их использование в различных биомедицинских, косметологических или теплофизических технологиях, при создании новых материалов, в трибологии, в фармакологии и т.д. [1–7]. Не удивительно поэтому, что экспериментальному изучению наножидкостей и их течений посвящено уже тысячи статей. Выяснилось, что наножидкости являются нестандартными дисперсными флюидами, их теплофизические свойства не описываются классическими теориями (Максвелла, Эйнштейна и т.д.). Естественно, что параллельно с экспериментальным изучением течений наножидкостей появилось огромное число публикаций, посвященных их моделированию. К сожалению, следует признать, что большая часть этих публикаций спекулятивны. Связано это с тем, что наножидкости все еще пытаются описывать как обычные крупнодисперсные флюиды, а их течения – как течения обычных суспензий. Сегодня уже ясно, что делать этого нельзя. Цель данного доклада состоит в том, чтобы вскрыть проблемы, возникающие при моделировании наножидкостей, и показать, как и какими методами следует его реализовывать.

Наножидкости в зависимости от фазового состояния базового флюида подразделяются на наногазовзвеси и наносуспензии [8, 9]. В данном докладе мы ограничимся анализом моделирования лишь течений наносуспензий, что для слушателей этой конференции представляет наибольший интерес. Объемные концентрации наночастиц в наножидкостях обычно не превышают 8–10%. Наночастица в метрике несущей жидкости является материальной точкой. Поэтому макроскопические течения наножидкостей и их микротечения в каналах с характерными размерами порядка сотен микрометров можно моделировать, используя обычные макроскопические уравнения переноса. Как правило, можно использовать одножидкостное приближение с эффективными коэффициентами переноса. Однако эти коэффициенты переноса являются функциями не только концентрации частиц, но также их размера и материала [10–12]. По этой причине при моделировании следует проявлять известную осторожность. Это, в частности, относится к стандартному использованию параметров подобия. Уравнения переноса обычно обезрамериваются и затем задача сводится к получению соответствующих решений при заданных значениях параметров подобия. Будет показано, что при этом получаются данные, которые нельзя физически разумно проинтерпретировать. Грубо говоря, каждая точка на полученных в результате моделирования зависимостях будет соответствовать разным наножидкостям. Чтобы показать это, в докладе будет последовательно обсуждаться:

- Определение наножидкостей и их теплофизические свойства.
- Реология наножидкостей.
- Одножидкостное описание течений наножидкостей.
- Параметры подобия для наножидкостей.
- Роль диффузии и термодиффузии наночастиц в течения наножидкостей.
- Течения наножидкостей в микромиксерах.
- Ламинарно-турбулентный переход в течениях наножидкостей.

Работа выполнена при частичном финансировании РФФИ (проект № 20-19-00043).

ЛИТЕРАТУРА.

1. S.M.S. Murshed, C.A.N. de Castro. Nanofluids: synthesis, properties and applications. New York: NOVA Science Publishers; 2014.
2. J. Li, X. Zhang, B. Xu, V. Yuan. Nanofluid research and applications: A review. Int. Communications in Heat and Mass Transfer. 2021. V. 127. P. 105543.
3. S.B. Yaqoob, R. Adnan, R.M. Rameez Khan, M. Rashid. Gold, silver, and palladium nanoparticles: A chemical tool for biomedical applications. Front Chem. 2020. V. 8. P. 376–392.
4. F. Rubbi, et al. A comprehensive review on advances of oil-based nanofluids for concentrating solar thermal collector application. J. Mol. Liq. 2021. V. 338. P. 116771.
5. S.H. Hajiabadi, et al. An overview on the significance of carbon-based nanomaterials in upstream oil and gas industry. J. Petrol. Sci. & Eng. 2020. V. 186, P. 106783.
6. J. Zhao, et al. Nanolubricant additives: A review. Friction. 2021. V. 9. No. 5. P. 891–917.
7. A.H. Pordanjani, et al. An updated review on application of nanofluids in heat exchangers for saving energy. Energy Convers. Manag. 2019. V. 198. P. 111886.
8. V. Rudyak. Diffusion of Nanoparticles in Gases and Liquids / in: Handbook of Nanoparticles. 2016. P. 1193–1218.
9. В.Я. Рудяк, А.В. Минаков. Современные проблемы микро- и нанофлюидики. Новосибирск: Наука. 2016.
10. V.Ya. Rudyak, A.V. Minakov. Thermophysical properties of nanofluids. Eur. Phys. J. E. 2018. V. 41. P. 15.

11. V.Ya. Rudyak. Thermophysical characteristics of nano fluids and transport process mechanisms. J. of Nano fluids. 2019. V. 8. P. 1–16.
12. V.Ya. Rudyak. Features of transport processes of nanofluids. Interfacial Phenomena and Heat Transfer. 2021. V. 9, No. 2. P. 29–50.

УСТОЙЧИВОСТЬ ВРАЩАЮЩЕГОСЯ ВОКРУГ ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ОСИ ПЛОСКОГО СЛОЯ ЖИДКОСТИ ПРИ ЛИБРАЦИЯХ

К.Ю. Рысин

Лаборатория вибрационной гидромеханики,
Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, Пермь

В системах, вращающихся вокруг своей оси, либрации полости способствуют эффективному контролю перемещения жидкости внутри системы. В связи с этим большое значение приобретает исследование задач, связанных с неравномерным вращением (либрациями) полости. Эксперименты, описанные в статье [1], показали, что либрации полости могут генерировать течение в слое, приводящее к усилению теплопереноса через слой. В текущей работе исследуется мгновенное течение, возникающее в плоском слое с границами различной температуры при неравномерном вращении (либрациях) полости вокруг горизонтальной оси (рис.1а). Течение исследуется с использованием PIV. Эксперименты проводятся в полости радиусом $R=7.0$ см и толщиной $h=1.0$ см заполненной рабочей жидкостью. В качестве рабочей жидкости выступает – дистиллированная вода. Плоский слой образован плексигласовой прокладкой, расположенной между двумя теплообменниками. Боковая цилиндрическая граница плоского слоя теплоизолированная. Температуры на границах полости T_1 и T_2 поддерживаются при помощи циркуляции жидкости заданной температуры через соответствующие теплообменники. Измеряется перепад температур ΔT между границей рабочего слоя T_2 и массивом теплообменника T_3 , а также разность температур между границами плоского слоя $\Theta=T_2-T_1$. Вращение плоского слоя осуществляется вокруг горизонтальной оси со скоростью Ω , по гармоническому закону $\Omega=\Omega_{\text{rot}}(1+\varepsilon \sin(\Omega_{\text{lib}} t))$, где Ω_{rot} – средняя угловая скорость вращения полости, Ω_{lib} – циклическая частота угловых колебаний, $\varepsilon=\varphi_0\Omega_{\text{lib}}/\Omega_{\text{rot}}$ – безразмерная амплитуда модуляции скорости вращения, где φ_0 – угловая амплитуда.

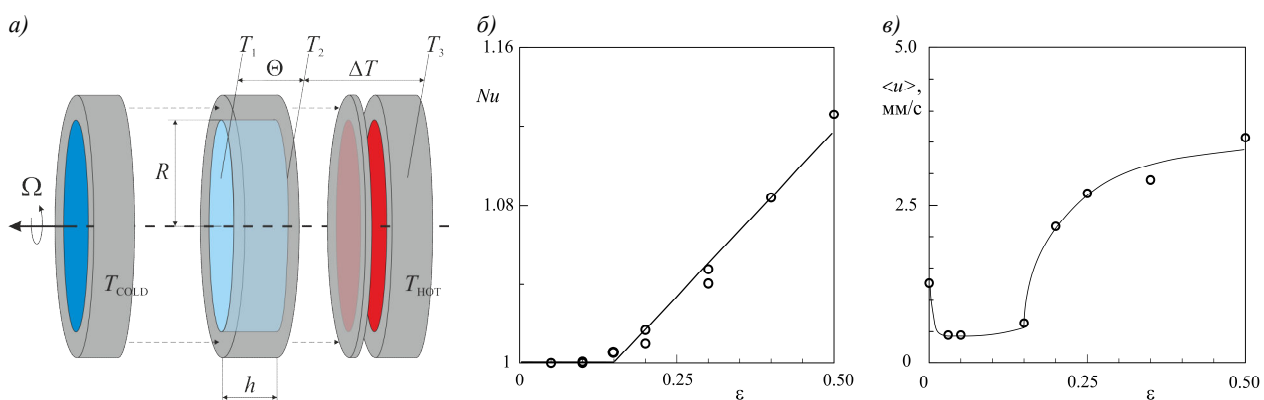


Рис.1. а) – схема слоя; б) – теплоперенос и в) – средняя скорость в зависимости от амплитуды либраций полости

Известно, что в равномерно вращающейся вокруг горизонтальной оси полости развивается осредненная конвекция [2], в результате колебаний неизотермической жидкости под действием силы тяжести [3]. Таким образом, для исключения влияния вибрационного механизма [3] на формирование течения в слое при неравномерном вращении полости (либрациях), эксперименты проводятся в области, где действие вибрационного механизма конвекции отсутствует.

Исследования показали, что либрации полости способны значительно усилить теплоперенос в слое (рис.1б). Модуляция скорости вращения полости приводит к формированию течения, состоящего из пары тороидальных вихрей, располагающихся вблизи боковой цилиндрической границы. Повышение амплитуды либраций приводит к увеличению радиального размера тороидальных вихрей, что вызывает возрастание теплопереноса через слой.

Проведены поисковые эксперименты с использованием PIV-метода. Получена временная зависимость осредненной по пространству пульсационной компоненты скорости. Показано, что с ростом амплитуды либраций полости, интенсивность вихревого течения возрастает, среднее значение пульсационной скорости увеличивается (рис.1в).

Работа выполнена за счет гранта Российского научного фонда №22-71-00086.

ЛИТЕРАТУРА.

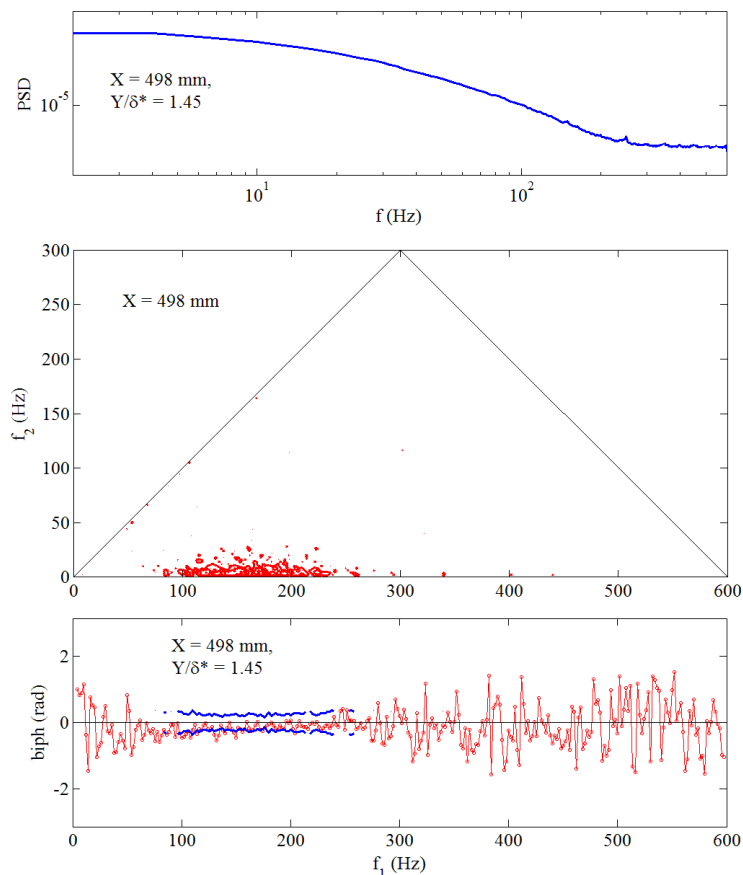
1. Rysin K. Averaged convection in a flat layer at modulated rotation around a horizontal axis. Proceeding's 10th International conference on Fluid Flow, Heat and Mass Transfer. Ottawa, Canada, 2023. doi: 10.11159/ffhmt23.163
2. Vjatin A. A., Ivanova A. A., Kozlov V. G., Rysin K. Yu. Effect of the tangential component of a force field on convection in a rotating plane layer. Izv. Atmos. Ocean. Phys., 2017, 53, 187–194.
3. V.G. Kozlov. Thermal vibrational convection in rotating cavities. Fluid Dynamics, 2004, 39(1), 3–11.

ВТОРИЧНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ И ГЕНЕРАЦИЯ ТУРБУЛЕНТНЫХ ПЯТЕН В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ ПРИ ПОВЫШЕННОМ УРОВНЕ ВНЕШНЕЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Д.С. Сбоев, Т.Т. Нгуен
Московский физико-технический институт, Москва

В работе описаны экспериментальные результаты, полученные в пограничном слое плоской пластины под действием повышенной турбулентности набегающего потока. Измерения выполнены однониточным датчиком термоанемометра. Эксперименты проведены в естественных условиях, без введения в пограничный слой контролируемых возмущений, в трех аэродинамических трубах ИТПМ СО РАН и ФАЛТ МФТИ и в нескольких режимах, характеризовавшихся различными скоростью набегающего потока U_0 и степенью турбулентности Tu . Основное внимание в данных, представленных в докладе, уделено образованию турбулентных пятен. Нелинейные процессы начальных стадий образования пятен исследуются с помощью биспектрального анализа. Биспектральный анализ (например, [1]) является методом, позволяющим выделять в спектрах сигналов гармоники, связанные по фазе, и хорошо подходит для изучения трехволновых взаимодействий.

Обнаружено, что при развитии продольных полосчатых структур, до появления признаков возникновения пятен, в пограничном слое имеют место условия для вторичной неустойчивости этих низкочастотных возмущений. Групповые скорости высокочастотных возмущений практически равны фазовым скоростям первичных низкочастотных структур.



Покажем здесь, как из экспериментальных данных вытекает сделанное выше утверждение о равенстве групповой скорости высокочастотных и фазовой скорости низкочастотных колебаний. На рисунке в качестве примера (аэродинамическая труба Т-324 ИТПМ СО РАН, режим $U_0 = 7,4$ м/с, $Tu = 1,1\%$, $X = 498$ мм, $Y/\delta_1 = 1,45$) приведены в логарифмическом масштабе спектр мощности сигнала термоанемометра (вверху), ненулевая бикогерентность (в центре) и бифаза для $f_2 = 4$ Гц (внизу). Подобные же результаты были получены в обширной серии измерений в различных режимах в аэродинамической трубе АТ-2 ФАЛТ МФТИ [2]. Ненулевые значения бикогерентности выявляют в спектре области трехволновых взаимодействий, удовлетворяющих условию $f_1 + f_2 = f_3$. Присутствие в сигнале нелинейных взаимодействий означает существование детерминированных фазовых соотношений между гармониками. Пример распределения бифазы $biph$ (равной в биспектральном анализе величине $\varphi_1 + \varphi_2 - \varphi_3$, φ_i — фаза частоты f_i) показывает, что в областях с близкой к нулю бикогерентностью бифаза распределена случайным образом в интервале $[-\pi, \pi]$. Синие кривые на графике бифазы представляют собой 95% доверительные

интервалы для значения $biph = 0$. Из рисунка видно, что диапазону частот $f_1 = 100-240$ Гц, $f_2 = 1-15$ Гц соответствует область фазового синхронизма колебаний с нулевой бифазой.

Как следует из анализа линейной задачи [3], при числах Рейнольдса по толщине слоя порядка 1000 для полосчатых структур спектр продольных волновых чисел для данной частоты весьма узок и, кроме того, имеется характерный масштаб этих структур по трансверсальной координате (эффектами непараллельности течения пренебрегается). Поэтому фазы колебаний для i -й частоты могут быть представлены в виде $\varphi_i = k_i X + \varphi_{0i}$, где k и φ_0 — продольная компонента волнового вектора и начальная фаза. В соответствии с результатами экспериментов можно записать

$$k_1 X + k_2 X - k_3 X + \Delta\varphi = 0, \\ \Delta\varphi = \varphi_{01} + \varphi_{02} - \varphi_{03}.$$

В общем случае резонансные триплеты в естественных условиях могут наблюдаться с различными начальными фазовыми расстройками $\Delta\varphi$. Однако то обстоятельство, что в одном и том же режиме эксперимента для нелинейных взаимодействий низкочастотных и высокочастотных гармоник результаты $biph = 0$ были получены при различных значениях продольной координаты X , позволяет заключить, что для наиболее эффективных взаимодействий $\Delta\varphi = 0$. Это подтверждается результатами слабонелинейного анализа работ [4, 5], в которых рассматривалось влияние начальных фаз волн на развитие резонансных триплетов и наибольший рост давали триплеты с $\Delta\varphi = 0$. Исходя из сказанного для троек частот, демонстрирующих статистически устойчивую ненулевую бикогерентность и фазовый синхронизм, можно записать стандартные условия

$$\omega_1 + \omega_2 = \omega_3, \\ k_1 + k_2 = k_3.$$

Пусть ω_2 — частота низкочастотной моды, $\omega_1, \omega_3 = \omega_1 + \delta\omega_h$ — частоты высокочастотной моды, $k_3 = k_1 + \delta k_h$. При этом из измерений следует, что $\delta\omega_h$ и δk_h весьма малы. Тогда из условий выше получаем

$$\frac{\omega_2}{k_2} = \frac{\delta\omega_h}{\delta k_h} \approx \frac{d\omega_h}{dk_h},$$

т. е. фазовые скорости низкочастотных возмущений равны групповым скоростям высокочастотных мод.

Нелинейные взаимодействия высокочастотной ряби и низкочастотных волн весьма характерны для физики плазмы [6] и других волновых процессов [7]. В [8] показано, что равенство фазовой и групповой скоростей является необходимым условием возникновения высокочастотной вторичной неустойчивости. Важно подчеркнуть, что в данной работе это условие получено не в экспериментах с контролируруемыми возмущениями и не путем подсчета и усреднения одиночных событий в сигналах, а в статистическом смысле из (би)спектральных свойств стационарного случайного процесса.

Взаимодействие низкочастотных и высокочастотных волн рассмотрено с общих позиций в [6], где показано, что основным результатом этого процесса является фазовая модуляция высокочастотных волн при почти постоянной амплитуде низкочастотной. Как известно, фазовая модуляция приводит к генерации высокочастотных гармоник и появлению в сигналах локализованных высокочастотных волновых пакетов. В представленных экспериментах в спектрах также был обнаружен такой высокочастотный пакет, предшествующий возникновению турбулентных пятен. Этот волновой пакет однозначно связан с рождением пятна. В плоскости бикогерентности пятнообразование проявляется как взрывное распространение триад нелинейно связанных волн почти по всей плоскости.

ЛИТЕРАТУРА.

1. Y.C. Kim, J.M. Beall, E.J. Powers, R.W. Miksad. Bispectrum and nonlinear wave coupling. Phys. Fluids, 1980, 23(2), 258-263.
2. Т.Т. Нгуен, Д.С. Сбоев, В.В. Ткаченко. Перемежаемость в пограничном слое при повышенной внешней турбулентности. Труды МФТИ, 2020, т.12, № 3, 150-162.
3. T.A. Zaki, P.A. Durbin. Mode interaction and the bypass route to transition. J. Fluid Mech., 2005, 531, 85-111.
4. М.Б. Зельман, И.И. Масленникова. Резонансное возбуждение пространственных возмущений в пограничном слое. Неустойчивость до- и сверхзвуковых течений, Новосибирск, Ин-т теор. и прикл. мех., 1982, 5-15.
5. С.А. Гапонов, Н.М. Терехова. Трехволновые взаимодействия контролируемых возмущений в сверхзвуковом пограничном слое. Международн. ж-л прикладн. и фунд. исследований, 2016, №6, 833-838.
6. Б.Б. Кадомцев. Коллективные явления в плазме. М: Наука, 1976. — 240 с.
7. A.D.D. Craik. Wave Interactions and Fluid Flow. Cambridge University Press, 1985. — xii+322 p.
8. M.T. Landahl. Wave mechanics of breakdown. J. Fluid Mech., 1972. 56(4), 775-802.

ОБОБЩЕННОЕ АСИМПТОТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ КИНЕТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ БОЛЬЦМАНА, СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ МНОГОКОМПОНЕНТНОЙ НЕРАВНОВЕСНОЙ ГАЗОВОЙ ДИНАМИКИ И ТУРБУЛЕНТНОСТЬ

С.А. Серов

Институт теоретической и математической физики, Саров, Россия

С.С. Серова

Санкт-Петербургский Государственный Университет, Санкт-Петербург, Россия

Вводя малый параметр в систему кинетических уравнений Больцмана для многокомпонентной газовой смеси различными способами, мы можем получать асимптотические решения в различных асимптотических пределах. Важными асимптотическими пределами являются асимптотический предел Энскога, рассматриваемый в теории Энскога-Чепмена (для описания *ламинарных* течений газов, см., например, [1]) и асимптотический предел Струминского (для описания *турбулентных* течений газов, см. [2]). Из асимптотического решения системы кинетических уравнений Больцмана можно получить систему уравнений многокомпонентной газовой динамики, например, как систему уравнений переноса (массы, импульса и энергии) Максвелла.

В наших статьях, опубликованных в материалах конференций после X Всероссийского съезда по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики и конференции Int'l Conference on Theoretical and Computational Physics (TCP-2016, China), показано, что метод Энскога асимптотического решения системы уравнений Больцмана для многокомпонентной газовой смеси нуждается в корректировке, но приводит к правильной системе уравнений многокомпонентной газовой динамики, соответствующей второму порядку асимптотических разложений (см. [3]). Эта система уравнений многокомпонентной газовой динамики, однако, не может описать турбулентные течения газов, потому что наработка энтропии определяется членами второго порядка малости этой системы уравнений и с ростом числа Рейнольдса вместо того, чтобы неограниченно расти, стремится к нулю. Для описания турбулентных течений газов мы предлагаем использовать *систему уравнений многокомпонентной неравновесной газовой динамики*, полученную как необходимое условие существования асимптотического решения системы интегральных уравнений первого порядка в *скорректированном методе асимптотического решения системы уравнений Больцмана* для многокомпонентной газовой смеси, обобщенном так, чтобы охватить и асимптотический предел Энскога, и асимптотический предел, предложенный Струминским в [2]. Рассмотренная Струминским в [2] аналогичная система уравнений содержала ошибки в аналитических вычислениях интегралов столкновений $J_{E,ij}^{(0)}$ и $\mathbf{J}_{p,ij}^{(0)}$; метод же асимптотического решения системы кинетических уравнений Больцмана у Струминского, по существу, тот же, что и у Энскога: как и Энског, Струминский использует необоснованное разложение частной производной по времени.

Из статистического определения энтропии выведено уравнение наработки энтропии в газодинамических течениях в соответствии с используемой системой уравнений газовой динамики и показано, что для предлагаемой нами системы уравнений многокомпонентной неравновесной газовой динамики энтропия в газодинамическом течении может только возрастать.

ЛИТЕРАТУРА.

1. С. Чепмен, Т. Каулинг. Математическая теория неоднородных газов. Москва: Издательство иностранной литературы, 1960.
2. В. В. Струминский. Влияние диффузионной скорости на течение газовых смесей. ПММ, 1974, № 38, 203-210.
3. С. А. Серов, С. С. Серова. Асимптотические решения кинетического уравнения Больцмана, многокомпонентная неравновесная газовая динамика и турбулентность. Вестник Нижегородского Университета им. Н. И. Лобачевского, 2011, № 4 (03), 1106-1108.
4. S. A. Serov, S. S. Serova. Asymptotic Solutions of the Kinetic Boltzmann Equation and Multicomponent Non-equilibrium Gas Dynamics. Journal of Applied Mathematics and Physics, 2016, № 4 (08), 1687-1697.

ОПЫТ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ОТРЫВНЫХ ТЕЧЕНИЙ С ЛОКАЛЬНОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТЬЮ В МОДЕЛЯХ КРОВЕНОСНЫХ СОСУДОВ

Е.М. Смирнов, Я.А. Гатаулин

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

Течения крови с образованием областей отрыва и локальной турбулентности – весьма типичные явления. Они часто наблюдаются при патологических изменениях отдельных участков сосудистого русла и в проточных конфигурациях, возникающих после проведения операций шунтирования. Прежде всего, здесь следует отметить течения за стенозами той или иной формы, образовавшимися вследствие чрезмерного размера холестериновой бляшки, наростшей на стенке крупной артерии, а также течения в конфигурациях типа тройников, формируемых при проведении операций бедренно-подколенного и аорто-бедренного шунтирования. Исследованиям переходных режимов течения в осесимметричных моделях гемодинамически значимых стенозов посвящено множество работ (см., например, [1] и приведенную там литературу). Течения за односторонним (асимметричным) стенозом изучены в меньшей степени, особенно для условий, при которых возникает локальная турбулентность. Недавние эксперименты в этом направлении представлены работами [2,3]. Нередко возникающий чрезмерный рост неоинтимы в верхнем и/или нижнем месте присоединения шунта к артерии (проксимальный/дистальный анастомоз) до сих пор является актуальной проблемой сосудистой хирургии. Имеются основания полагать, что скорость зарастания зависит от специфики кровотока в конкретной конфигурации места соединения. Это обуславливает неослабевающий интерес к исследованию динамики кровотока в соответствующих моделях.

В настоящей работе представлен недавний опыт численного моделирования отрывных течений с локальной турбулентностью в двух моделях кровеносных сосудов, первая из которых является моделью участка артерии с сильно выраженным односторонним стенозом, а вторая – тройником, моделирующим дистальное соединение шунта и бедренной артерии по типу конец-в-бок. В обоих случаях численные исследования проведены на основе модели ньютоновской вязкой жидкости и в приближении жестких стенок; тому и другому имеются достаточные обоснования.

Модель кровеносного сосуда с сильно выраженным односторонним стенозом (рис.1а) представляет собой участок трубы с асимметричным сужением, геометрия которого соответствует одному из вариантов, представленных в экспериментальной работе [2]. Параметр сужения $S = (1 - d_{\min}/D) \cdot 100\% = 45\%$, где D – диаметр трубы до и за участком сужения, d – локальный диаметр проходного сечения на участке стеноза, общей длиной $2D$. Площадь минимального проходного сечения (при $x=0$) составляет 30% от сечения трубы.

Статистически стационарное течение в модели кровеносного сосуда со стенозом рассчитывалось для числа Рейнольдса $Re = 1800$ (вычисляемого по среднерасходной скорости $\langle U \rangle$ и диаметру D) по методу моделирования крупных вихрей (LES), как без, так и с искусственным введением входных пульсаций скорости (входного «турбулентного контента»). Расчеты проводились с применением гидродинамического «конечно-объемного» кода общего назначения ANSYS CFX (версия 18.2), со вторым порядком точности пространственной и временной дискретизации, на сетке (рис. 1а), содержащей 4,5 млн. гексаэдральных элементов. Расчеты без введения входных возмущений [6], с заданием на входе в расчетную область профиля Пуазейля, выполнены на основе метода LES с динамической моделью Джермано – Лилли для вычисления подсеточной вязкости. Выбранный шаг по времени обеспечивал во всей расчетной области локальные значения числа Куранта, меньшие единицы. Моделирование с заданием входного турбулентного контента проводилось с целью сравнения результатов расчетов с данными измерений, проведенными методом SIV (Smoke Image Velocimetry) при том же значении Re на водяной установке [3]. Возможность задания входного турбулентного контента (с интенсивностью турбулентности около 1%) обеспечивалась посредством применения гибридного зонального RANS/LES подхода, в котором предусматривается активация генератора синтетической турбулентности на границе (интерфейсе) между верхней по потоку RANS-зоной (с замыкающей $k-\omega$ SST моделью турбулентности) и LES-зоной. В представляемых расчетах распределение скорости в пределах RANS-зоны мало отличалось от заданного на входе в расчетную область параболического профиля скорости. Введение RANS-зоны обеспечило адекватную работу генератора синтетической турбулентности на RANS/LES интерфейсе, расположенном на входе в участок сужения.

На рис.1б,в хорошо виден эффект учета входных возмущений, приводящий к существенному сокращению протяженности отрывной (рециркуляционной) зоны за стенозом по сравнению со случаем нулевых возмущений и, как следствие, к значительно лучшему согласованию с опытными данными. По результатам измерений и расчетов с введенными входными возмущениями, положение точки присоединения потока находится при $x/D = 4,1 \pm 0,1$ (при нормировке на высоту стеноза этому соответствует значение 7,4); решение, полученное при нулевых входных возмущениях, дает координату точки присоединения $x/D = 5,3$.

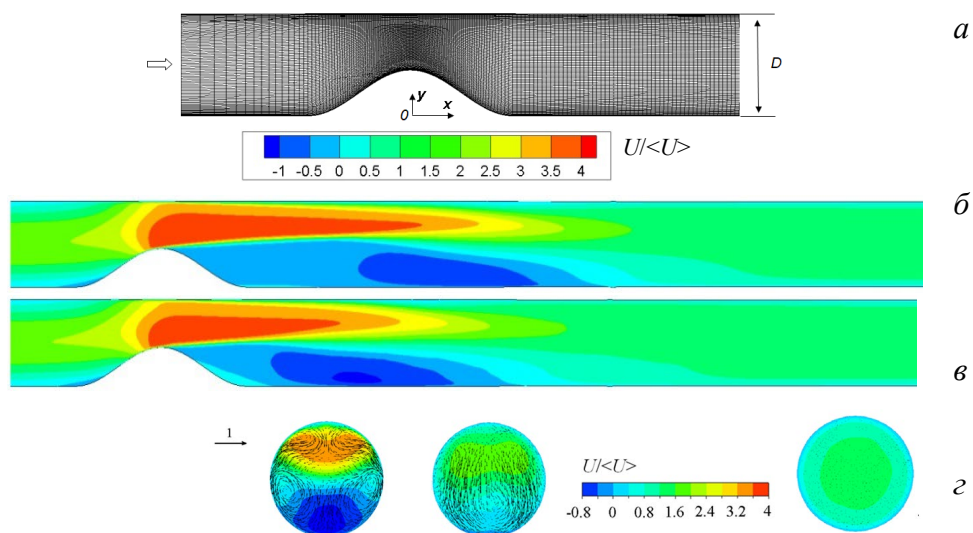


Рис.1. Геометрия модели стеноза с наложенной расчетной сеткой в продольном срединном сечении (а), поле осредненной продольной скорости потока $U/\langle U \rangle$ в плоскости симметрии, рассчитанное без (б) и с введением (в) входных возмущений, поле продольной скорости с наложенными векторами поперечной скорости (г) в трех сечениях: $x/D = 2; 4; 10$.

Сформировавшаяся в области стеноза струя с относительно высокими локальными скоростями характеризуется также наличием интенсивного поперечного (вторичного) течения в виде парного вихря (рис.1г). Поперечное течение быстро трансформируется в окрестности конца зоны обратного течения, а затем практически полностью вырождается. Другой важной особенностью моделируемого течения является формирование за стенозом области локальной турбулентности. На рис.2а показаны изоповерхности Q-критерия, построенные по данным численного моделирования для двух вариантов расчета: с нулевыми входными возмущениями и с введением возмущений. Приведенные картины наглядно визуализируют область существования разномасштабных турбулентных вихревых структур, которые возникают в результате проявления гидродинамических неустойчивостей, присущих сдвиговому течению струйного характера, формирующемуся за стенозом. В варианте расчета с наложенными входными возмущениями, переход к состоянию потока с трехмерными турбулентными образованиями происходит практически сразу за стенозом. В варианте без входных возмущений отчетливо прослеживается формирование квазидвумерных вихрей, развивающихся вследствие неустойчивости Кельвина-Гельмгольца, а переход к турбулентности происходит позже. На рис.2а видно также, что вниз по потоку все вихревые структуры диссипируют, т.е. течение реламинизируется. Поля касательных рейнольдсовых напряжений, рассчитанных по численно разрешаемым составляющим пульсационного движения, показаны на рис.2б. В обоих расчетных вариантах сдвиговое турбулентное напряжение значительно по величине лишь в пределах участка протяженностью около четырех калибров, что является еще одним свидетельством локализации турбулентности в ближнем следе за стенозом.

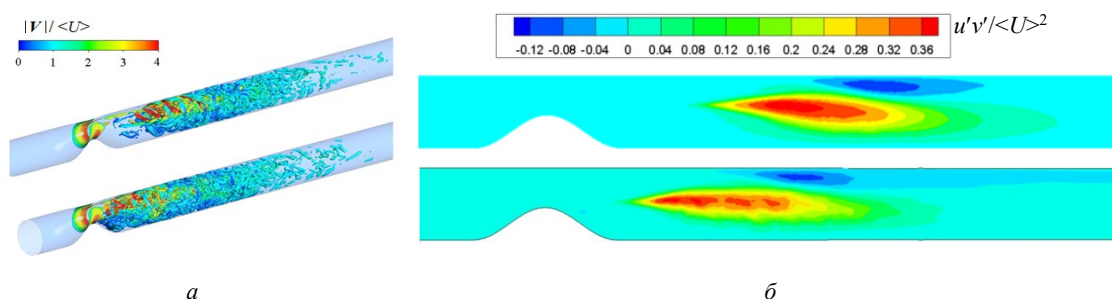


Рис.2. Визуализация вихревых структур раскрашенными по модулю скорости изоповерхностями Q-критерия (а) и поля рейнольдсовых напряжений в плоскости симметрии (б) по результатам расчетов без введения (сверху) и с введением (снизу) входных возмущений.

В качестве конфигурации, моделирующей дистальное соединение шунта и бедренной артерии по типу конец-в-бок, рассматривается тройник с подачей пульсирующего расхода $Q(t)$ жидкости через круглую трубку (модель шунта) – с осью, наклоненной под углом 60 градусов к прямой трубке; последняя представляет собой модель участка бедренной артерии (рис.3а). Исследуется типичный случай, когда поток, поступающий из шунта в артерию, разветвляется на основной («прямой»), с расходом Q_1 , и обратный, с расходом Q_2 . Трубки имеют одинаковый внутренний диаметр D . Представляемые результаты расчетов

получены при циклическом (с периодом T) изменении расхода, определяемого кривой на рис.3а; максимальное число Рейнольдса, построенное по диаметру D и среднерасходной входной скорости U_{in} в момент максимального расхода, составляет $Re_{max}=1600$. Расчеты проводились при задании $Q_1=0,80Q$; соответственно, $Q_2=0,20Q$.

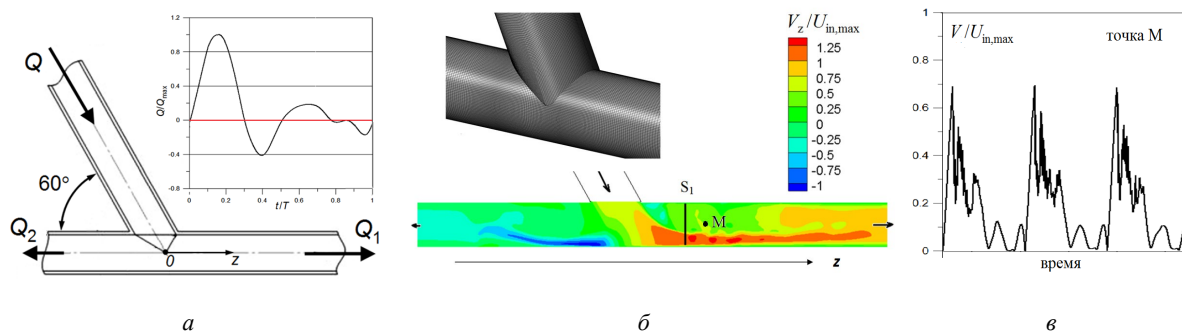


Рис.3. Схема течения в модели дистального анастомоза с временной кривой расхода (а), осредненное по циклам поле осевой скорости в разветвившемся течении на момент максимального расхода (б) и пульсации модуля скорости в точке (М) на оси принимающего канала в течение трех циклов (в).

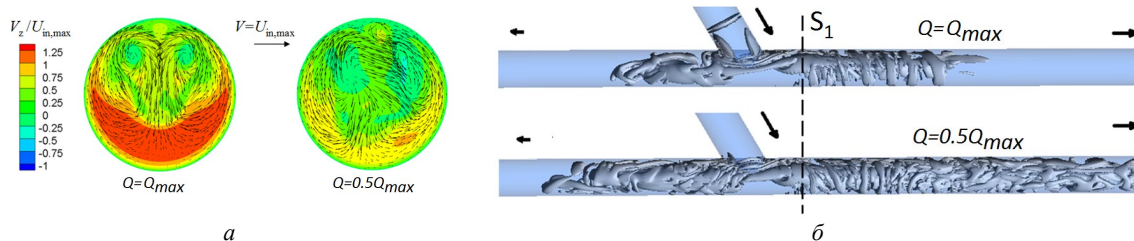


Рис.4. Распределения осевой скорости с наложенными векторами поперечной скорости в сечении S_1 в момент максимального расхода и в фазу уменьшения расхода до $Q=0.5Q_{max}$ (а), вихревая структура течения, визуализируемая изоповерхностями Q -критерия в два момента времени (б).

Нестационарное численное решение для восьми циклов получено по методу моделирования крупных вихрей с применением динамической модели Джермано – Лилли для расчета подсеточной вязкости, также с использованием кода ANSYS CFX. Расчетная сетка содержала около 7,5 млн. гексаэдральных элементов, фрагмент сетки показан на рис.3б. На номинальном входе в расчетную область (сечение модели шунта), задавался плоский профиль скорости с периодически изменяющимся расходом. На основном выходе предписывался расход $Q_1=0,80Q$, на выходе в обратном направлении задавалось нулевое редуцированное давление (в фазу отрицательного расхода номинальный вход в расчетную область и основной выход, в отношении задания граничных условий, менялись местами). На стенках задавалось условие прилипания. Шаг по времени обеспечивал во всей расчетной области локальные значения числа Куранта, меньшие единицы. Данные, накопленные при расчете многих циклов, осреднялись по фазам цикла.

На распределении осредненной осевой скорости в разветвившемся течении, полученном для момента максимального расхода (рис. 3б), хорошо прослеживаются границы областей высоко- и низко интенсивного движения, присутствие отрывной области в окрестности тупого угла, радикально уменьшающей «живое» сечение для основного потока, а также формирование течения с практически равномерным по скорости ядром на удалении 4-5 калибров от места разветвления. Среди прочего, данные численного моделирования позволили провести анализ эволюционирующей во времени структуры весьма интенсивного поперечного течения, развивающегося в области разветвления потока. В частности, установлено, что в фазу ускорения потока, вплоть до момента максимального расхода, в основном течении, огибающем тупой угол, развивающееся поперечное движение имеет симметричную структуру в виде парного вихря; при этом центры вихрей сильно смещены от оси трубы, и там наблюдаются очень низкие продольные скорости (рис.4а). Интенсивное поперечное течение данного вида сохраняется на протяжении около двух калибров и является, в частности, одной из причин сильной неоднородности напряжения трения по периметру канала. При переходе в фазу уменьшения расхода относительно регулярная структура поперечного течения быстро разрушается, что сопровождается быстрым развитием разномасштабных трехмерных вихревых образований со сложной динамикой (рис.3в, рис. 4б). Время жизни массива трехмерных вихрей с квази-турбулентной динамикой составляет относительно небольшую долю цикла (менее 15%).

Проведенное исследование поддержано Российским научным фондом (грант № 20-65-47018).

ЛИТЕРАТУРА.

1. S.J. Sherwin, H.M. Blackburn. Three-dimensional instabilities of steady and pulsatile axisymmetric stenotic flows // J. Fluid Mech. 2005. V. 533. P. 297–327.
2. W. Choi, J.H. Park, H. Byeon. Flow characteristics around a deformable stenosis under pulsatile flow condition // Physics of Fluids. 2018. V. 30. № 1. P. 011902.
3. В.М. Молочников, Н.С. Душин, Н.Д. Пашкова, Я.А. Гатаулин, Е.М. Смирнов, А.Д. Юхнев. Структура течения и переход к локальной турбулентности за асимметричным сужением, имитирующим стеноз артерии // Изв. РАН. МЖГ. 2023. № 2. С. 72-84.
4. F. Loth, P.F. Fischer, H.S. Bassiouny. Blood flow in end-to-side anastomoses // Annu Rev Fluid Mech. 2008. V.40. Pp. 367–393.
5. P. Parissis, A. Romeos, A. Giannadakis, A. Kalarakis, M. Peroulis. Computational study of hemodynamic field of an occluded artery model with anastomosis // Bioengineering. 2023. V.10 (146).
6. Я.А. Гатаулин, Е.М. Смирнов. Численное исследование структуры и локальной турбулизации течения в кровеносном сосуде с односторонним стенозом // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2021. Т. 14. №. 1. С. 72-84.

ТЕРМОКАПИЛЛЯРНАЯ КОНВЕКЦИЯ БИНАРНОЙ СМЕСИ В МОДУЛИРОВАННОМ ТЕПЛОВОМ ПОЛЕ ПРИ НАЛИЧИИ ЭФФЕКТА СОРЕ

Б.Л. Смородин

Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермь

Рассмотрена термокапиллярная неустойчивость горизонтального слоя жидкой бинарной смеси (например, спирт-вода) в случае заданного постоянного градиента температуры A и модуляции теплового потока на свободной деформируемой поверхности (рис. 1). На нижней границе используется условие прилипания смеси. Потoki вещества на горизонтальных границах отсутствуют. Благодаря эффекту термодиффузии, модуляция теплотокa, генерирует в смеси не только температурную, но и концентрационную волны [1], влияющие на изменение поверхностного натяжения [2]:

$$\sigma = \sigma_0(\bar{T}, \bar{C}) - \sigma_T(T - \bar{T}) + \sigma_C(C - \bar{C}), \quad (1)$$

где $\bar{T}, \bar{C}$ – средние значения температуры и концентрации. Температурный коэффициент поверхностного натяжения всегда положителен $\sigma_T > 0$, концентрационный коэффициент – σ_C . Для бинарных смесей на водной основе $\sigma_C < 0$ для органических примесей и $\sigma_C > 0$ для неорганических солей [2].

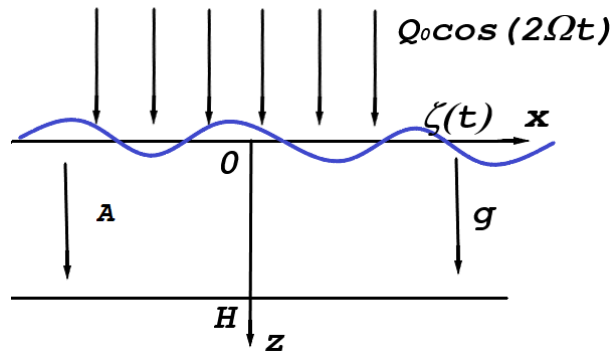


Рис. 1. Геометрия задачи.

Используем в качестве масштабов длины – H , времени – H^2/χ , скорости – H/χ , температуры – $\Theta = AH$, концентрации – $\Theta = AH\sigma_T/\sigma_C$, давления – $-\rho\chi\nu/H^2$ (χ – температуропроводность, ρ – плотность, ν – кинематическая вязкость жидкости) и запишем систему уравнений и граничных условий для эволюции малых возмущений вертикальной скорости w , температуры θ , концентрации ξ и деформации свободной поверхности ζ в слое бинарной смеси:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\text{Pr}} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} &= -\nabla p + \Delta \mathbf{v}, & \nabla \cdot \mathbf{v} &= 0, \\ \frac{\partial \theta}{\partial t} + w \frac{\partial T_{eq}}{\partial z} &= \Delta \theta, & w &= (\mathbf{v} \cdot \mathbf{e}), \quad \mathbf{e} = (0, 0, 1), \\ \frac{\partial \xi}{\partial t} + w \frac{\partial C_{eq}}{\partial z} &= \text{Le} \Delta (\xi + \psi \theta), \\ z = 0: \quad w &= \frac{\partial \zeta}{\partial t}, \quad \theta' = -\frac{\partial^2 T_{eq}}{\partial z^2} \zeta, \quad \xi' = -\frac{\partial^2 C_{eq}}{\partial z^2} \zeta, \\ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) &= -\text{Ma} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\theta + \frac{\partial T_{eq}}{\partial z} \zeta - \xi - \frac{\partial C_{eq}}{\partial z} \zeta \right), \\ p + \text{Ga} \zeta - \text{Ca} \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} &= 2 \frac{\partial w}{\partial z}, \\ z = 1: \quad w &= 0, \quad \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial \xi}{\partial z} = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

В системе (2) присутствуют безразмерные параметры: число Марангони $\text{Ma} = \sigma_T \Theta H / \rho \nu \chi$, число Галилея $\text{Ga} = g H^3 / \nu \chi$, капиллярное число $\text{Ca} = \sigma_0 H / \rho \nu \chi$, число Прандтля $\text{Pr} = \nu / \chi$, число Льюиса $\text{Le} = D / \chi$, параметр разделения смеси $\psi = S_T \sigma_C / \sigma_T$, безразмерная частота модуляции теплотокa на поверхности $\omega = \Omega H^2 / \chi = H^2 / \delta^2$ (D и S_T – коэффициенты диффузии и термодиффузии примеси, δ – глубина проникновения тепловой

волны. Распределения температуры T_{eq} и концентрации C_{eq} примеси в покоящейся бинарной смеси имеют постоянную и переменную части:

$$T_{eq}(t, z) = a_1 z - a_2 \left(\frac{\text{ch}(\alpha(z-1))}{2\alpha \text{sh}\alpha} e^{2i\omega t} + \text{c. c.} \right), \quad \alpha = \sqrt{2i\omega},$$

$$C_{eq}(t, z) = \psi \left\{ -a_1 z + a_2 \left\{ \frac{e^{2i\omega t}}{2(\gamma^2 - \alpha^2)} \left[\frac{\gamma \text{ch}(\gamma(z-1))}{\text{sh}\gamma} - \frac{\alpha \text{ch}(\alpha(z-1))}{\text{sh}\alpha} \right] + \text{c. c.} \right\} \right\}, \quad \gamma = \sqrt{2i\omega/\text{Le}}. \quad (3)$$

a_1, a_2 – постоянная часть и амплитуда модуляции градиента температуры на свободной поверхности.

Для бинарной смеси на основе воды ($\text{Pr}=7$, $\text{Le}=0.01$) проанализирована эволюция нормальных возмущений: $(w, \theta, \xi, \zeta) \sim \exp(\lambda t + ikx)$, где λ – инкремент возмущений, k – волновое число.

В длинноволновом пределе ($k \rightarrow 0$) аналитически получено квадратное уравнение для критического числа Марангони, характеризующего возмущения синхронного отклика для случая ($\lambda = 0$):

$$(S_1(\text{Pr}, \text{Le}, \omega, \psi)(1 + \psi) - S_2(\text{Pr}, \text{Le}, \omega, \psi)) \cdot a_2 \cdot \text{Ma}^2 + \left(\frac{1}{72} \text{Ga} \left(1 + \psi \left(1 + \frac{1}{\text{Le}} \right) \right) \text{Ma} - \frac{2}{3} \text{Ga} \right) a_1 = 0, \quad (4)$$

где $S_i(\text{Pr}, \text{Le}, \omega, \psi)$, $i = 1, 2$ – некоторые функции параметров задачи, которые не приводятся здесь явно в виду громоздкой записи. В отсутствии модуляции ($a_1 = 1$, $a_2 = 0$), границы неустойчивости совпадают с результатами [2]. Модуляция теплотока на границе на фоне постоянной составляющей ($a_1 = 1$, $a_2 \neq 0$) незначительно влияет на пороги синхронной длинноволновой конвекции для смесей с положительным коэффициентом разделения смеси. В широком диапазоне частот ω и амплитуд a_2 модуляции сдвиг порога не превышает 1%. Рассмотрено также влияние модуляции на колебательные длинноволновые возмущения ($\lambda = i\omega_0$), нарушающие равновесие бинарной смеси с отрицательным коэффициентом разделения смеси в постоянном тепловом поле. Например, в случае $\psi = -0.2$ характеристики неустойчивости в постоянном поле: $\text{Ma} = 60, 52$ и $\omega_0 = 0.25$. При наличии модуляции ($a_1 = 1$, $a_2 = 1$) изменение частоты в интервале $0.65 < \omega < 10$ приводит к квазипериодической неустойчивости, порог которой повышается (при некоторых параметрах в два раза).

Для конечных волновых чисел (ячеистые возмущения) нейтральные кривые и пороги неустойчивости найдены численно с использованием разложений функций в ряды Фурье по времени и дальнейшего аналитического решения для амплитуд $w(z)$, $\theta(z)$, $\xi(z)$, $\zeta(z)$ в соответствии с методикой [3]. При определенном наборе параметров задачи синхронные ячеистые возмущения могут оказаться критическими

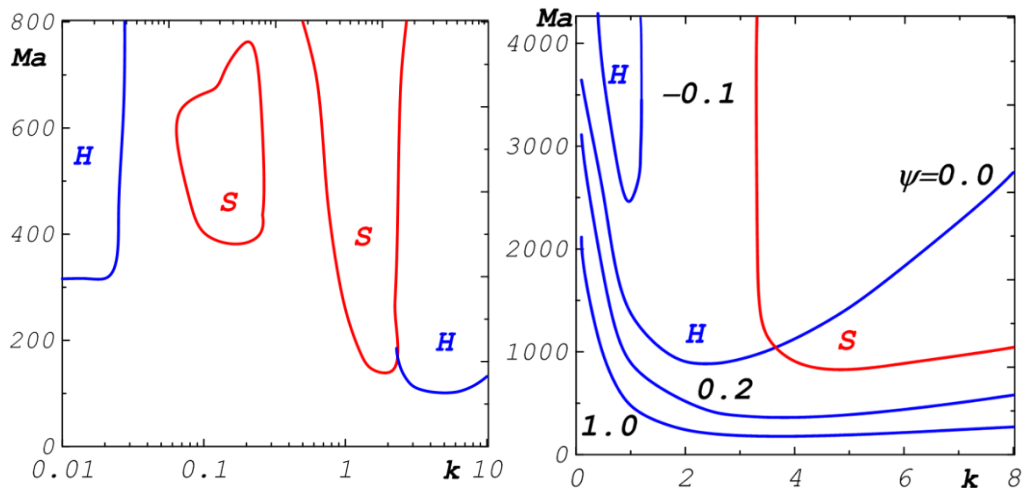


Рис. 2. Нейтральные кривые синхронных (H, синие линии) и субгармонических (S, красные линии) возмущений бинарной смеси на основе воды, $\text{Pr}=7$, $\text{Le}=0.01$, $\text{Ga} = 2700$, $\text{Ca} = 2 \cdot 10^5$, $a_1 = 0$, $a_2 = 1$: а) $\psi = -0.7$, $\omega = 1$; б) $\omega = 3$.

для равновесия (рис. 2 а) в результате конкуренции с длинноволновыми синхронными и субгармоническими возмущениями, период которых вдвое превосходит период внешнего воздействия. Длинноволновая синхронная мода существует (рис. 2 а) и совпадает с данными аналитического расчета, но для данного набора

параметров не является более опасной. При отрицательных значениях параметра разделения ψ неустойчивость может быть связана с субгармоническими ячеистыми возмущениями (рис. 2 б, $\psi=-0.1$).

При положительном параметре разделения неустойчивость связана только с синхронными возмущениями (рис. 2 б, $0 < \psi < 1$). Отсутствие возмущений субгармонического отклика не является особенностью бинарной смеси, оно имеет место в случае термоэлектрической конвекции в переменном тепловом поле [4] или конвекции феррожидкости в переменном магнитном поле [5].

Зависимости критических чисел Марангони и соответствующих им критических волновых чисел от безразмерной частоты модуляции представлены на рис. 3 для различных значений параметра разделения смеси ψ . Область «LW» соответствует растущим длинноволновым возмущениям. Красные линии – границы

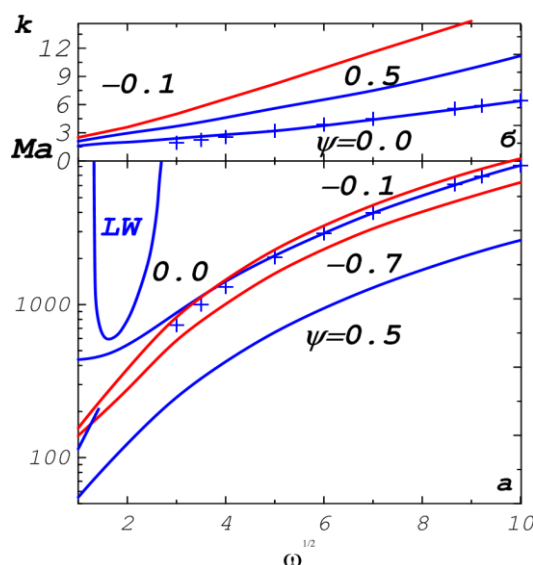


Рис. 3. Нейтральные кривые синхронных (H, синие линии) и субгармонических (S, красные линии) возмущений бинарной смеси на основе воды, $Pr=7$, $Le=0.01$, $Ga = 2700$, $Ca = 2 \cdot 10^5$, $a_1 = 0$, $a_2 = 1$.

устойчивости для возмущений субгармонического отклика, синие – для синхронного. Конкуренция этих двух типов возмущений имеет место для $\psi = -0.7$: для низких частот ($\omega < \omega^* \cong 1.3$) неустойчивость связана с синхронными возмущениями, для высоких ($\omega > \omega_*$) – с субгармоническими. Пороги ячеистой конвекции и соответствующие им волновые числа монотонно растут с увеличением частоты. Рост параметра разделения смеси влияет на изменение критических параметров неоднозначно: может приводить к их увеличению, либо уменьшению. Крестиками отмечены результаты расчета на основе приближения глубокого слоя, когда отраженные от нижней границы волны не влияют на границу устойчивости. Это приближение хорошо выполняется в случае $H/\delta > 5$.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-21-00344, <https://rscf.ru/project/23-21-00344/>.

ЛИТЕРАТУРА.

1. B.L. Smorodin, M. Lücke. Convection in binary fluid mixtures with modulated heating, Phys. Rev. E, 2009, 79, 026315.
2. A. Oron, A.A. Nepomnyashchy. Long-wavelength thermocapillary instability with the Soret effect. Phys. Rev. E, 2004, 69, 016313.
3. B.L. Smorodin, A.B. Mikishev, A.A. Nepomnyashchy, B.I. Myznikova. Thermocapillary instability of a liquid layer under heat flux modulation. Physics of fluids, 2009, 21, 062102.
4. B.L. Smorodin, G.Z. Gershuni, M.G. Velarde. On the parametric excitation of thermoelectric instability in a liquid layer open to air. International Journal of Heat and Mass Transfer, 1999, 42(16), 3159-3168.
5. А.В. Беляев, Б.Л. Смородин. Конвекция магнитной жидкости под действием переменного магнитного поля. Прикладная механика и техническая физика, 2009, т. 50, № 4, с. 18-27.

НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ЗОНАЛЬНОГО ТЕЧЕНИЯ, ОБУСЛОВЛЕННАЯ ТРИАДНЫМ РЕЗОНАНСОМ ИНЕРЦИОННЫХ ВОЛН ВО ВРАЩАЮЩЕМСЯ ЦИЛИНДРЕ

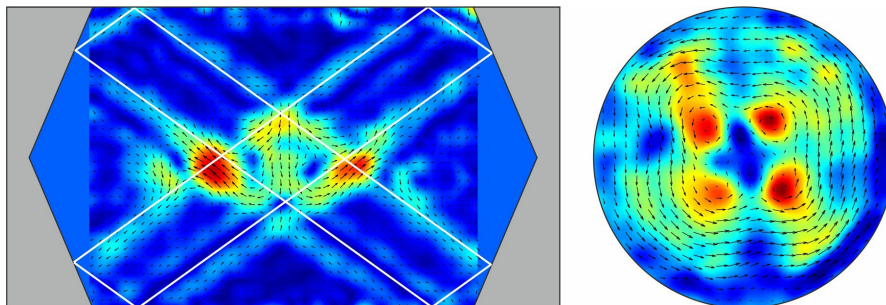
С.В. Субботин, М.А. Ширяева

Лаборатория вибрационной гидромеханики,

Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, Пермь

Во вращающейся жидкости может поддерживаться внутренне волновое движение, известное как инерционные волны. Эти волны широко распространены в природе (движение жидкости в океанах, атмосфере, жидких ядрах планет, вращающихся звездах), и очень часто сочетаются с эффектами стратификации плотности. С геофизической точки зрения наибольший интерес представляет геометрия сферического слоя [1], тем не менее, основные свойства волн могут быть исследованы в более простых с геометрической точки зрения полостях [2]. Так, многократное отражение волн от наклонных границ полости может приводить к эффектам фокусировки энергии на замкнутые траектории, известные как волновые аттракторы [2, 3]. С увеличением амплитуды колебаний в осциллирующем потоке развиваются каскадные процессы по схеме триадных взаимодействий [4, 5].

В данной работе представлены результаты экспериментального исследования влияния инерционных волн на зональное течение и его устойчивость во вращающемся цилиндре. Для поддержания волнового движения скорость вращения полости в лабораторной системе отсчета изменяется по гармоническому закону $\Omega(t) = \Omega + \Delta\Omega_{lib} \sin(\Omega_{lib} t)$. Форма торцов полости предусматривает фокусировку волн в аттракторы. Так, на левом рисунке показано мгновенное поле скорости в цилиндре с торцами в форме конусов при частоте $\sigma \equiv \Omega_{lib} / \Omega = 1.13$. Белыми линиями показано фокусирующее отражение, полученное в рамках лучевой теории. В течение периода колебаний полости происходит периодическое формирование и разрушение двух аттракторов (1,1) с одной точкой отражения от горизонтальной и наклонной границ. С увеличением амплитуды колебаний зональное течение испытывает неустойчивость. Это проявляется в пороговом возникновении вытянутых вдоль оси вращения азимутально периодических структур (рисунок справа, цветом показана завихренность). Показано, что неустойчивость возникает при появлении в спектре азимутального поля скорости новых пар субгармоник, которые удовлетворяют условию триадного резонанса. В докладе обсуждаются связь между субгармониками и структурой осредненного азимутального течения в нелинейном режиме.



Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства просвещения РФ (проект КРЗУ-2023-0002).

ЛИТЕРАТУРА.

1. S. Subbotin, M. Shiryayeva M. On the linear and non-linear fluid response to the circular forcing in a rotating spherical shell. *Phys. Fluids*, 2021, 33(6), 066603.
2. L.R.M. Maas, D. Benielli, J. Sommeria, F.P.A. Lam. Observation of an internal wave attractor in a confined, stably stratified fluid. *Nature*, 1997, 388, 557–561.
3. S. Subbotin, M. Shiryayeva. Steady vortex flow induced by inertial wave attractor in a librating cylinder with sloping ends. *Microgravity Sci. Technol.*, 2022, 34(5), 89.
4. C. Brouzet, E.V. Ermanyuk, S. Joubaud, G. Pillet, T. Dauxois. Internal wave attractors: different scenarios of instability. *J. Fluid Mech.*, 2017, 811, 544–568.
5. С.В. Субботин, М.А. Ширяева. Экспериментальное исследование линейного и нелинейного режимов аттракторов инерционных волн во вращающемся цилиндре с неосесимметричными торцами. *ПМТФ*, 2023, 64(2), 85–94.

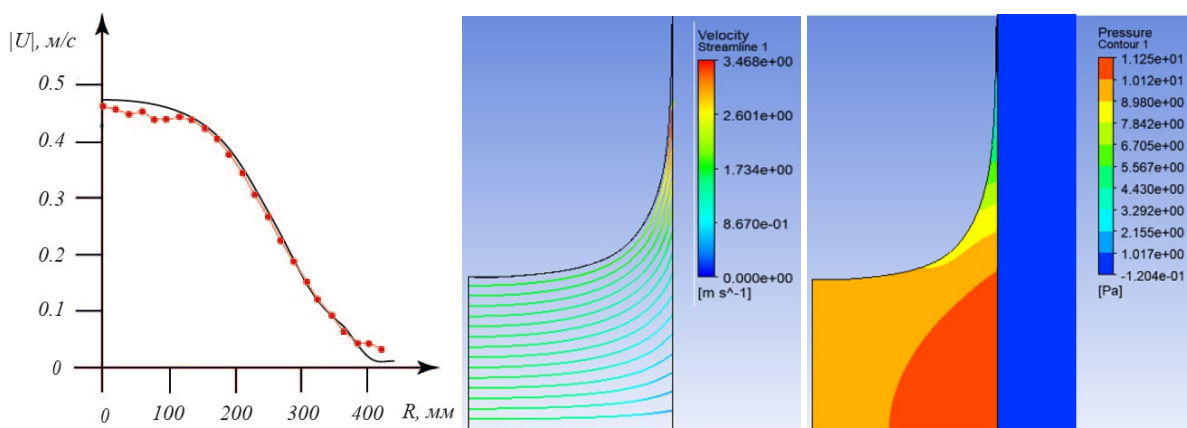
ИССЛЕДОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК УСТРОЙСТВА ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ ЗАЩИТНОГО ВОЗДУШНОГО ПОТОКА

С.Х. Тепловодский, А.Д. Чичерина, Ф.А. Абдухакимов, С.Ф. Агафонов, Ю.С. Зайко,
А.И. Решмин, В.В. Трифонов
НИИ механики МГУ, Москва

В настоящее время в электронике, на предприятиях точного машиностроения широко используется технология "чистых комнат", которая позволяет обеспечивать требуемые параметры среды в производственных помещениях. При производстве микросхем с высокой степенью интеграции элементов (доли микрона на один транзистор) необходимы помещения с максимально достижимой чистотой воздуха. Требования по чистоте воздуха настолько жесткие, что обеспечить их за счет чистоты всего объема окружающей среды (чистого помещения) становится очень дорого и даже технически невозможно [1]. Одно из направлений совершенствования технологии "чистых комнат" состоит в том, чтобы организовать вблизи защищаемого объекта ламинарный поток газа заданной чистоты (и состава). При этом процессы воздухообмена между подаваемым потоком и окружающим воздухом в зоне ламинарного течения будут соответствовать молекулярному уровню.

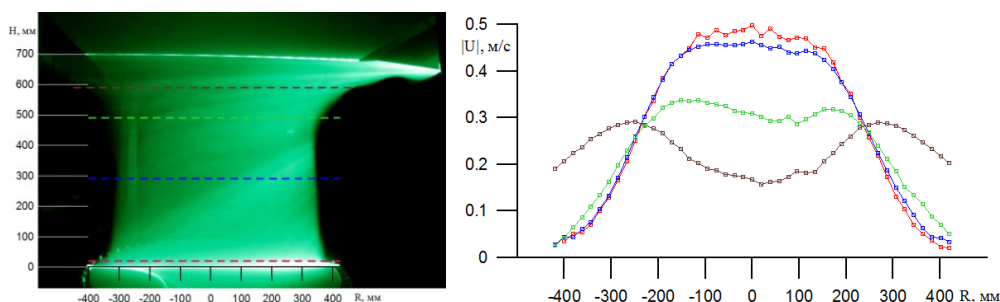
В НИИ механики МГУ разработано устройство локальной газодинамической защиты и проведены исследования по основному элементу устройства газодинамической защиты - формирователю ламинарного потока диаметром 0.8 м, определяющему параметры устройства в целом. По результатам проведенных расчетных исследований [2] были спроектированы и изготовлены блоки формирователя - ламинаризатор, понижающий турбулентные пульсации в потоке, и формирующий профиль скорости короткий диффузор с большой степенью расширения и с проницаемой перегородкой в виде мелкопористой сетки из нержавеющей стали с ячейкой ~ 40 мкм в выходном сечении.

Течение в формирующем устройстве моделировалось для режима, соответствующего скоростному режиму $U_c = 0.5$ м/с в центре струи на расстоянии 5 мм от выхода из диффузора. В качестве результатов расчета выдавались профили скорости в диффузоре и на различных расстояниях от него, линии тока, распределение давления и, что важно, касательные напряжения на стенке канала диффузора, отрицательные значения которых свидетельствовали бы о недопустимом отрыве потока от стенки диффузора. Последующая сопоставление расчета профиля скорости с экспериментальным результатом для $U_c = 0.5$ м/с на расстоянии 20 мм от выхода из диффузора показала хорошее совпадение.



На рисунке слева приведено сравнение расчетного (сплошная линия) и экспериментального (точки) профилей скорости на расстоянии 20 мм от выхода из диффузора, в центре показаны рассчитанные линии тока, справа - распределение давления в канале.

Измерения профилей скорости и её пульсаций и визуализация воздушного потока на различных расстояниях от выхода из формирующего устройства проведены, как в свободной струе, так и в струе, натекающей на защищаемую поверхность.



На рисунке слева - визуализация с помощью лазерного ножа сформированного течения, слева - измеренные термоанемометром профили абсолютной величины скорости на различных (соответствующих цвету линий) удалениях от диффузора.

Экспериментальные исследования на газодинамическом стенде НИИ механики МГУ показали, что на выходе формирователя получается воздушный поток с интенсивностью пульсаций менее 1%, и создаётся ламинарная струя диаметром 0.8 м с ламинарным участком более 1 м. В результате экспериментального исследования получено подтверждение возможности организации требуемого для создания газодинамической защиты ламинарного газового потока.

ЛИТЕРАТУРА

1. В.В. Веденеев, А.И. Решмин, С.Х. Тепловодский, Ю.С. Зайко, А.В. Маркин, В.В. Трифонов. Газодинамическая защита процессов и объектов микроэлектроники от внешних загрязнений // Чистые помещения и технологические среды. 2018. № 4. С. 54-63.
2. Ю.С. Зайко, А.И. Решмин, С.Х. Тепловодский, А.Д. Чичерина. Исследование затопленных струй с увеличенной длиной начального ламинарного участка. // Изв. РАН. МЖГ. 2018. № 1. С. 97-106.

СИЛЫ, ВОЗНИКАЮЩИЕ В ПРИСТЕНОЧНОМ СЛОЕ ПРИ ОБТЕКАНИИ ПЛОСКОЙ ПЛАСТИНЫ СВЕРХЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ ВЯЗКОГО ГАЗА

Р.Я. Тугазаков

Центральный аэрогидродинамический институт им. проф. Н.Е. Жуковского

Объяснен механизм образования микро отрывов "берстов" в сверхзвуковом потоке газа на основе результатов численного моделирования пространственного обтекания плоской пластины. Данные, полученные в рамках уравнений Навье-Стокса без привлечения моделей турбулентности, подтверждают результаты эксперимента [1] и теоретических исследований [2], проведенных в слабонелинейном приближении. В отличие от множества подходов, описывающих процесс ламинарно-турбулентного перехода, в данной работе, основываясь на свойствах нестационарного пульсирующего потока газа [3], представлен газодинамический подход для описания последней стадии турбулизации сверхзвукового потока газа. То есть, описан процесс образования сил, приводящих к зарождению берстов [4].

На рис. 1 представлена схема расчетной области обтекания пластины, обтекаемой сверхзвуковым потоком вязкого газа. На скорость набегающего потока w_∞ накладывается плоская гармоническая волна с интенсивностью $\Delta p = 0,005 \div 0,010$ % значения P_∞ , длиной волны λ , которая выбирается из условия максимального резонансного усиления внешних волн. Число Рейнольдса, определенное по длине пластины, равно $Re \sim 10^6$. Рассматривается симметричная по оси y задача. На выходной границе и в трансверсальном направлении задаются неотражающие граничные условия.

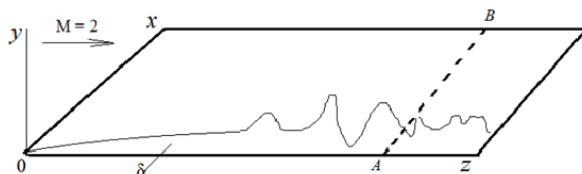


Рис. 1

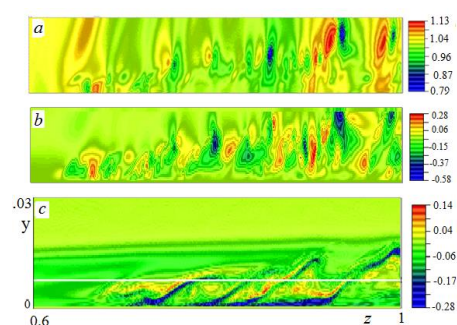


Рис.2

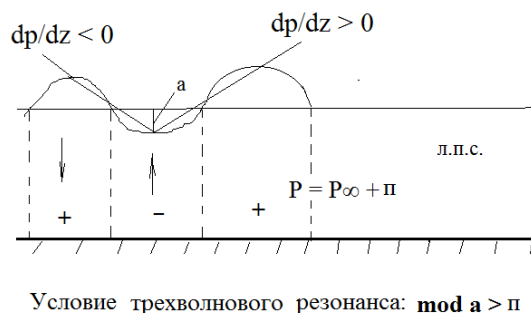


Рис.3

На рис. 2 даны картины течения в продольном сечении расчётного поля: а) давления, б) нормальной компоненты скорости, в) берстов. Анализ, объясняющий условие для образования берстов представлен на рис.3. Показано, что когда внешние возмущения малой интенсивности (первоначальная величина $a < \pi$) из-за линейной неустойчивости возрастают, так что выполняется условие $\text{mod } a > \pi$, то суммарная величина давления ($P = P_\infty + p - a$) на поверхности пластины становится меньше, чем в набегающем потоке. Это приводит к неустойчивости вязкого подслоя, его распаду. В то же время, на поверхности пластины, где силы вязкости малы в соответствии с теорией [4] (в отрицательной фазе) действуют силы разрежения, которые приводят к отрыву газа от поверхности. Для данной задачи на границе фаз имеется слабый перепад давления, в результате чего граница, где имеется слабый разрыв нормальной компоненты скорости, сворачивается в микро вихрь, который всплывает. Анализ расчётных данных показывает, что подтверждается закон подобия частоты образования берстов, как для дозвуковых течений.

ЛИТЕРАТУРА.

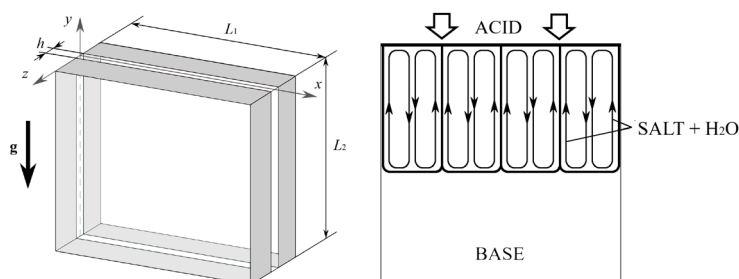
1. Гапонов С. А., Маслов А. А. Развитие возмущений в сжимаемых потоках.— Новосибирск: Наука, 1980, с. 143.
2. Kachanov Y.S. On the resonant nature of the breakdown of a laminar boundary-layer // J. Fluid Mech. 1987, V. 184. P. 43–74.
3. Тугазаков Р.Я. К теории отрыва сверхзвукового потока невязкого газа в задачах газодинамики // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2016. № 5. С. 118–124.
4. Липатов И.И., Тугазаков Р.Я. Механизм образования берстинга при обтекании узкой пластины сверхзвуковым потоком газа // ПМТФ, 2022. Т. 63, № 2. DOI: 10.15372/PMTF20220204

СПОНТАННОЕ УПОРЯДОЧЕНИЕ СТРУКТУРЫ ХЕМОКОНВЕКТИВНОГО ТЕЧЕНИЯ В СИСТЕМЕ НЕСМЕШИВАЮЩИХСЯ РАСТВОРОВ

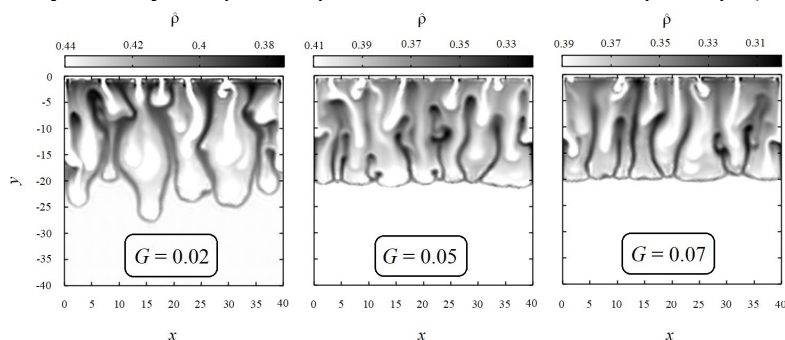
В.Ю. Уточкин, Р.Р. Сираев, Д.А. Брацун

Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь

Конвективная неустойчивость вблизи реакционного фронта в двухслойной системе несмешивающихся реагирующих жидкостей изучалась в работах [1, 2]. Найденные режимы неустойчивости были обусловлены формированием в среде локальных плотностных неоднородностей. Это подчеркивает, что реакция является локализованным механизмом преобразования плотности среды. Настоящая работа посвящена численному исследованию хемоконвективного движения, вызванного протеканием реакции нейтрализации в вертикально-ориентированной ячейке Хеле-Шоу. Конфигурация схематично приводится на рисунке ниже.



В модели предполагается, что в начальный момент времени полость заполнена однородным водным раствором щелочи, который находится в состоянии механического равновесия. На верхней границе ячейки задается фиксированное значение концентрации кислоты. Через некоторое время после приведения реагентов в контакт система приобретает неустойчивую стратификацию по плотности, что приводит к возбуждению макроскопического движения. Предлагаемая математическая модель включает в себя уравнения движения жидкости в приближениях Буссинеска и Хеле-Шоу, а также уравнения реакции – диффузии. В используемом подходе учитывается производство растворителя, что позволяет объяснить возникновение регулярной системы вихрей, наблюдавшейся ранее в эксперименте. Параметрическое исследование при изменении интенсивности производства воды показывает, что при некотором критическом значении интенсивности в системе наблюдается переход от неустойчивости Рэлея – Тейлора к упорядоченной хемоконвекции. Картина течения представляет собой последовательность вихревых структур, локализованную между межфазной границей и слоем щелочного раствора (см. рисунок).



По мере протекания реакции между транспортируемой вихрями кислотой и неподвижным основанием нижняя граница структуры равномерно движется вниз. При этом вместо обычного огрубления структуры наблюдается рост аспектного отношения вихрей, достигающего нескольких десятков. Изучена эволюция длины волны конвективной структуры, а также динамика ее нижней границы. Отмечается, что волновое число вихревой структуры постепенно выходит к асимптотическому значению близкому к единице. Ведущую роль в сохранении квази-постоянного значения длины волны играет процесс вторичной неустойчивости реакционного фронта.

Исследование финансово поддержано Российским Научным Фондом (грант № 19-11-00133).

ЛИТЕРАТУРА.

1. D. Bratsun, A. Mizev, V. Utochkin, S. Nekrasov, A. Shmyrova. Nonlinear development of convective patterns driven by a neutralization reaction in immiscible two-layer systems. // Phil. Trans. R. Soc. A, 2023. DOI: 10.1098/rsta.2022.
2. V. Utochkin, D. Bratsun. Spontaneous Ordering of Chemoconvective Fingering Near an Interface in a Reacting Solution. // Interfacial Phenom. Heat Transf., 2022. DOI: 10.1615/InterfacPhenomHeatTransfer.2022046303

КАЛИБРОВКА ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ НАПРЯЖЕНИЙ РЕЙНОЛЬДСА НА ОСНОВЕ СОВРЕМЕННЫХ ДАННЫХ ПРЯМОГО ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕЧЕНИЯ В КАНАЛЕ И ЕЕ ТЕСТИРОВАНИЕ

Л.А. Усов, А.И. Трошин
ФАУ «ЦАГИ», г. Жуковский

В настоящее время растет интерес к гибриднему RANS/LES-моделированию турбулентных течений [1]. Гибридные модели могут напрямую воспроизводить крупномасштабные турбулентные структуры во внешней части пограничного слоя, оставаясь в режиме RANS в вязком подслое, буферной зоне и части логарифмической области. Такие модели перспективны для расчетов течений с неравновесной турбулентностью, в частности, отрывов потока, при разумных вычислительных затратах. При высоких числах Рейнольдса эти затраты значительно меньше, чем в случае LES-расчетов с разрешением вплоть до стенки. Поскольку течение вблизи точки отрыва обычно контролируется лежащей в основе метода моделью RANS, предпочтительно использовать сложные модели, такие как дифференциальные модели для напряжений Рейнольдса (DRSM). Тот факт, что RANS-модель в рамках гибридного подхода является узкоспециализированной, активной только в тонкой пристенной области (как правило, в полосе, занимающей около 10% от толщины пограничного слоя), дает надежду на возможность ее достаточно точной калибровки без использования компромиссов, типичных при настройке RANS-моделей широкого применения.

В литературе опубликованы несколько пристенных DRSM-моделей, нацеленных на почленное воспроизведение баланса напряжений Рейнольдса, например, [2, 3]. Они были разработаны в 1990-х годах и откалиброваны на основе имевшихся на тот момент экспериментальных данных и ранних DNS-расчетов пристенных течений, неизбежно при низких числах Рейнольдса. Авторами данной работы ранее [4] была проведена попытка перекалибровки модели Jakirlić & Maduta 2015 года [5] (далее — JM-2015), базирующейся на модели JHh [2], с использованием более новых данных DNS [6].

В [4] был выбран следующий подход к калибровке. Обозначим $\{C_i \mid i = 1, \dots, N_c\}$ набор из N_c коэффициентов, которые будут модифицированы. Была запущена итерационная процедура, на предварительном (нулевом) шаге которой модель с исходными значениями коэффициентов применялась для четырех RANS-расчетов одномерной задачи о развитом турбулентном течении в канале при различных числах Рейнольдса ($Re_\tau \approx 550, 1000, 2000, 5200$). Далее все итерации были устроены одинаково; рассмотрим действия на k -й итерации, в начале которой коэффициенты имеют значения $C^{(k)} = \{C_i^{(k)} \mid i = 1, \dots, N_c\}$. Сначала вычисляется норма разности N_k между решением с предыдущего шага и данными DNS [6]. Затем задача о течении в канале решается с использованием наборов коэффициентов, в каждом из которых изменению подвергается только i -й коэффициент. Величина изменения составляет $\Delta C_i = K \cdot C_i$, а начальное значение K равно 0.01. Рассматриваются приращения как с положительным, так и с отрицательным знаком. Для каждого набора коэффициентов снова вычисляется норма разности решения, и выбирается наименьшая среди них и N_k . Если какой-либо расчет расходится, соответствующий набор коэффициентов выбрасывается из рассмотрения. В случае, если наименьшей норме соответствует один из «модифицированных» наборов, совершается переход к нему и k -ая итерация завершается. Если же наименьшей оказывается норма N_k , изменения коэффициентов не происходит, а итерация повторяется с уменьшенным на 25% значением множителя K , отвечающего за приращение коэффициентов. Итерационный процесс завершается по достижении условия $K < 10^{-5}$. Таким образом, процесс сходится к одному из локальных минимумов нормы разности между решением по модели и данными DNS в пространстве коэффициентов.

Модель с модифицированным набором коэффициентов, опубликованная в [4], продемонстрировала уточнение в описании профилей средней скорости и напряжений Рейнольдса в RANS-расчетах турбулентного течения в канале и пограничного слоя на плоской пластине по сравнению с базовой формулировкой. Однако вихреразрешающий расчет дозвукового отрывного течения в диффузоре, в котором модель [4] работала в составе гибридного RANS/LES-метода, хотя и дал близкое к эталонным данным решение, сопровождался снижениями шага по времени и возникновением спонтанных возмущений в пристенной области течения.

Анализ проблем с устойчивостью показал, что их причиной является аппроксимация двух слагаемых в уравнении для характерной частоты турбулентности ω^h : коррекции масштаба длины вблизи точки присоединения потока и так называемой молекулярной перекрестной диффузии. Если первое слагаемое удалось без ущерба для точности расчета ограничить физически обоснованной величиной, то второе слагаемое пришлось, следуя рекомендациям из [7], выбросить из модели полностью. При этом потребовалось провести повторную калибровку модели.

В данной работе обсуждаются описанные выше физические и численные проблемы, связанные с калибровкой модели [5] и ее RANS/LES-гибридизацией. Представлен новый вариант модели и способ ее сшивки с подсеточной моделью для LES-области, а также приведены результаты расчетов течения в канале с использованием программы zFlare [8]. Сделаны выводы о точности работы новой модели и ее устойчивости.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РНФ № 21-71-10105, <https://rscf.ru/project/21-71-10105/>.

ЛИТЕРАТУРА

1. А.В. Гарбарук, М.Х. Стрелец, А.К. Травин, М.Л. Шур. Современные подходы к моделированию турбулентности. СПб.: Издательство Политехнического университета, 2016. 234 с.
2. S. Jakirlić, K. Hanjalić. A new approach to modelling near-wall turbulence energy and stress dissipation. *J. Fluid Mech.*, 2002, v. 459, pp. 139–166.
3. T.J. Craft. Developments in a low-Reynolds-number second-moment closure and its application to separating and reattaching flows. *Int. J. Heat Fluid Flow*, 1998, v. 19(5), pp. 541–548.
4. L. Usov, A. Troshin, K. Anisimov, V. Sabelnikov. Calibration of a near-wall differential Reynolds stress model using the updated direct numerical simulation data and its assessment. *Energies*, 2023, vol. 16(19), 6826.
5. S. Jakirlić, R. Maduta. Extending the bounds of ‘steady’ RANS closures: Toward an instability-sensitive Reynolds stress model. *Int. J. Heat Fluid Flow*, 2015, v. 51, pp. 175–194.
6. M. Lee, R.D. Moser. Direct numerical simulation of turbulent channel flow up to. *J. Fluid Mechanics*, 2015, v. 774, pp. 395–415.
7. C. Morsbach. Reynolds stress modelling for turbomachinery flow applications. PhD Thesis, 2017, DLR.
8. А.И. Трошин, С.С. Молев, В.В. Власенко, С.В. Михайлов, С. Бахнэ, С.В. Матяш. Моделирование турбулентных течений на основе подхода IDDES с помощью программы zFlare. *Вычислительная механика сплошных сред*, 2023, т. 16, № 2, с. 203–218.

РЕЖИМЫ ОБТЕКАНИЯ ЖИДКОЙ КАПЛЕЙ ПРЕПЯТСТВИЙ (эксперимент и численное моделирование)¹

А.И. Федюшкин, А.А. Гневушев, А.С. Захаров, А.Н. Рожков
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва

В данной работе анализируются и обобщаются результаты исследований авторов по динамике капли при её ударе о твёрдую поверхность, обтекании тонких препятствий и протекании капли через отверстие в пластине, кольцо и пакет колец. Выявлены и приводятся характерные режимы растекания, отталкивания, удержания и фрагментации жидкой капли при обтекании ей твёрдых препятствий.

Плоская поверхность. Задача характеризуется безразмерными числами Рейнольдса $Re = \rho v_i d_i / \mu$ и числом Вебера $We_i = \rho v_i^2 d_i / \sigma$, где ρ - плотность, v_i - скорость падения капли, d_i - диаметр капли, μ - вязкость, и σ - коэффициент поверхностного натяжения. Математическая модель и метод решения описаны в работах авторов [1]. Схема модели движения капли показана на рис.1а. На рис. 1б представлены экспериментальные данные (слева) [2, 3] и результаты 3D моделирования (справа) растекания капли воды ($v_i=3.87$ м/сек, $d_i=2.67$ мм, $d_r=4$ мм), показывающие формирование ламеллы с краевой струей и вторичными каплями в момент $t=1$ мс.

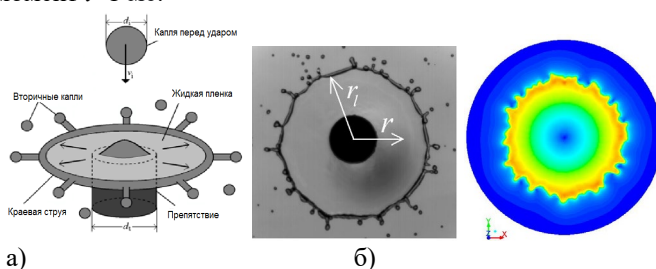


Рис. 1. а) - схема движения капли, б) - растекание капли воды ($v_i=3.87$ м/сек, $d_i=1$ мм) (слева – эксперимент [2], справа – 3D моделирование (изолинии модуля скорости)).

Эксперименты и моделирование показали [2 - 6], что при ударе капли о твёрдую плоскую поверхность переход от растекания к разбрызгиванию происходит при числах Вебера $We_i > We_i^*$, где $We_i^* \in (137, 206)$. На рис. 2 представлены численные и экспериментальные примеры растекания и разбрызгивания капли воды при разных числах Вебера.

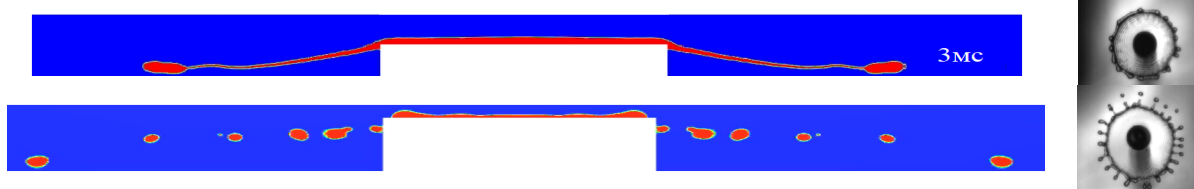


Рис. 2. Примеры растекания (верху) ($d_i=2.8$ мм, $v_i=1.88$ м/с, $We_i=137$) –и разбрызгивания (внизу) ($d_i=2.8$ мм, $v_i=2.3$ м/с, $We_i=206$) капли после удара о твердую мишень (справа, эксперимент [2, 3]).

Тонкая нить. В работах [4 -6] представлены результаты численного моделирования обтекания тонкой нити каплей воды в движущейся воздушной среде при разных начальных скоростях капли. На рис. 3 показано три режима: отталкивание, удержание и протекание капли через тонкую нить в зависимости от скорости капли.

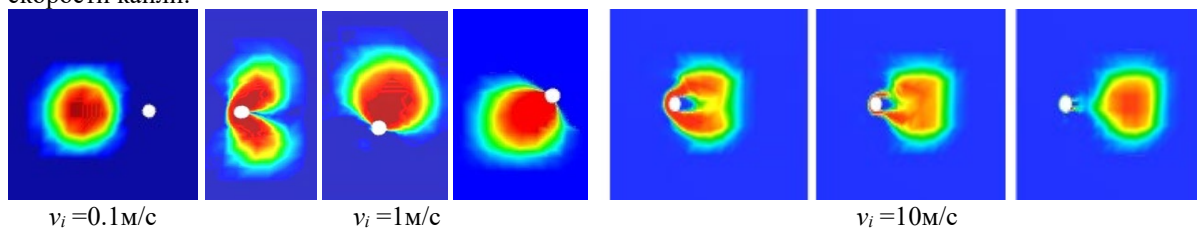


Рис. 3. Три режима: отскок, удержание и протекание капли через тонкую нить

При поперечном центральном обтекании нити ($d_i=0.5$ мм), капля воды ($d_i=0.5$ мм) приблизительно при скоростях: меньше $v_i < 0.1$ м/сек – отталкивается нитью, при 0.1 м/сек $< v_i < 1$ м/сек – удерживается нитью, а при $v_i > 2$ м/сек – проходит через нить.

¹Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 23-19-00451

Отверстие. Процессы и особенности взаимодействия капли при протекании через отверстие, наблюдаемые в эксперименте [7], представлены на рис. 4 (а, в, д), а при численном моделировании [5, 6] на рис. 4 (б, г, е).

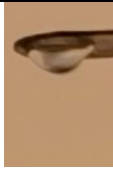
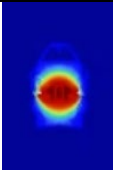
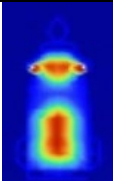
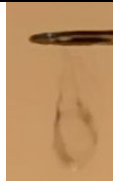
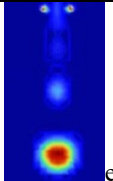
Режим I. Захват капли отверстием.		Режим II. Распад капли на две части, захват одной и из них		Режим III. Отрыв капли воды от отверстия с провисанием	
					
$d_{\text{отв.}}=3.09\text{мм}$ $h_0\approx 5\text{мм}$ $d_i=2.96\text{мм}$	$v_i=0.2$ м/с, $\gamma=0.073$ н/м, $\mu=10^{-2}$ кг/(м с)	$d_{\text{отв.}}=2.94\text{мм}$ $h_0\approx 10\text{мм}$ $d_i=3.04\text{мм}$	$v_i=0.4$ м/с, $\gamma=0.073$ н/м, $\mu=10^{-2}$ кг/(м с)	$d_{\text{отв.}}=3\text{мм}$ $h_0\approx 20\text{мм}$ $d_i=2.85\text{мм}$	Вода. $v_i=0.6$ м/с $\gamma=0.073$ н/м, $\mu=10^{-4}$ кг/(м с)

Рис. 4. Протекание капли через отверстие на пластине (а, в, д) – эксперимент [5], и результаты расчётов протекание капли–($d_i=3.6\text{мм}$) через кольцо ($d_{\text{in}}=3\text{ мм}$) (б, г, е)

Кольцо. На рис. 5 для режима I показана динамика капли воды ($d_i=3.5\text{ мм}$, $v_i=0.25\text{ м/с}$) при удержании их кольцом (с внутренним диаметром $d_{\text{in}}=3\text{ мм}$) [8].

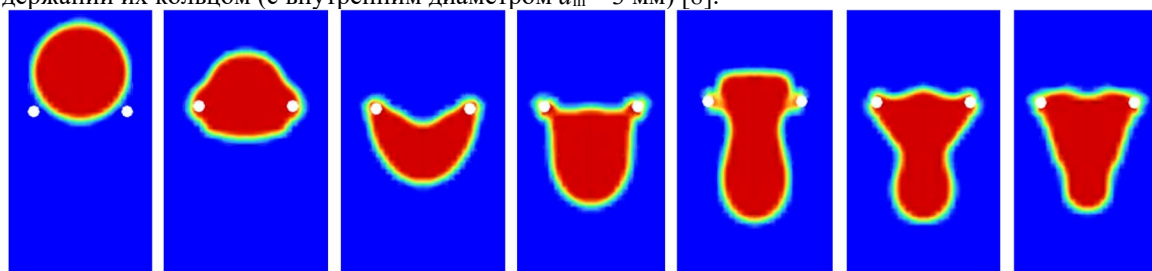


Рис. 5. Протекание капли воды ($d_i=3.5\text{ мм}$, $v_i=0.25\text{ м/с}$) через кольцо ($d_{\text{in}}=3\text{ мм}$)

При протекании капли через отверстие или кольцо также можно выделить место режимы I, II и III, формирование которых может иметь колебательный характер с осцилляциями (и возможно с разрушениями) формы капель [8].

Пакет колец. В работе [9] исследовалось обтекание каплей воды (диаметром $d_i=2.68\text{ мм}$) пакета тонких концентрических колец (28 колец диаметрами от $d_r=0.5\text{ мм}$ до $d_r=5.5\text{ мм}$ и толщиной $h_r=0.02\text{ мм}$, расположенных в пяти горизонтальных плоскостях (слоях) на расстоянии $\Delta h=0.5\text{ мм}$ друг от друга (три слоя по шесть и два слоя по пять колец). Пакет колец (вид сверху) показан слева на рис.6. Справа на рис. 6 и 7 пакет колец показан в вертикальном сечении – точками, находящимися внутри цилиндрической расчётной области высотой $H=10\text{мм}$ и радиусом $R=3\text{мм}$, заполненной воздухом.

При скоростях капли до 1м/сек рассмотренный пакет тонких колец способен задерживать проникновение капли воды ($d_i=2.68\text{ мм}$). На рис.6 показано, удержание капли первым слоем колец, при этом капля деформируется, и форма капли осциллирует ($v_i=0.1\text{м/сек}$). При скоростях капли свыше $v_i > 1\text{м/сек}$ она проникает через пакет колец, фрагментируясь на части, которые затем частично коалесцируют, в частности, как показано на рис. 7. Результаты показали наличие разных режимов обтекания пакета тонких колец каплей воды: отскок, удержание и протекание (с фрагментацией и частичной коалесценцией).

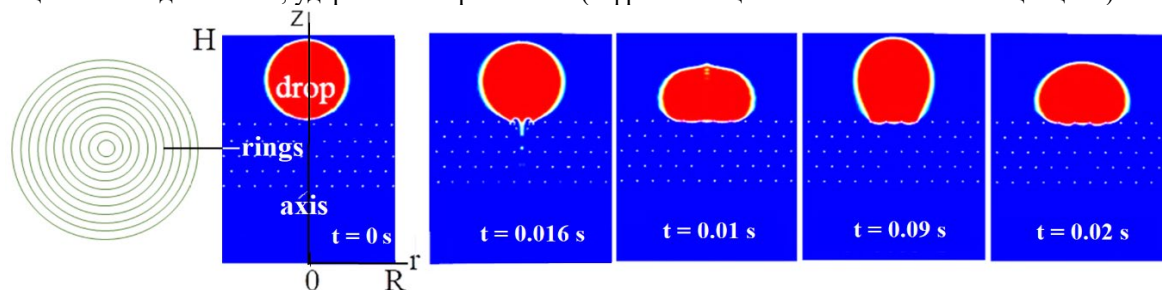


Рис.6. Слева: пакет колец (вид сверху), справа -расчётная область и удержание капли ($d_i=2.68\text{ мм}$, $v_i=0.1\text{м/сек}$) пакетом колец.

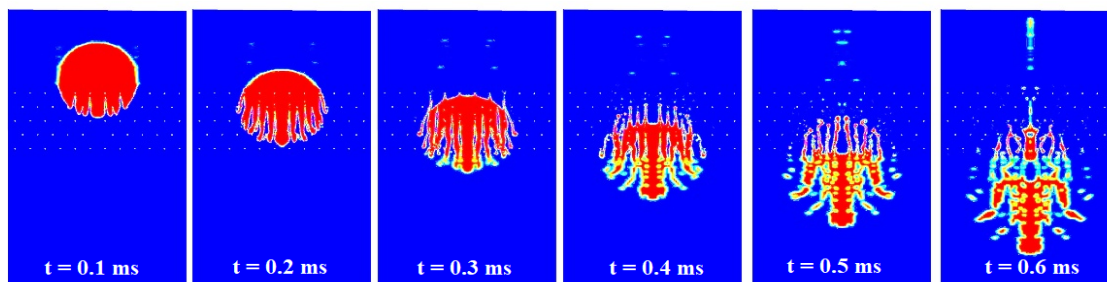


Рис. 7. Протекание капли через пакет колец ($d_i=2.68$ мм, $v_i=10$ м/сек).

ЛИТЕРАТУРА.

1. А.И. Федюшкин, А.Н. Рожков. Моделирование коалесценции капель // Математическое моделирование и численные методы. 2020. Т. 26, № 2, с. 46–58.
2. A. Rozhkov, B. Prunet-Foch, M. Vignes-Adler. Dynamics of a Liquid Lamella Resulting from the Impact of a Water Drop on a Small Target // Proceedings of The Royal Society. London. Series A., vol. 460, pp. 2681–2704, 2004.
3. A. Rozhkov, B. Prunet-Foch, A. Fedyushkin, M. Vignes-Adler. 2023 Fragmentation of water drops in collision with a small obstacle // Atomization and Sprays. 2023. V. 33. No 10. P. 1-15.
4. A.I. Fedyushkin, A.N. Rozhkov. The Study of a Drop Collision with an Obstacle // Advanced Hydrodynamics Problems in Earth Sciences. Earth and Environmental Sciences Springer Nature (Switzerland). 2023. pp. 21 - 42. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-031-23050-9_3.
5. A.I. Fedyushkin, A.N. Rozhkov. Criterion of drop fragmentation at a collision with a solid target (numerical simulation and experiment) // Journal of Physics: Conference Series. 2021. Vol. 2057, no. 1. 012129. DOI: 10.1088/1742-6596/2057/1/012129
6. A.I. Fedyushkin, A.N. Rozhkov. Numerical simulation of a drop collision with an obstacle // Процессы в геосредах. Изд. ООО "Кватернион", том 33, № 3, Москва, 2022, с. 1692 – 1703.
7. A.I. Fedyushkin, A.N. Rozhkov, A.O. Rudenko. Collision of water drops with a thin cylinder // Journal of Physics: Conference Series. 2021. Vol. 2057, no. 1. 012034. DOI: 10.1088/1742-6596/2057/1/012034
8. А.И. Федюшкин, А.Н. Рожков, А.О. Руденко, А.А. Гневушев, А.А. Пунтус. Режимы течения капли через отверстие // Материалы XIV Международной конференции по прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли (АММАИ'2022), 4-13 сентября 2022 г., Алушта, Москва, 2022, с. 101-103.
9. А.И. Федюшкин. Обтекание капель воды пакета тонких колец // Материалы XIV Международной конференции по прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли (АММАИ-2022), 4-13 сентября 2022 г., Алушта, Москва, 2022, с. 98-100.

СИММЕТРИЗАЦИЯ ТЕЧЕНИЯ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ В ПЛОСКОМ ДИФфуЗОРЕ ²

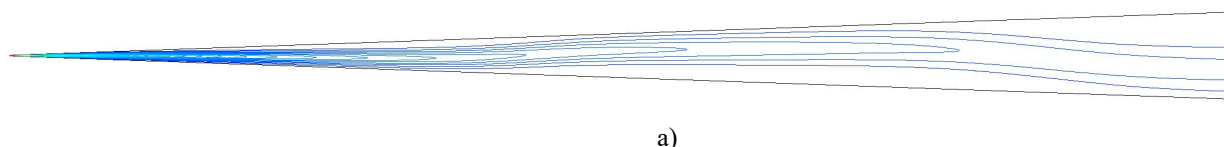
А.И. Федюшкин, А.А. Гневушев, А.С. Захаров
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва

Решение задачи о течении вязкой несжимаемой жидкости в плоском диффузоре при малых числах Рейнольдса было получено независимо Джеффри [1, 2] и Гамелем [3, 4] более ста лет назад. Известно, что течение вязкой несжимаемой жидкости в плоском диффузоре при малых числах Рейнольдса симметрично, но при увеличении чисел Рейнольдса выше критического Re течение теряет симметрию, оставаясь стационарным и асимметричным (рис. 1а, постановка задачи аналогична [9]), а при превышении Re^{**} асимметричное течение становится колебательным, переходя затем в турбулентный режим. Изучение нелинейных режимов ламинарных течений жидкости и газа в диффузоре, например, таких, как асимметричность и перемежаемость потока, имеет большое фундаментальное и практическое значение. Однако перемежаемость и асимметрия ламинарных стационарных течений в диффузоре изучена недостаточно по сравнению с турбулентными режимами течения. Обзор работ по решению задачи Джеффри – Гамеля и обобщение на основе группового анализа даны в работе [5], где указывается о возможных неединственности в стационарных решениях задачи Джеффри – Гамеля, то есть на возможность асимметричности и перемежаемости потока в жидкости в диффузоре. Авторами работ [6-7] были найдены обобщения решения задачи Джеффри-Гамеля, приведены одно-, двух- и трех-модовые бифуркационные решения, указывающие на наличие несимметричных стационарных решений (течений) для определенных диапазонов чисел Рейнольдса и углов раствора диффузора. В работе [8] численно показано влияние угла раствора и удлинения диффузора на асимметрию течения в плоском диффузоре и сказано, что наложение периодических вибраций на входной поток могут симметризовать поток, но это нуждается в более детальном исследовании. В работах [9-11] на основе численного решения уравнений Навье-Стокса для вязкой несжимаемой жидкости были изучены ламинарные симметричные и асимметричные стационарные и переходные режимы течения в плоском диффузоре с малым углом раствора и указаны диапазоны существования данных режимов течения жидкости в диффузоре в зависимости от значений числа Рейнольдса.

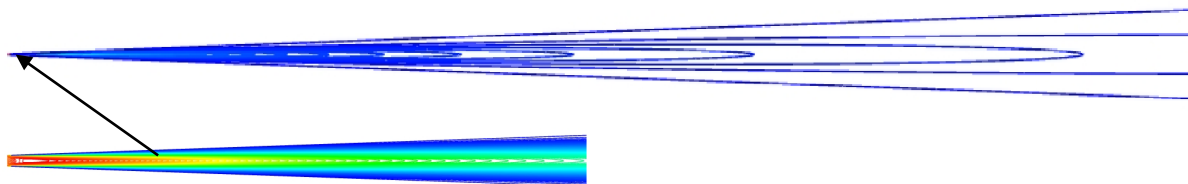
В данной работе показано влияние слабого гармонического вибрационного воздействия на скорость входного потока V_{inlet} вязкой несжимаемой жидкости в плоский диффузор с малым углом раствора β на симметризацию асимметричного течения, которое наблюдается при отсутствии вибрационного воздействия. В работе представлено два способа симметризации течения вязкой жидкости в плоском диффузоре: 1 – вибрационным воздействием на скорость входного потока, 2 – вибрационного воздействия на скорость течения со стороны твердых стенок диффузора по нормали к стенкам. Геометрия диффузора и постановка задачи аналогичны параметрам работы [9]. На рис. 1 показаны изолинии продольной компоненты скорости при $Re=279$ на установившемся режиме: а) – без вибрационного воздействия, б) при вибрационном воздействии со стороны стенок диффузора (внизу на рис. 1б) показаны изолинии продольной скорости в увеличенной части диффузора у входа) при $V_n=A\sin(2\pi ft)$, ($A=0.001\text{ м/с}$, $f=10\text{ Гц}$, $Re_{vibr}=0.02$). Результаты численного моделирования показали, что асимметричное течение в диффузоре можно слабыми периодическими воздействиями с интенсивностью менее 1% от интенсивности основного потока (рис.1-2).

Моделирование течения вязкой несжимаемой жидкости в плоском диффузоре проведено на основе численного решения уравнений Навье-Стокса для различных чисел Рейнольдса, различных амплитуд A и частот f при вибрационном периодическом воздействии на скорость потока на входе в диффузор V_{inlet} в виде: $V=V_{inlet}+A\sin(2\pi ft)$. На рис. 1-2 показано, что вибрационные воздействия даже при амплитудах менее 1% от скорости V_{inlet} , способны симметризовать течение в диффузоре.

Пример симметризации течения вязкой жидкости в плоском диффузоре с помощью вибрационного воздействием со стороны стенок диффузора $V_n=A\sin(2\pi ft)$ (где V_n – скорость воздействия со стороны стенок, направленная по нормали к стенкам) показан на рис. 2. На рис. 2 показаны профили средней по времени скорости (слева) и профили среднеквадратичного отклонения от безразмерной средней скорости (справа) для течения жидкости в плоском диффузоре для $Re=279$, $A=0.001\text{ м/с}$, $f=10\text{ Гц}$ ($Re_{vibr}=0.02$), где число Рейнольдса на входе в диффузор определено, как $Re=AV_{inlet}/\nu$, где l_{in} – длина дуги на входе в диффузор, а $Re_{vibr}=Al_{in}/\nu$ – число Рейнольдса вибрационного воздействия, безразмерные координата $y_{dimless}=y/l \sin(\beta/2)$, безразмерные компоненты скорости: $V_{x_dimless}=V_x/V_{x_{inlet}}$, $V_{y_dimless}=V_y/V_{x_{inlet}}$.

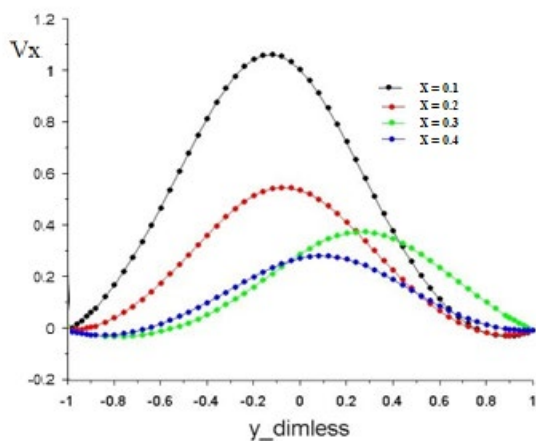


² Работа выполнена при поддержке гранта РНФ № 24-29-00101

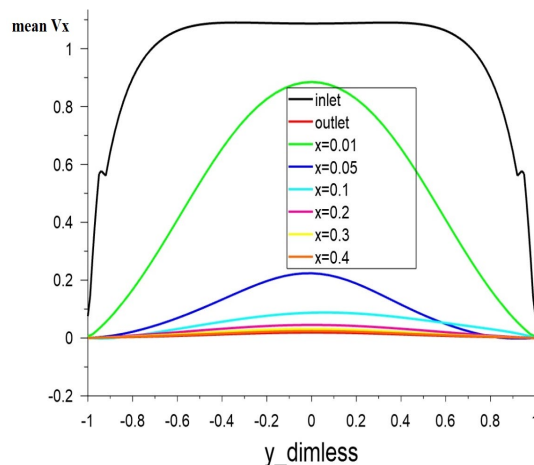


б)

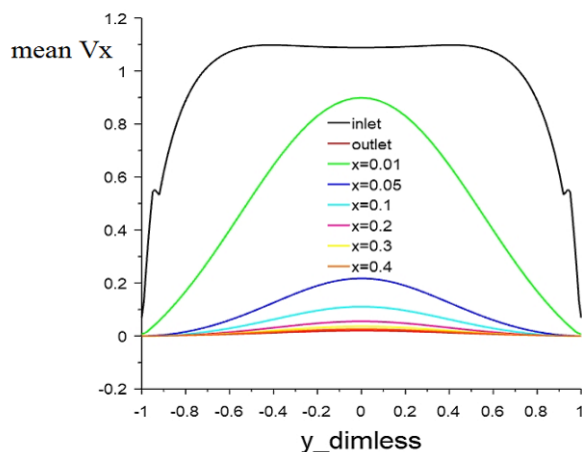
Рис. 1. Изолинии продольной компоненты скорости при $Re=279$ на установившемся режиме: а) – без вибрационного воздействия, б) при вибрационном воздействии со стороны стенок диффузора (внизу показана увеличенная часть у входа в диффузор) при $V_n = A \sin(2\pi ft)$, ($A=0.001 \text{ m/s}$, $f=10 \text{ Hz}$, $Re_{vibr}=0.02$).



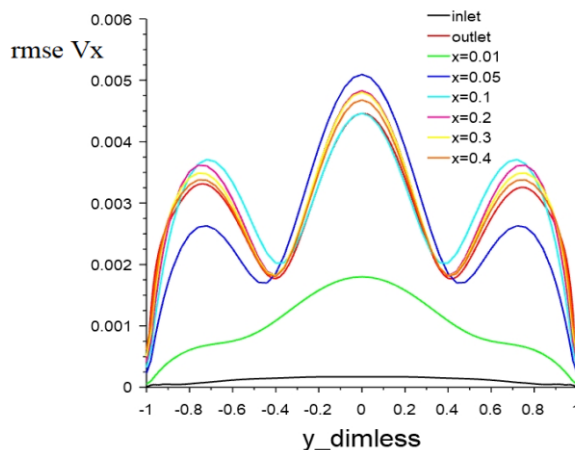
а)



б)



в)



г)

Рис. 2. Профили продольной компоненты скорости при $Re=279$ на установившемся режиме: а) – без вибрационного воздействия, б) – осреднённая скорость при вибрационном воздействии со стороны входного потока $V = V_{inlet} + A \sin(2\pi ft)$, ($V_{inlet} = 11.7 \text{ m/s}$, $A = 10 \text{ m/s}$, $f = 10 \text{ Hz}$, $Re_{vibr}=239$), в) – осреднённая скорость $mean V_x$ и г) – среднеквадратичное отклонение от средней скорости $mean V_x$ при вибрационном воздействии со стороны стенок диффузора $V_n = A \sin(2\pi ft)$, ($A=0.001 \text{ m/s}$, $f=10 \text{ Hz}$, $Re_{vibr}=0.02$).

При задании периодической скорости на входе $V_{inlet} = A \sin(2\pi ft)$ результаты моделирования показали существование кольцевого эффекта Ричарсона для периодического течения вязкой жидкости в диффузоре, который известен при периодическом течении в трубах [12].

Результаты численного моделирования показали два способа симметризации асимметричных ламинарных течений вязкой несжимаемой жидкости в плоском диффузоре при периодическом воздействии на скорость входного потока и при воздействии со стороны стенок диффузора. Показано, что симметризовать течения вязкой жидкости в диффузоре возможно с помощью слабого гармонического вибрационного воздействия (1% от скорости основного течения) со стороны входа или со стороны стенок диффузора.

ЛИТЕРАТУРА.

1. G.B. Jeffery. The two-dimensional steady motion of a viscous fluid// *Phil. Mag.* 1915. Ser.6. V29. № 172, pp. 455–465.
2. Дж. Б. Джеффри. Двумерное установившееся движение вязкой жидкости. Перевод с английского Д.В. Георгиевского (соредакторы перевода Л. Д. Акуленко, С. В. Нестеров). // *Нелинейная динамика*, 2009, Т.5, №1, 2009г., С.101–109.
3. G. Hamel. Spiralformige Bewegungen zäher Flüssigkeiten // *Jahres her. Deutsch. Math. Ver.* 1917. Bd 25. S. 34–60.
4. Г. Гамель. Спиралевидные движения вязкой жидкости, Перевод с немецкого С.В. Нестерова (соредакторы перевода Л.Д. Акуленко, Д.В. Георгиевский). // *Нелинейная динамика*, Т.5, № 1, 2009г., С.111–133.
5. В.В. Пухначёв. Симметрии в уравнениях Навье-Стокса // *Успехи механики*, 2006, Т. 4, № 1, С. 6–76.
6. Л.Д. [Акуленко](#), Д.В. [Георгиевский](#), С.А. [Кумакшев](#). Регулярно продолжаемые по числу Рейнольдса решения задачи Джеффри–Гамеля // *Известия РАН. МЖГ*. 2004. № 1. С. 15–32.
7. L.D. Akulenko, D.V. Georgievskii, S.A. Kumakshev. (2017). Multi-mode Symmetric and Asymmetric Solutions in the Jeffery–Hamel Problem for a Convergent Channel. In: Altenbach, H., Goldstein, R., Murashkin, E. (eds) *Mechanics for Materials and Technologies. Advanced Structured Materials*, vol 46. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-319-56050-2_1
8. Majid Nabavi. Three-dimensional asymmetric flow through a planar diffuser: Effects of divergence angle, Reynolds number and aspect ratio. *International Communications in Heat and Mass Transfer* 37. 2010, pp. 17–20.
9. А.И. Федюшкин. Переход течений вязкой несжимаемой жидкости в плоском диффузоре от симметричного к несимметричному и к нестационарному режимам // *Физико-химическая кинетика в газовой динамике*. Том 17, вып. 3, 2016.
10. А.И. Федюшкин, А.А. Пунтус. Нелинейные особенности ламинарных течений жидкости на Земле и в невесомости // *Труды МАИ*. 2018. № 102.
11. А.И. Федюшкин, А.А. Пунтус. Асимметрия и перемежаемость ламинарного течения вязкой несжимаемой жидкости в плоском диффузоре. "Модели и методы аэродинамики". Материалы XXII международной школы-семинара, Сочи, 4–9 сентября 2022г. М.: - ЦАГИ. 2022, с. 82–84.
12. Richardson EG and Tyler E (1929) The transverse velocity gradient near the mouths of pipes in which an alternating or continuous flow of air is established *Proc Phys Soc London* V. 42, No 1: 7–14 DOI: [10.1088/0959-5309/42/1/302](https://doi.org/10.1088/0959-5309/42/1/302)

ВЛИЯНИЕ ОБРАТНОЙ СТУПЕНЬКИ В СВЕРХЗВУКОВОМ КАНАЛЕ ТРУБЫ ЛЕОНТЬЕВА НА ЭНЕРГОРАЗДЕЛЕНИЕ

Д.Е. Хазов
НИИ механики МГУ, Москва

Энергоразделением называется самопроизвольный процесс перераспределения полной энергии (температуры) потока газа без совершения им технической работы и теплообмена с окружающей средой. В результате энергоразделения в потоке образуются «холодные» и «горячие» области.

В 1997 г. А.И. Леонтьевым было предложено устройство безмашинного энергоразделения, впоследствии получившее название «труба Леонтьева» [1]. Работа трубы Леонтьева (рис. 1) основана на деформации профиля температуры торможения в пограничном слое высокоскоростного потока газа. Как показано в работе [2], в основе рассматриваемого в данной работе метода энергоразделения лежит дисбаланс между тепловыми потоками, выделяемыми за счёт действующих сил вязкости, и рассеивающимися за счёт механизма теплопроводности.

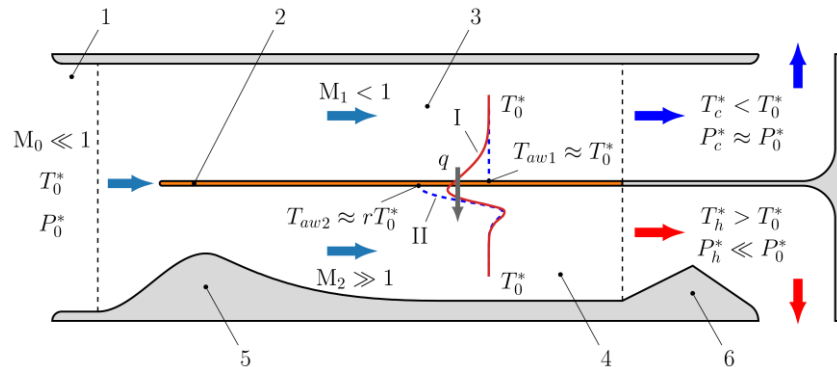


Рис 1. Схема трубы Леонтьева: 1 — форкамера, 2 — разделительная стенка, 3 — дозвуковой поток, 4 — сверхзвуковой поток, 5 — сверхзвуковое сопло, 6 — сверхзвуковой диффузор. Распределение температуры торможения в пограничном слое в случае теплопроводной разделительной стенки (I), в случае теплоизолированной стенки (II)

Количественными характеристиками процесса энергоразделения являются разности между среднemasсовыми температурами торможения газового потока на «горячем» T_h^* и «холодном» T_c^* выходах и на входе устройства T_0^* :

$$\begin{aligned} \Delta T_h^* &= T_h^* - T_0^*; \\ \Delta T_c^* &= T_c^* - T_0^*. \end{aligned} \quad (1)$$

Указанный выше механизм приводит к тому, что температура теплоизолированной стенки (2), обтекаемой потоком сжимаемого газа, может существенно отличаться от температуры торможения ядра потока.

$$T_{aw} = T_\infty^* \frac{1 + r \frac{k-1}{2} M_\infty^2}{1 + \frac{k-1}{2} M_\infty^2}. \quad (2)$$

Как видно из (2) температура теплоизолированной стенки зависит от числа Маха и, соответственно, температуры стенок будут отличаться для до- и сверхзвуковых потоков. Именно эта разность температур стенок и является причиной возникновения теплообмена между сверхзвуковым и дозвуковым потоками (см. рис. 1).

Возможность работы такого устройства подтверждена как экспериментально, так и численно. В работах [3]–[5] приведены результаты экспериментальных исследований трубы Леонтьева. В работах [6]–[8] предложены одномерные модели трубы Леонтьева. Также предпринимались попытки многомерного (2D/3D) моделирования процессов, происходящих в устройстве. Среди них можно выделить [8], [9].

Одним из основных способов увеличения уровня энергоразделения (разности температур (1)) в трубе Леонтьева является уменьшение коэффициента восстановления температуры r (см. (2)). Т.к. именно r позволяет влиять на значение температуры восстановления, помимо числа Маха. Именно на исследование таких возможностей и направлена данная работа.

Одним из способов влияния на значение коэффициента восстановления температуры в сверхзвуковом потоке является градиент давления. Стоит отметить, что количество работ на данную тематику весьма ограничено.

В работе [10] исследованы параметры трения и теплообмена в пограничном слое при турбулентном обтекании обратной ступеньки ($h = 24.4$ мм) сверхзвуковым потоком при числе Маха $M_\infty = 2.44$. Показано, что за ступенькой коэффициент восстановления уменьшается до $r = 0.82$ по сравнению с гладкой стенкой $r/r_0 = 0.94$.

В работе [11] исследован коэффициент восстановления температуры в сверхзвуковом потоке за уступом ($h = 20$ мм), расположенным по потоку. Число Маха набегающего потока составляло $M_\infty = 1.8$. Зафиксировано снижение коэффициента восстановления $r/r_0 = 0.97$ по сравнению с гладкой стенкой.

Приведённые выше исследования показывают, что при сверхзвуковом обтекании обратной ступеньки возможно уменьшить коэффициент восстановления температуры.

В настоящей работе рассматривалось сверхзвуковое течение за обратной ступенькой (см. рис. 2). Задача моделировалась в двумерной постановке с помощью ANSYS Fluent.

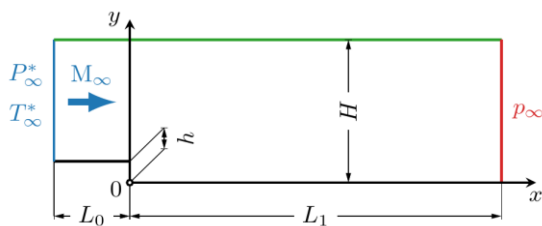


Рис 2. Расчётная область

Для валидации разработанных математических моделей использовались данные работ [12], [13], в которых приведены результаты экспериментального исследования обтекания сверхзвуковым потоком $M_\infty = 2$ обратной ступеньки. Высота ступеньки составляла $h = 3.175$ мм. Как результат валидации на рис. 3 приведено сопоставление замеренных и рассчитанных эпюр температур в различных сечениях.

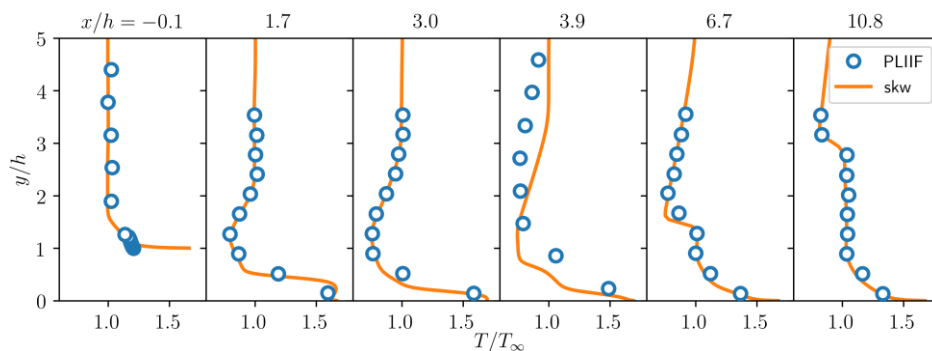


Рис. 3. Сопоставление профилей температуры в различных сечениях.
Символы — эксперимент [13], сплошные линии — расчёт

В работе [14] экспериментально исследовано течение сверхзвукового потока $M_\infty = 2.2$ в следе за обратным уступом. Высота уступа варьировалась $h = 8, 12$ и 20 мм. В эксперименте были измерены параметры на стенке.

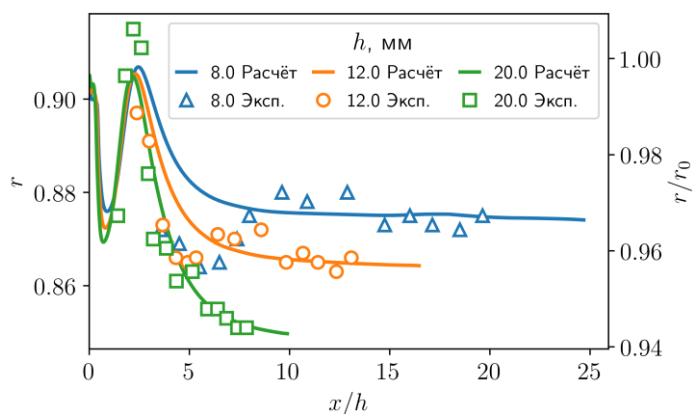


Рис. 4. Распределение коэффициента восстановления на стенке за ступенькой.
Символы — эксперимент [14], кривые — расчёт

На рис. 4 показано сопоставление экспериментальных и расчётных распределений коэффициента восстановления за ступенькой. Кроме того, на рис. 4 помимо основной оси ординат (слева), на которой отложены абсолютные значения коэффициента восстановления r , приведена также дополнительная ось (справа), на которой показано изменение коэффициента восстановления по сравнению с плоской стенкой r/r_0 . Из рисунка видно, что коэффициент восстановления понижается за ступенькой и сохраняет своё значение на значительном расстоянии вниз по потоку.

Для предельных оценок влияния коэффициента восстановления на энергоразделение в трубе Леонтьева удобно воспользоваться одномерной моделью, разработанной в [7]. Модель оперирует отношением

температур (энтальпий) торможения η на входе и выходах устройства и сводится к двум обыкновенным дифференциальным уравнениям.

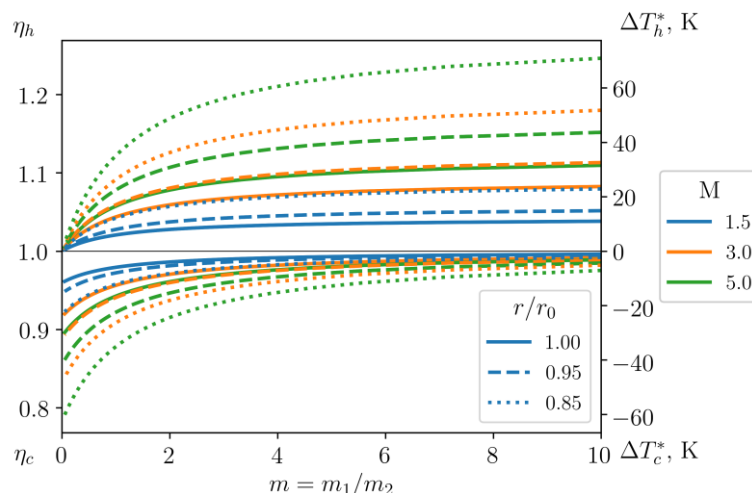


Рис. 5. Нагрев сверхзвукового и охлаждение дозвукового потоков в трубе Леонтьева в зависимости от соотношения расходов и при разных значениях коэффициента восстановления

На рис. 5 показаны результаты расчёта для трубы Леонтьева, представляющей собой систему коаксиальных каналов, во внутреннем канале (сверхзвуковом) реализуется течение с постоянным по длине числом Маха. В зависимости от соотношения расходов для до- и сверхзвукового каналов m_1/m_2 (см. рис. 1) показаны нагрев сверхзвукового ΔT_h^* (или η_h) и охлаждение ΔT_c^* (или η_c) дозвукового потоков при различных числа Маха. Сплошными линиями показаны данные для гладкого канала $r/r_0 = 1$, а штриховыми — для канала с коэффициентом восстановления $r/r_0 = 0.95$. Как видно из рисунка, снижение коэффициента восстановления на 5% приводит к увеличению разниц температур торможения (1) почти в 1.5 раза.

Работа выполнена по государственному заданию МГУ № гос. рег.: AAAA-A19-119012990115-5.

ЛИТЕРАТУРА.

1. Леонтьев А.И. Температурная стратификация сверхзвукового газового потока // Доклады Академии наук. 1997. Т. 354. С. 475–477.
2. Eckert E.R.G. Cross transport of energy in fluid streams // Wärme- und Stoffübertragung. Springer Science; Business Media LLC, 1987. Vol. 21, № 2-3. P. 73–81.
3. Здитовец А.Г., Титов А.А. Экспериментальное исследование газодинамического метода безмашинного энергоразделения воздушных потоков // Тепловые процессы в технике. 2013. № 9. С. 391–397.
4. Здитовец А.Г., Виноградов Ю.А., Стронгин М.М. Экспериментальное исследование безмашинного энергоразделения воздушных потоков в трубе Леонтьева // Тепловые процессы в технике. 2015. № 9. С. 397–404.
5. Leontiev A.I. et al. Experimental investigation of the machine-free method of temperature separation of air flows based on the energy separation effect in a compressible boundary layer // Experimental Thermal and Fluid Science. Netherlands, 2017. no. 88. P. 202–219.
6. Бурцев С.А. Исследование путей повышения эффективности газодинамического энергоразделения // Теплофизика высоких температур. 2014. Т. 52, № 1. С. 14–21.
7. Вигдорович И.И., Леонтьев А.И. Энергоразделение газов с малыми и большими числами Прандтля // Изв. РАН. МЖГ. 2013. № 6. С. 117–134.
8. Хазов Д.Е. Численное исследование безмашинного энергоразделения воздушного потока // Тепловые процессы в технике. 2018. Т. 10, № 1-2. С. 25–36.
9. Макаров М.С., Макарова С.Н. Эффективность энергоразделения при течении сжимаемого газа в плоском канале // Теплофизика и аэромеханика. 2013. Т. 20, № 6. С. 777–787.
10. Gadd G.E., Cope W.F., Attridge J.L. Heat-transfer and skin-friction measurements at a Mach number of 2.44 for a turbulent boundary layer on a flat surface and in regions of separated flow // R. & M. No. 3148. A.R.C. Technical Report. London, 1958. P. 42.
11. Thomann H. Measurements of heat transfer and recovery temperature in regions of separated flow at a Mach number of 1.8 // Flygtekniska Försökstanstalten, Rept. 82. Stockholm, 1959.
12. McDaniel J.C. et al. Transverse injection into Mach 2 flow behind a rearward-facing step: A 3-d, compressible flow test case for hypersonic combustor CFD validation // 3rd international aerospace planes conference. Orlando, FL. P. 38.
13. Eklund D.R. et al. A comparative computational/experimental investigation of Mach 2 flow over a rearward-facing step // Computers & Fluids. 1995. Vol. 24, № 5. P. 593–608.
14. Попович С.С. Аэродинамическое охлаждение стенки при течении сверхзвукового потока в следе за обратным уступом // Физико-химическая кинетика в газовой динамике, 2019. Т. 20, № 1. С. 1–11.

ОБ УЧЕТЕ СВОЙСТВА НЕОБРАТИМОСТИ ПО ВРЕМЕНИ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ТУРБУЛЕНТНОГО РЕЖИМА ТЕЧЕНИЯ

О.Н. Хатунцева

ПАО «Ракетно-космическая корпорация «Энергия» имени С.П. Королёва», МФТИ, г. Королёв

Уравнения Навье-Стокса (УНС) не позволяют в полной мере описывать основное свойство диссипативных процессов – их необратимость при изменении направленности времени, так как вязкие члены, отвечающие за этот механизм в УНС, стремятся к нулю при больших значениях числа Рейнольдса. Учет производства энтропии, возникающего в результате возбуждения дополнительных – стохастических степеней свободы в поле течения, позволяет решить эту проблему. Для этого фазовое пространство переменных дополняется переменной, характеризующей энтропию процесса S (см. [1-4]). Полная производная по времени для искомой функции $f = f(t, \vec{x}; S)$, записанная с учетом новой переменной S , принимает вид:
$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \sum_i \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{dx_i}{dt} + \frac{\partial f}{\partial S} \frac{dS}{dt},$$
 где выражение для энтропии, учитывающее стохастические

возмущения на всех возможных масштабах, представимо в виде: $S(t, \vec{r}; \tau) = -\int \phi[p(t, \vec{r}; \tau)] \ln \phi[p(t, \vec{r}; \tau)] d[p(t, \vec{r}; \tau)]$. В этом выражении функция $\phi[p(t, \vec{r}; \tau)]$ – это плотность вероятности реализации стохастического возмущения величины $p(t, \vec{r}; \tau)$ в заданный момент времени t в рассматриваемой точке пространства $\vec{r}$ на временном масштабе рассмотрения τ .

Чтобы избежать неопределенности при постановке начальных и граничных условий, обусловленной возможной неоднозначностью задания начального уровня отсчета энтропии, выражение для полной производной по времени можно представить через переменную, определяемую плотностью вероятности реализации случайной величины [1-4]:

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \sum_i \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{dx_i}{dt} + \frac{\partial f}{\partial \tilde{S}} \frac{d\tilde{S}}{dt}, \text{ где } \tilde{S}(p) = -\phi(p) \ln \phi(p).$$

Последнее слагаемое в этом выражении становится ненулевым только в том случае, когда в рассматриваемой системе осуществляется производство энтропии: $dS/dt > 0$. В соответствии со вторым законом термодинамики, оно всегда неотрицательно независимо от направленности протекания процесса, поэтому при изменении направления течения времени, член: $\dot{S} \partial f / \partial \tilde{S}$, остается тем же самым, а все остальные слагаемые, входящие в полную производную по времени, меняют знаки. В результате для систем, в которых производство энтропии ненулевое, теряется свойство обратимости по времени.

Введя обозначение: $dS/dt = 1/\tau$, где τ – временной масштаб, на котором происходит необратимое изменение энтропии стохастической системы на единицу, и, учитывая, что влияние на выделенную область внешних воздействий не изменяется, можно констатировать, что если в детерминированном случае верно

выражение: $df/dt = \hat{A}f$, то в случае реализации стохастического процесса соотношение для нахождения функции $f = f(t, \vec{x}, \tilde{S})$ можно записать в виде:
$$\frac{\partial f}{\partial t} + \sum_i \dot{x}_i \frac{\partial f}{\partial x_i} + \frac{1}{\tau} \frac{\partial f}{\partial \tilde{S}} = \hat{A}f.$$

Для решения гидродинамической задачи в приближении несжимаемой жидкости, с учетом возможного существования стохастического процесса, достаточно рассмотреть систему уравнений, состоящую из уравнения неразрывности (которое для несжимаемой жидкости не изменяется при расширении фазового пространства за счет введения дополнительной «стохастической» переменной) и модифицированных УНС [1-2]. В такой постановке решены задачи Хагена-Пуазейля, плоского течения Пуазейля и плоского течения Куэтта. Во всех этих задачах найдены два решения, одно из которых соответствует ламинарному режиму течения, второе – турбулентному. Проведено сравнение «турбулентных» решений с имеющимися экспериментальными данными.

ЛИТЕРАТУРА.

1. О.Н. Хатунцева. Обобщенное аналитическое решение плоской задачи Пуазейля для турбулентного режима течения несжимаемой жидкости // Труды МАИ. 2022. № 123.
URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=165492>
2. О.Н. Хатунцева. О нахождении обобщенного аналитического решения плоской задачи Куэтта для турбулентного режима течения жидкости // Труды МАИ. 2022. № 122.
URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=164194>
3. О.Н. Хатунцева, А.М. Шувалова. О дополнительных «многомасштабных» критериях подобия для экспериментальной отработки изделий аэрокосмической техники // Вестник Московского авиационного института. 2023. Т.30. №1. С. 91-97. DOI: 10.34759/vst-2023-1-91-97.
4. О.Н. Хатунцева. Учет производства энтропии в системе уравнений Навье-Стокса при описании турбулентного течения вязкой сжимаемой теплопроводной жидкости // Труды МАИ. 2023. № 131.
URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=175916>, DOI: 10.34759/trd-2023-131-10

О ПЕРЕХОДАХ К НЕУСТОЙЧИВОСТИ ФИЛЬТРАЦИОННЫХ ТЕЧЕНИЙ

Г.Г. Цыпкин

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва

Интерес к исследованию устойчивости течений в пористых средах обусловлен множеством приложений. При разработке нефтяных месторождений методом вытеснения неустойчивость поверхности раздела нефть-вода приводит к образованию остаточной нефти. Классический пример неустойчивости поверхности, разделяющей две жидкости с разными свойствами, представлен в работе [1]. Неустойчивость поверхности раздела вода-нефть вызвана различием вязкостей, когда более вязкая жидкость вытесняется менее вязкой. В результате образуются пальцы менее вязкой жидкости, проникающие в область более вязкой жидкости. Неустойчивости течений растворов в почвах и грунтах приводит к засолению почв и проникновению вредных примесей в водоносные горизонты [2-4]. Изучение устойчивости течений в геотермальных резервуарах обусловлено необходимостью обеспечения стабильной работы геотермальных станций, а также исследованием условий возникновения «тепловой трубы», когда формируется интенсивный конвективный перенос тепла к поверхности Земли от глубинного источника [5,6].

Естественно предположить, что исследование линейной устойчивости гидродинамических течений должно давать ответы на два вопроса. Во-первых, определить области параметров, соответствующие устойчивости и неустойчивости течений. Во-вторых, найти критическое волновое число, при котором происходит переход к неустойчивости. Это критическое волновое число отвечает наиболее неустойчивой моде малых возмущений, а ее линейный масштаб является характерным размером в начальный момент времени растущего со временем нелинейного возмущения.

В результате исследований методом нормальных мод линейной устойчивости фильтрационных течений были представлены типы возможных переходов к неустойчивости. Найдено, что для выбранного течения и соответствующего ему дисперсионного уравнения, тип перехода к неустойчивости может зависеть от выбора параметра, изменения которого приводят к неустойчивости поверхности раздела. Было получено, что переход к неустойчивости может реализовываться при различных значениях волновых чисел: конечных [4,6], бесконечных [6-8], нулевых [4,6,9], а также возможен переход к неустойчивости одновременно при всех значениях волнового числа [1,6]. В последнем случае переход к неустойчивости называется спонтанным.

Дисперсионные кривые, соответствующие различным типам неустойчивости

При спонтанном переходе используемая математическая модель течения не выделяет наиболее неустойчивую моду, соответственно, не дает полного описания процесса развития неустойчивости. После возникновения неустойчивости наиболее быстрорастущая мода соответствует бесконечно большому волновому числу. Характерное качественное поведение дисперсионных кривых при изменении параметра, влияющего на устойчивость, отражено на левом рисунке 1. Переход такого рода описан, например, в работе [1]. В работе [10] описывается неустойчивость в грунте с градиентом капиллярного давления, когда над областью водонасыщенного грунта находится область влажного воздуха. Тогда, положение поверхности раздела при испарении, в системе легкая жидкость над тяжелой, становится неустойчивым при снижении давления в водоносном горизонте, расположенном ниже водонасыщенной области (правый рис.1).

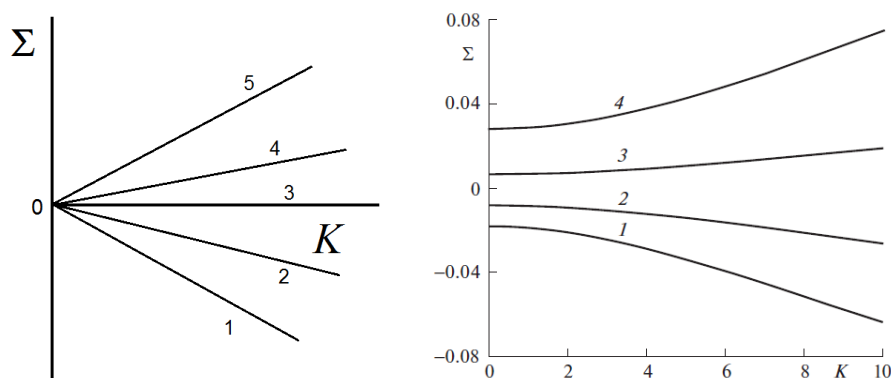


Рис. 1. Спонтанные переходы к неустойчивости.

Здесь результаты исследования линейной устойчивости приводят, в том числе, к переходу при бесконечно больших волновых числах, соответствующих бесконечно малым линейным размерам возмущения. Тогда можно утверждать, что используемая математическая модель не дает полного описания перехода к неустойчивости, поскольку приближение механики сплошной среды и теории фильтрации применимо только в тех случаях, когда характерный масштаб задачи много больше микромасштаба. Следовательно, в этом случае требуется модификация математической модели.

Близким переходом по основному свойству является переход к неустойчивости, когда через ось $\Sigma = 0$ первой переходит бесконечно удаленная точка. При этом, часть дисперсионной кривой может оставаться ниже оси абсцисс, когда волновое число K расположено в окрестности начала координат [7], как показано на рис. 2.

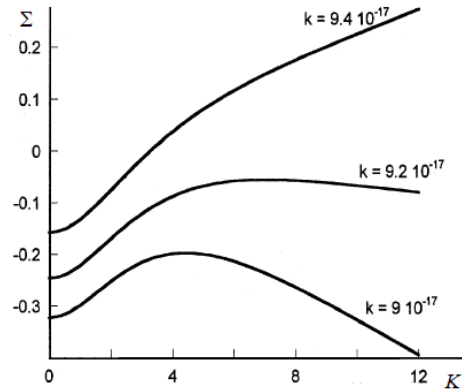


Рис. 2. Переход к неустойчивости при бесконечном волновом числе.

Было получено, что в некоторых задачах базовое стационарное решение может быть двузначным [4,10]. Тогда, при изменении параметров потеря неустойчивости происходит при нулевом волновом числе и всегда сопровождается слиянием двух базовых стационарных решений, которые возмущаются. При этом, стационарное решение перестает существовать.

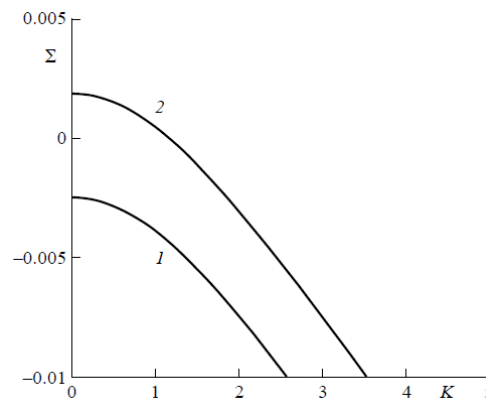


Рис. 3. Переход к неустойчивости при нулевом волновом числе.

Были найдены режимы перехода к гравитационной неустойчивости фронта кипения воды при расположении области воды над областью пара, когда переход в неустойчивое состояние реализуется при конечном волновом числе [7] (рис.4). Дисперсионная кривая пересекает ось $\Sigma = 0$ при конечном волновом числе при увеличении проницаемости k . Дальнейшее увеличение проницаемости приводит к тому, что наиболее быстрорастущей модой становится мода, соответствующая бесконечно большому волновому числу. Значение критического волнового числа определяет характерный размер наиболее неустойчивого возмущения, развитие которого на нелинейной стадии приводит к образованию “пальцев”.

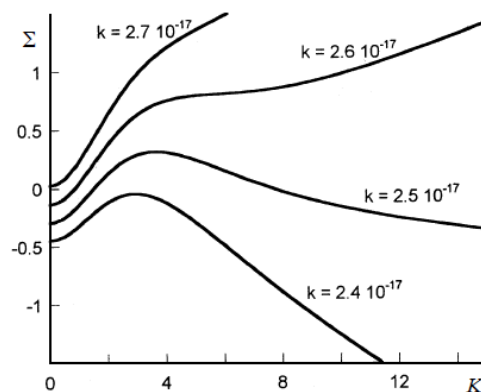


Рис. 4. Переход к неустойчивости при конечном волновом числе.

Пример перехода к неустойчивости при конечном волновом числе

Рассмотрим детальнее достаточно простую полубесконечную одномерную задачу о закачке воды в высокотемпературный геотермальный пласт, насыщенный перегретым паром (рис. 5). Исследуем устойчивость движущегося плоского фронта фазового перехода вода-пар, разделяющего области, насыщенные водой и паром, с начальной температурой T_0 и давлением P_0 [11]. Если для закачивающей скважины, расположенной в точке $x=0$, задать постоянный расход, то скорость фронта также будет постоянной. Тогда одномерная задача имеет решение типа бегущей волны со скоростью V , а искомые функции температуры и давления в обеих областях зависят от одной подвижной координаты $\xi = x - Vt$, связанной с фронтом кипения. Основные уравнения переноса в обеих областях следуют из законов сохранения, закона фильтрации Дарси и термодинамических соотношений. Решения уравнений для температуры и давления выражаются через экспоненциальную функцию. Условия на движущейся поверхности фазового перехода представляют собой балансовые соотношения и замыкаются уравнением Клаузиуса – Клапейрона, связывающего температуру кипения с давлением кипения. Подставляя полученные решения в балансовые соотношения на фронте, находим скорость фронта, давление и температуру на поверхности раздела для базового стационарного решения.

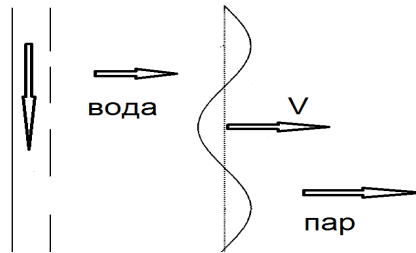


Рис. 5. Схема задачи о закачке воды в геотермальный пласт

Исследуем устойчивость полученного решения в виде бегущей волны методом нормальных мод. Представим искомые функции в виде суммы стационарного решения и возмущений $P = P(\xi, z, t) = P_{st} + \delta P$, $T = T(\xi, z, t) = T_{st} + \delta T$. Возмущения поверхности раздела, температуры и давления имеют вид

$$\eta = \eta' \exp(ikz + \sigma t), \eta' = \text{const}, \delta T = T'(\xi) \exp(ikz + \sigma t), \delta P = P'(\xi) \exp(ikz + \sigma t).$$

Находим решения для возмущений и подставляем в линеаризованные условия на поверхности фазового перехода. Из нетривиальности решения системы полученных однородных уравнений для амплитуд следует дисперсионное уравнение $D(K, \Sigma) = 0$, где K и Σ – безразмерные волновое число и скорость роста (затухания) возмущений.

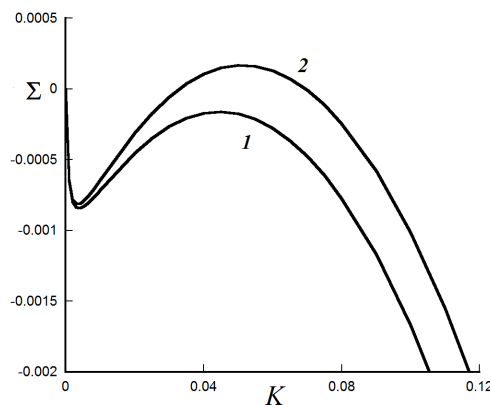


Рис. 6. Переход к неустойчивости с увеличением начальной температуры геотермального резервуара. 1,2: $T_0 = 579, 580$ К.

Аналитически доказано, что возмущения затухают при волновом числе, стремящемся к бесконечности как в случае устойчивости, так и в случае неустойчивости фронта. В общем случае дисперсионное уравнение $D(K, \Sigma) = 0$ исследовалось численно. Результаты расчетов приведены на рис. 6 и 7. Характерный вид дисперсионных кривых изображен на рис. 6. Видно, что увеличение температуры приводит к неустойчивости фронта. Также к неустойчивости приводит увеличение проницаемости и уменьшение начального давления в области перегретого пара. В последних двух случаях качественное поведение дисперсионных кривых при переходе к неустойчивости совпадает с представленным на рис. 6.

На рис. 7 проиллюстрированы зависимости критического волнового числа и характерного размера наиболее неустойчивого возмущения от проницаемости пород. Вычисленное критическое волновое число

K_{cr} позволяет определить характерный масштаб L_{cr} наиболее неустойчивого возмущения, который находится из соотношения $L_{cr} = \pi a / K_{cr} V$ (a – коэффициент температуропроводности). Как показывают численные эксперименты, критическое волновое число убывает с ростом проницаемости. Характерный размер L_{cr} , определяемый данной формулой, обратно пропорционален критическому волновому числу, но скорость V существенно зависит от проницаемости. Поэтому L_{cr} качественно ведет себя также как критическое волновое число, возрастая с уменьшением проницаемости. Кривые 1 и 2 соответствуют двум различным скоростям инъекции воды в пласт, соответствующим граничному условию $(grad P)_{x=0} = 1$ и 0.5 атм/м.

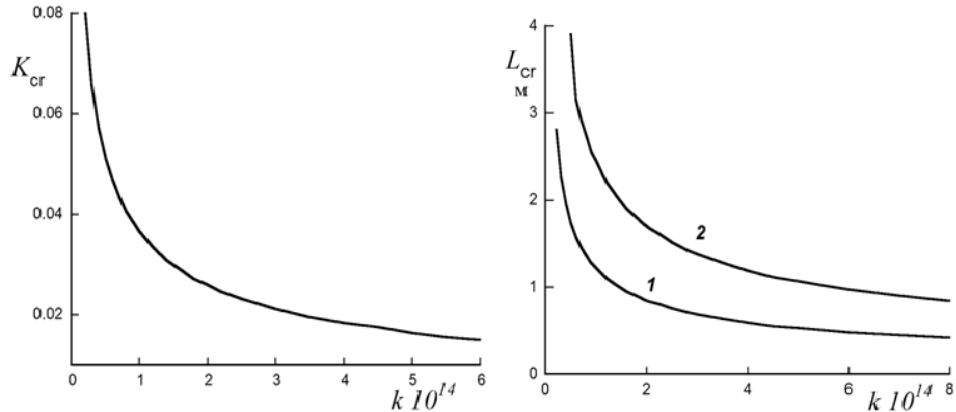


Рис. 7. Зависимости критического значения волнового числа и характерного линейного размера наиболее неустойчивого возмущения от проницаемости

В представленном примере показано, что переход к неустойчивости реализуется при конечном волновом числе. Возмущения, соответствующие бесконечно большому или бесконечно малому линейному размеру, затухают при любых значениях параметров. В неустойчивом случае найденное волновое число определяет размер растущего возмущения, который, при характерных значениях параметров, составляет порядка одного метра.

В работах [6–8] в линейном приближении получены переходы к неустойчивости при бесконечно больших волновых числах, соответствующих бесконечно малым линейным размерам возмущения. Можно утверждать, что используемая математическая модель не дает полного описания перехода к неустойчивости, поскольку приближение механики сплошной среды и теории фильтрации применимо только в тех случаях, когда характерный масштаб задачи много больше микромасштаба. Следовательно, в этом случае требуется модификация математической модели.

В приведенных выше примерах в качестве основного уравнения использовался классический закон Дарси, который применим для описания крупномасштабных процессов. Для описания мелкомасштабных процессов воспользуемся обобщенным уравнением фильтрации Бринкмана.

Переход к неустойчивости течения, описываемого уравнением Бринкмана

Рассмотрим задачу о добычи нефти из месторождения с газовой шапкой. При падении давления в нефтяном пласте, вызванного откачкой нефти, может развиваться неустойчивость движущейся вниз поверхности раздела газ-нефть [12]. При использовании уравнения Дарси, которое хорошо описывает крупномасштабные процессы, неустойчивость возникает при бесконечно больших волновых числах. В качестве уравнения движения используем уравнение Бринкмана, которое имеет вид

$$-\text{grad}(P + \rho g z) - \frac{\mu}{k} \vec{v} + \mu_e \Delta \vec{v} = 0$$

Если положить эффективную динамическую вязкость μ_e равной нулю, то данное уравнение переходит в закон фильтрации Дарси. В рамках уравнения Бринкмана, дисперсионные кривые исследуемой задачи имеют вид, изображенный на рис.8. Из эволюции вида кривых следует, что данный переход к неустойчивости формально можно отнести к спонтанному переходу, когда одновременно все моды становятся неустойчивыми. Однако важно заметить, что после возникновения неустойчивости наиболее быстрорастущая мода соответствует конечному волновому числу, а скорость роста (затухания) возмущений Σ стремится к нулю при стремлении волнового числа K к бесконечности. Соответственно, при больших волновых числах K , чем меньше размер возмущений, тем медленнее они растут. В этом смысле можно считать, что математическая модель, использующая обобщенное уравнение фильтрации Бринкмана, корректно описывает переход к неустойчивости.

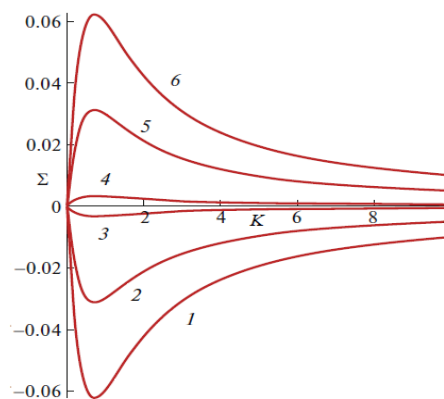


Рис. 8. Переход к неустойчивости с наиболее быстрорастущей модой, соответствующей конечному волновому числу.

Влияние дополнительного члена в уравнении Бринкмана на устойчивость также рассматривалось для задачи испарения слоя воды, расположенного над подземным сооружением, отделенными породами, насыщенными влажным воздухом [13]. Было получено, что использование уравнения Бринкмана устраняет неограниченность скорости роста возмущений для поверхности раздела на малых масштабах, что имеет место в случае закона Дарси. В приближении Бринкмана в случае неустойчивости наиболее неустойчивая мода соответствует конечному значению волнового числа (рис.8).

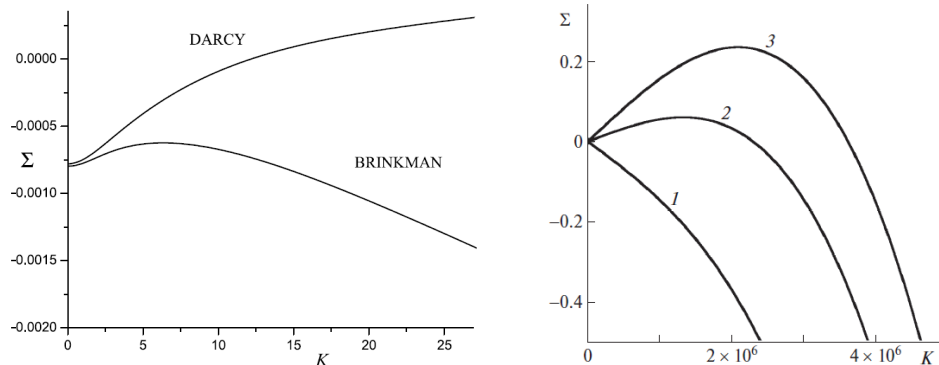


Рис. 8. Сравнение дисперсионных кривых для приближений Дарси и Бринкмана, а также переход к неустойчивости с быстрорастущей модой, соответствующей конечному волновому числу.

Численные эксперименты показали, что поверхность раздела становится более устойчивой в приближении Бринкмана, как это проиллюстрировано на рис.9, где на плоскости давление – проницаемость представлены маргинальные кривые устойчивости. Следует подчеркнуть, что хотя приближение Дарси не дает корректного описания перехода к неустойчивости, но условия возникновения неустойчивого режима течения описывает с достаточной точностью.

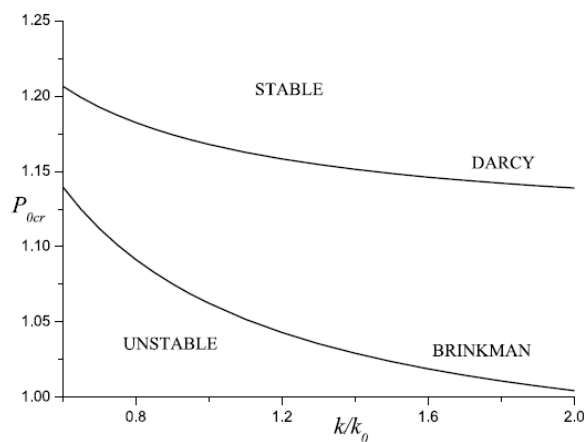


Рис. 9. Маргинальные кривые устойчивости.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 21-11-00126

ЛИТЕРАТУРА.

1. P.G. Saffman, G. Taylor. The penetration of a fluid into a porous medium or Hele-Shaw cell containing a more viscous liquid // *Proc. R. Soc. Lond. A*. 245. 1958. 312–329.
2. G.H. De Rooij Modeling fingered flow of water in soils owing to wetting front instability: a review // *J. of Hydrology*. 2000. V.231–232. 277–294
3. S.M.S. Shokri-Kuehni, B. Raaijmakers, T. Kurz, et al. Water table depth and soil salinization: from pore-scale processes to field-scale responses // *Water Res. Res.* 2020. V.56. N2.
4. Г.Г. Цыпкин Об устойчивости поверхностей испарения и конденсации в пористой среде // *Изв. РАН. МЖГ*. 2017. N 6. 70–78.
5. G. Schubert, J.M. Straus. Gravitational stability of water over steam in vapor-dominated geothermal system // *J. Geophys. Res.* 1980. V. 85. 6505–6512.
6. G.G. Tsyppkin, A.T. Il'ichev. Gravitational stability of the water-vapor phase transition interface in geothermal systems // *Transp. Porous Media*. 2004. V.55. 183–199.
7. A.T. Il'ichev, G.G. Tsyppkin. Transition to instability of the interface in geothermal systems // *Eur. J. Mech. B/Fluids*. 2005. V.24. N4. 491–501.
8. Z. H. Khan, D., Pritchard. Liquid–vapour fronts in porous media: Multiplicity and stability of front positions // *Int. J. Heat Mass Transfer*. 2013. V.61. 1–17.
9. V.A. Shargatov, A.T. Il'ichev, G.G. Tsyppkin. Dynamics and stability of moving fronts of water evaporation in a porous medium // *Int. J. Heat Mass Transfer*. 2015. V.83. 552–561.
10. A.T. Il'ichev, G.G. Tsyppkin. Catastrophic transition to instability of evaporation front in a porous medium // *Eur. J. Mech. B/Fluids*. 2008. V. 27. N 6. 665–677.
11. Г.Г. Цыпкин. Исследование перехода к неустойчивости фронта кипения воды при инжекции в геотермальный резервуар // *Теор. Мат. Физ.* 2022. Т. 211. № 2. 347–357.
12. Г.Г. Цыпкин, В.А. Шаргатов. Линейная устойчивость фильтрационного течения с поверхностью раздела газ-нефть в рамках подхода Бринкмана // *Изв. РАН. МЖГ*. 2022. № 3. 56–64.
13. A.T. Il'ichev, G.G. Tsyppkin. Stability of the interface in a porous medium in the framework of Darcy's and Brinkman's approximations // *Transport in porous media*. 2023. V.148. 317–333.

ВИБРАЦИОННО-КОНВЕКТИВНЫЕ ТЕЧЕНИЯ КОЛЛОИДНОЙ СУСПЕНЗИИ В ЯЧЕЙКЕ ХЕЛЕ-ШОУ

И.Н. Черепанов, Б.Л. Смородин

Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермь

Рассмотрим влияние вертикальных вибраций с амплитудой a и частотой Ω (Рис. 1) на конвекцию коллоидной суспензии в ячейке Хеле-Шоу (толщина ячейки $2d$, высота $H=20d$ и длина $L=40d$), расположенной в поле тяжести. Вертикальный градиент температуры приложен к узким граням ячейки $dT_0/dz = -\theta/H = -\theta/d$. Поток вещества на границах обращается в ноль. Уравнение состояния коллоидной суспензии при слабом отклонении температуры T и массовой концентрации тяжелой примеси C от некоторых средних значений $\bar{T}$, $\bar{C}$ можно аппроксимировать линейной зависимостью: $\rho = \rho_0(1 - \alpha(T - \bar{T}) + \beta(C - \bar{C}))$, где α – температурный, а β – концентрационный коэффициенты расширения.

Используем в качестве масштабов длины – d , времени – d^2/χ , скорости – χ/d , температуры – θ , концентрации – $\alpha\theta/\beta$, (χ – температуропроводность жидкости).

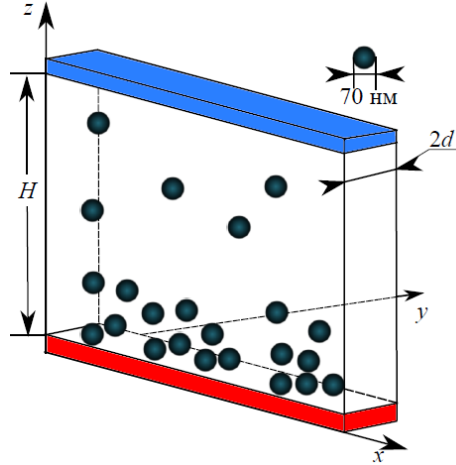


Рис. 1. Геометрия задачи

В приближении плоских траекторий (считаем нулевой компоненту скорости v_y перпендикулярную широким граням) введем функцию тока Ψ и завихренность Φ , связанные со скоростью жидкости $\mathbf{v}$ соотношениями:

$$v_x = \frac{\partial \Psi}{\partial z}, \quad v_z = -\frac{\partial \Psi}{\partial x}, \quad \Phi = (\text{rot} \mathbf{v})_y.$$

Как и в случае задачи о тепловой конвекции коллоидной суспензии в ячейке Хеле-Шоу, справедливом в случае, когда длина и ширина ячейки гораздо больше ее толщины ($L \gg 2d$, $H \gg 2d$), решение запишем в виде [1-2]:

$$\Psi = \Psi(t, x, z) \sin\left(\frac{\pi y}{2}\right), \quad T = T_0(z) + \vartheta(t, x, z), \quad C = C(t, x, z).$$

Система уравнений для эволюции коллоидной бинарной смеси в системе отсчета, связанной со слоем, запишется в виде:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \left[\frac{\partial \Psi}{\partial z} \frac{\partial \Phi}{\partial x} - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right] = \text{Pr} \left[\Delta \Phi + \text{Ra}(1 + A_v \sin \omega t) \left(\frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial C}{\partial x} \right) \right], \quad (1a)$$

$$\Phi = \Delta \Psi, \quad (1b)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \left[\frac{\partial \Psi}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial z} \right] = \Delta T, \quad (1b)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \left[\frac{\partial \Psi}{\partial z} \frac{\partial C}{\partial x} - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \frac{\partial C}{\partial z} \right] = \text{Le} \nabla^2 \left[\nabla C + \frac{c}{l} (1 + A_v \sin \omega t) \mathbf{n} + \psi \frac{\text{Ra}}{\text{Bm} \cdot l} C \nabla T \right], \quad \mathbf{n} = (0, 0, 1). \quad (1r)$$

В систему (1) входят следующие безразмерные параметры: число Релея $\text{Ra} = \alpha g d^3 \theta / \nu \chi$, относительная амплитуда вибраций $A_v = b \Omega^2 / g$, число Больцмана $\text{Bm} = g \beta d^4 \bar{C} / l_{\text{sed}} \nu \chi$, безразмерная длина седиментации $l = l_{\text{sed}} / d$, число Прандтля $\text{Pr} = \nu / \chi$, число Льюиса $\text{Le} = D / \chi$, параметр разделения смеси $\psi = S_T \beta \bar{C} / \alpha$, безразмерная частота $\omega = d^2 / \chi$ (D – коэффициент диффузии и S_T – параметр термодиффузии примеси). Кроме этих безразмерных параметров используются безразмерные длина ячейки и высота $\mathcal{L} = L/d = 40$, $\mathcal{H} = H/d = 20$. Решение системы уравнений (1) должно удовлетворять закону сохранения массы дисперсной примеси.

Независимость функций для температуры и концентрации от поперечной координаты y соответствует случаю теплоизолированных широких граней, непроницаемых для потока коллоидных частиц.

После осреднения поперек ячейки получим систему уравнений для конвекции коллоидной суспензии в ячейке Хеле-Шоу, находящейся в вибрационном поле:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{8}{3\pi} \left[\frac{\partial \Psi}{\partial z} \frac{\partial \Phi}{\partial x} - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right] = \text{Pr} \left[\Delta \Phi - \frac{\pi^2}{4} \Phi - \frac{4}{\pi} \text{Ra} (1 + A_v \sin \omega t) \left(\frac{\partial \vartheta}{\partial x} - \frac{\partial C}{\partial x} \right) \right], \quad (2a)$$

$$\Phi = \Delta \Psi, \quad (2б)$$

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial t} + \frac{2}{\pi} \left[\frac{\partial \Psi}{\partial z} \frac{\partial \vartheta}{\partial x} - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \frac{\partial \vartheta}{\partial z} \right] = \Delta \vartheta - \frac{2}{\pi} \frac{\partial \Psi}{\partial x}, \quad (2в)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{2}{\pi} \left[\frac{\partial \Psi}{\partial z} \frac{\partial C}{\partial x} - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \frac{\partial C}{\partial z} \right] = \text{Le} \nabla^2 \left[\nabla C + \frac{C}{l} (1 + A_v \sin \omega t) \mathbf{n} + \psi \frac{\text{Ra}}{\text{Bml}} \nabla (T_0 + \vartheta) \right]. \quad (2г)$$

Для получения численного решения задачи (2) применяется конечно-разностный метод. Для пространственных производных используется центральная разностная схема. Дискретное уравнение Пуассона (2 б) решается с помощью метода последовательной верхней релаксации. Конечно-разностная аппроксимация уравнения концентрации (2 г) должна удовлетворять принципу сохранения массы. Консервативная форма уравнения (2 г) и его аппроксимация методом конечных разностей контрольного объема, обеспечивает свойство сохранения. Вычисления проводились на сетке, содержащей 128×64 узлов. При расчетах использованы следующие типичные значения параметров коллоидной суспензии: число Льюиса $\text{Le} = 5 \cdot 10^{-4}$, число Прандтля $\text{Pr} = 48$, $\text{Bm} = 0.16$, $l/H = 1.6$, $A_v = 2$. Отдельно рассмотрены случаи, когда коэффициент расслоения коллоидной суспензии происходит благодаря только седиментации наночастиц ($\psi = 0$) или седиментация и термодиффузионное разделение действуют совместно ($\psi = 8.8$).

В отсутствии термодиффузии ($\psi=0$) изменение частоты вибраций немонотонным образом влияет на порог устойчивости механического равновесия коллоидной суспензии.

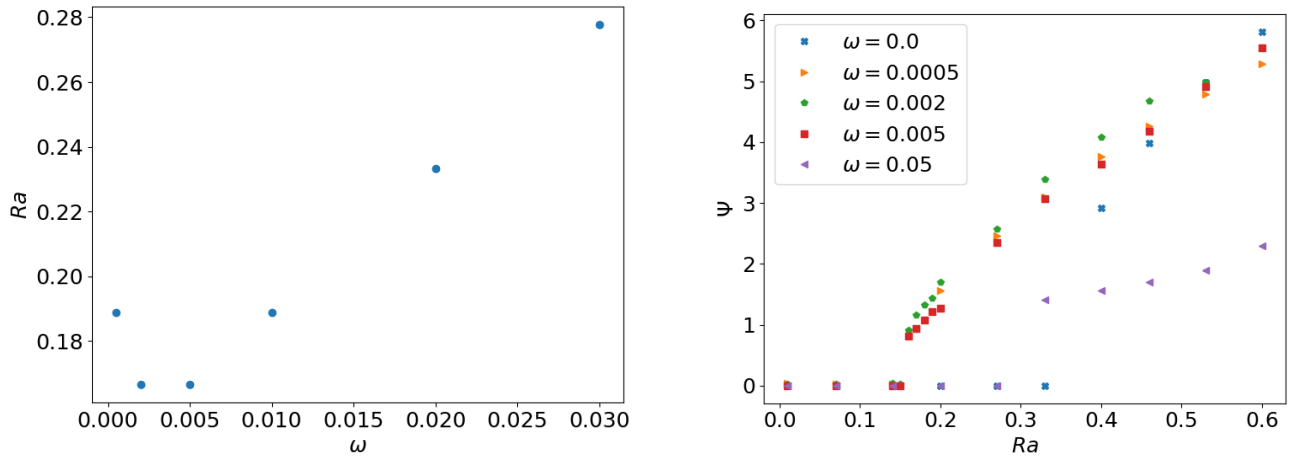


Рис. 2. Термодиффузия отсутствует ($\psi = 0$); а) Порог устойчивости механического равновесия в зависимости от частоты; б) Зависимость максимальной функции $\Psi_{\max}$ тока от числа Релея при различных частотах вибрации.

Граница нарастания возмущений субгармонических по отношению к внешней модуляции, представляющая «язык» параметрического резонанса, представлена на рис. 2 а (выше кривой – область неустойчивости). Отметим, что пороги возникновения вибрационных течений коллоидной суспензии лежат ниже, чем в статическом поле тяжести. Наиболее сильное понижение (более чем в два раза) имеет место на низких частотах: $\text{Ra}=0.14$ (при $\omega = 0.002$) по сравнению $\text{Ra}=0.33$ (при $\omega = 0.05$). Возбуждение вибрационной конвекции согласно данным рис. 2 б происходит жестким образом. Наиболее интенсивные течения соответствуют минимуму резонансного «языка» $\omega \approx 0.002$.

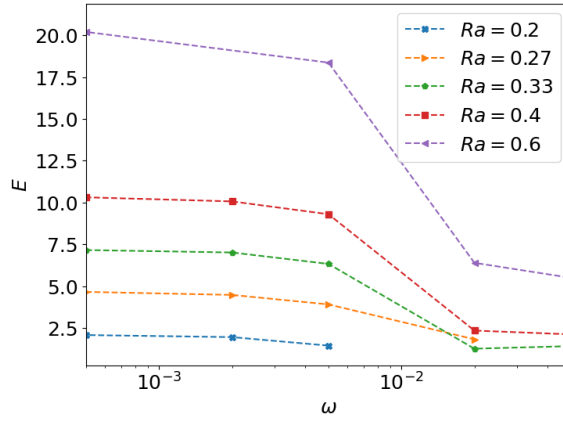


Рис. 3. Зависимость интенсивности надкритических течений E от частоты; при различных числах Релея; $\psi = 0$.

В качестве интегральной меры интенсивности конечно-амплитудного осциллирующего течения можно использовать величину:

$$E = \frac{1}{ST} \int_0^T \left(\int \int \Psi^2 dy dx \right) dt, \quad (3)$$

где T – период осреднения по времени, содержащий несколько периодов вибрации, S – площадь боковой грани ячейки Хеле-Шоу.

В области низких частот (Рис. 3). $\omega < 10^{-2}$ интенсивность течения слабо зависит от частоты вибрации, а при $\omega > 10^{-2}$ вибрации понижают интенсивность течения. При небольших числах Релея это может быть объяснено, с приближением к границам первого резонансного мешка (Рис. 2 а, $Ra=0.2$; $Ra=0.27$).

Нелинейная эволюция конечно-амплитудного течения во времени для низких частот вибрации происходит следующим образом (Рис. 4).

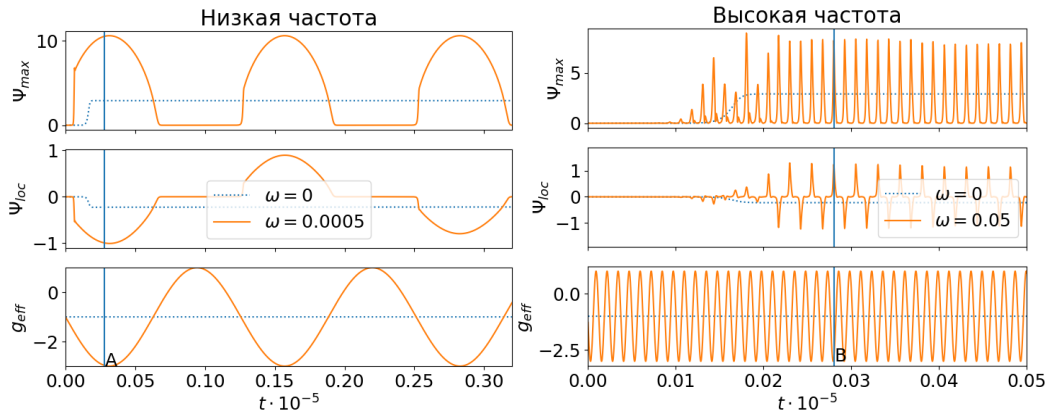


Рис. 4. Зависимости от времени максимального значения функции тока Ψ_{max} и значения функции тока в фиксированной точке ячейки Ψ_{loc} , а также эффективной силы тяжести g_{eff} , учитывающей ускорение в статическом и вибрационном поле; $\psi = 0$ при $Ra = 0.4$. Пунктирная линия соответствует течению в отсутствии вибраций. Вертикальными линиями A и B обозначены моменты времени, для которых на рис. 6 представлены поля распределения функции тока, температуры и концентрации в ячейке.

Течение меняет направление вращения вихрей на периоде, в два раза превышающем период вибрации, который можно рассматривать как период изменения эффективного ускорения: $g_{eff} = g(1 - A_p \sin \omega t)$. Кроме того, максимальное значение функции тока осциллирует между нулевым и некоторым максимальным значением и, следовательно, конвективная структура представляет собой стоячую волну (субгармонический отклик на внешнее воздействие). Фаза двух-вихревого течения чередуется с состоянием покоя жидкости. Структура течения (поля функции тока и температуры) очень похожа на структуру течения при конвекции

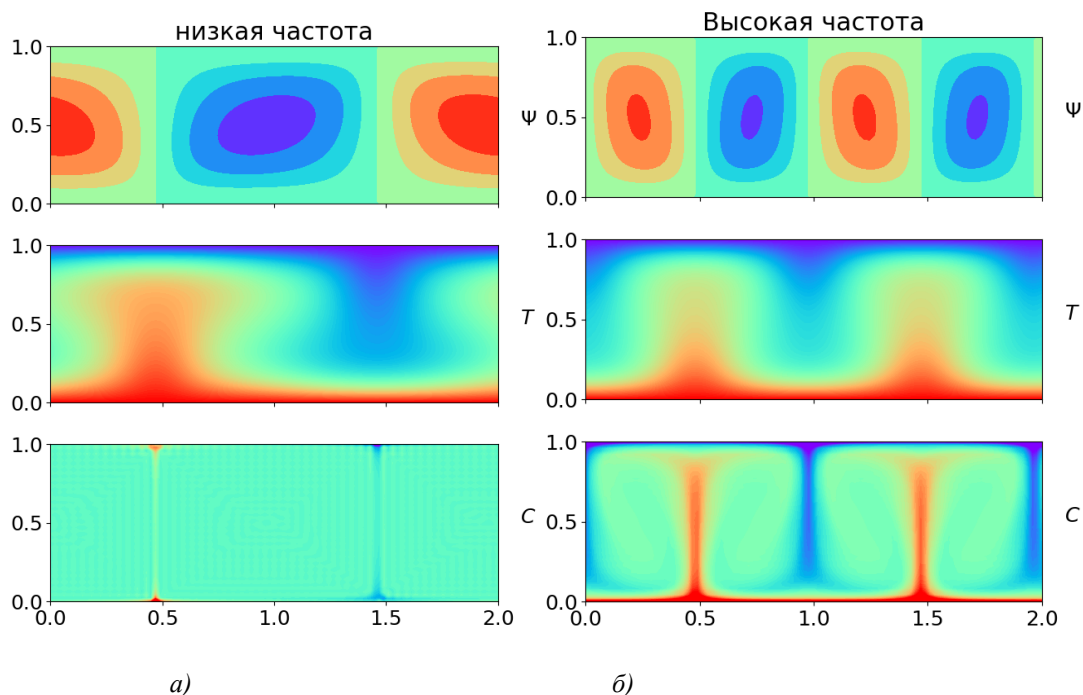


Рис. 5. Поля функции тока, температуры и концентрации конвекции для различных частот: а) $\omega = 5 \cdot 10^{-4}$; б) $\omega = 5 \cdot 10^{-2}$, соответствующие вертикальным линиям А и В на рис. 5.

однородной жидкости. Поле концентрации практически везде однородно, за исключением тонких погранслоев на границах конвективных валов, там, где конвективная скорость максимальна по модулю (Рис.5 а). При увеличении частоты вибраций в 100 (Рис.5 б) раз пространственная картина течения изменяется качественно: длина волны возмущений уменьшается в два раза, а распределение концентрации проявляет большую неоднородность. Однако, это течение по-прежнему представляет собой стоячую волну.

Рассмотрим влияние частоты вибрации на течение при наличии положительной термодиффузии коллоидных частиц ($\psi = 8.8$). В отсутствии вибраций порог возникновения конвекции – $Ra = 0.018$. При увеличении числа Релея три режима конвекции последовательно сменяют друг друга [2].

– Пальцеобразный регулярный режим ($0.018 < Ra < 0.17$). Термодиффузия тяжелых коллоидных частиц в сторону холодной верхней границы создает неустойчивое распределение примеси: плотность смеси вверх увеличивается, вниз – уменьшается. Смесь с более высокой (низкой) концентрацией тяжелой компоненты начинает формировать пальцы распространяющиеся вниз (вверх).

– Хаотический режим пальцев ($0.17 < Ra < 0.32$).

– Течение бинарной смеси – бегущая волна ($Ra > 0.32$).

В режимах I и II интенсивность течения мала (Рис. 6, $\omega = 0$ – синяя линия).

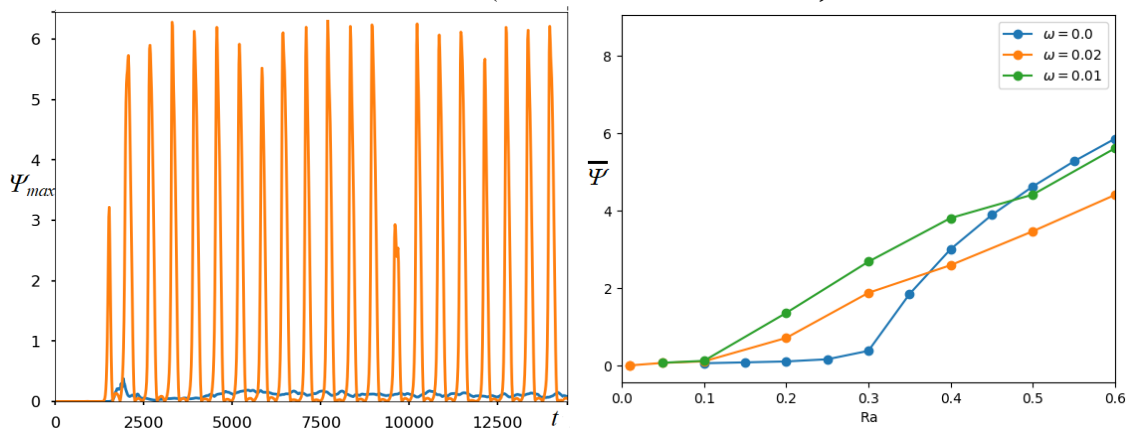


Рис. 6. а) Зависимость максимальной функции тока от времени при $Ra=0.2$; $\omega = 0$ (синяя линия), $\omega = 0.01$ (оранжевая линия). б) Бифуркационные диаграммы (зависимость среднего от различных частот вибрации, $Pr=48$, $Le=5 \cdot 10^{-4}$, $\psi = 8.8$, $Bm = 0.16$; $l/H = 1.6$, $A_v = 2$).

При $Ra=0.2$ реализуется хаотический колебательный режим пальцев, интенсивность которого мала (Рис. 6а). Вибрации в области значений $Ra < Ra^*(\omega)$ интенсифицирует течение (Рис. 6, $\omega = 0.01$). Максимальное значение функции тока осциллирует с амплитудой в десятки раз превышающей ее значение в случае отсутствия вибраций. Среднее за период значение максимальной функции тока также увеличивается (Рис. 6б), но этот рост немонотонно зависит от частоты. При $Ra > Ra^*$ (ω вибрации уменьшают интенсивность конвективного течения коллоидной бинарной смеси, наблюдающуюся в статическом поле (Рис. 6б).

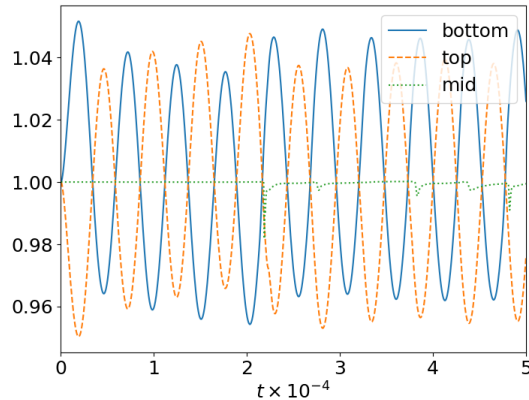


Рис. 7. Зависимость концентрации в центре (пунктирная линия), на нижней (сплошная линия) и верхней границе (штриховая линия). $Ra = 0.02$, $\omega = 1.2 \cdot 10^{-3}$.

Рассмотрим подробнее влияние вибраций на регулярный режим формирования пальцев ($\psi = 8.8$, $Ra=0.02$). Картина конвективного течения зависит от частоты внешнего воздействия. При «низкой» частоте вибраций концентрационные волны, генерируемые на горизонтальных границах ячейки (рис. 7), проникают вглубь жидкости, теряют устойчивость, порождая пальцевидные структуры (плюмы) более тяжелой и более

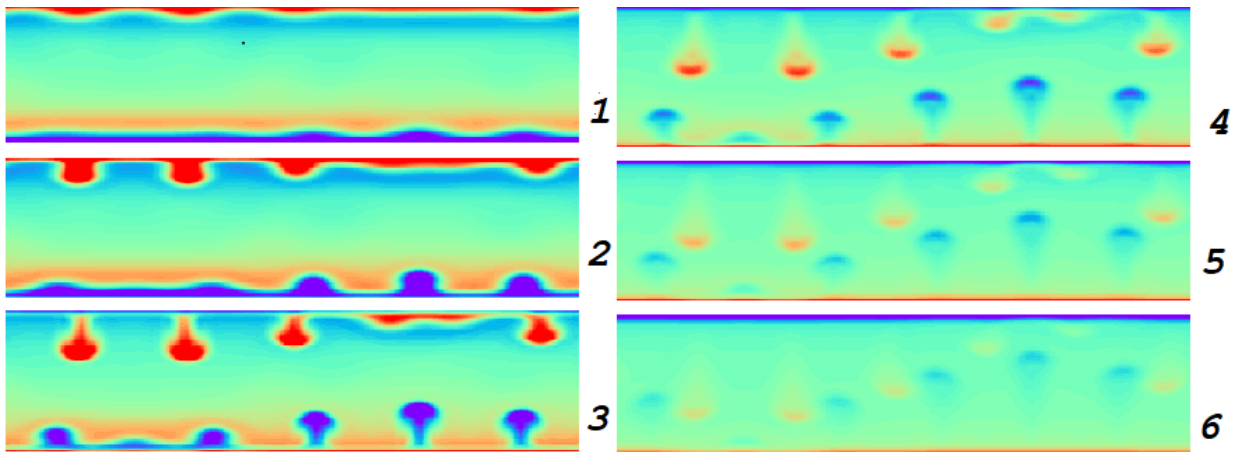


Рис. 8. Распределение примеси при $Ra = 0.02$, $\omega = 1.2 \cdot 10^{-3}$, начальный кадр (1) соответствует времени $t_{start} = 84159$, интервал между кадрами $\delta t = 233$.

легкой смеси (рис. 8). Они влекут «вспышки» течения, которые чередуются с периодами покоя жидкости. Поле температур при этом практически не искажено.

При частоте вибраций $\omega = 0.01$ распределение примеси в сформировавшемся режиме течения представляет собой пальцы, протяженные от одной до другой границы и осциллирующие с внешней частотой ω (рис. 9).

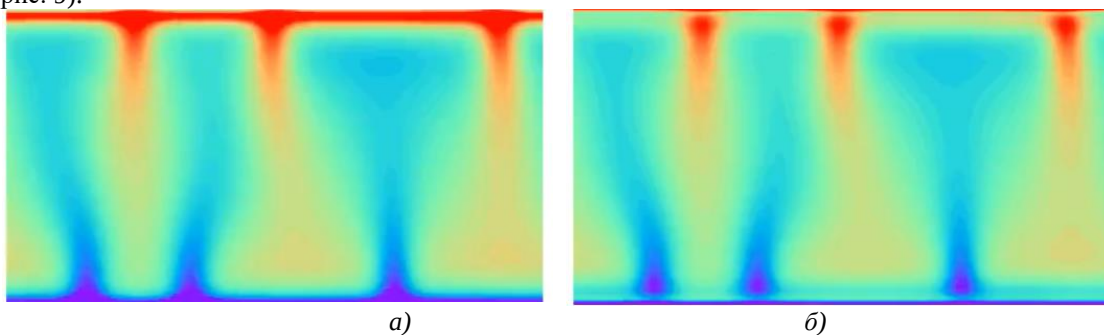


Рис. 9. Распределение примеси при $Ra = 0.02$, $\omega = 1,0 \cdot 10^{-2}$ на стадии а) минимального ($g_{eff} = -3$) б) максимального эффективного ($g_{eff} = 1$) ускорения.

Зависимость интенсивности течения E (3) от частоты колебания в области низких и высоких частот при $Ra = 0.02$ приведена на рис. 10.

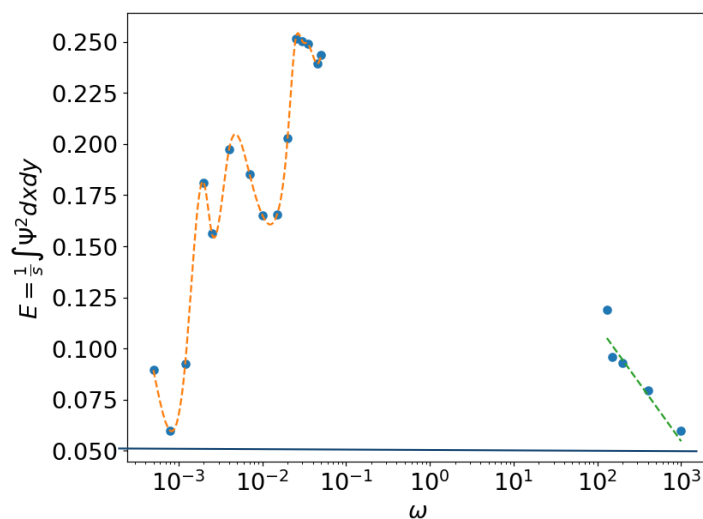


Рис. 11. Зависимость E от частоты при $Ra = 0.02$.

Горизонтальная линия соответствуют случаю статического поля ($A_v = 0$). В области низких частот наблюдаются несколько характерных частот, на которых энергия течения увеличивается. Высокочастотные вертикальные вибрации ($\omega > 200$) понижают интенсивность режима образования пальцев бинарной коллоидной смеси. При частоте ($\omega = 10^3$) интенсивность течения в вибрационном поле совпадает с интенсивностью течения в статическом случае. Отклонение от асимптотики высоких частот происходит при $\omega < 150$.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-21-00344, <https://rscf.ru/project/23-21-00344/>.

ЛИТЕРАТУРА.

1. Л. В. Канторович, В. И. Крылов. Приближенные методы высшего анализа. Л.: Физматгиз, 1962. 708 с.
2. B.L. Smorodin, I.N. Cherepanov, S.N. Ishutov, B.I. Myznikova. Convection of a colloidal suspension in a Hele-Shaw cell. Eur. Phys. J. E., 2017, 40, 18.

ВЛИЯНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЧАСТИЦ НА УСТОЙЧИВОСТЬ ГОРИЗОНТАЛЬНОГО СЛОЯ КОЛЛОИДНОГО РАСТВОРА

И.Н. Черепанов, Б.Л. Смородин

Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермь

При рассмотрении коллоидных растворов часто полагается, что стратификация наночастиц в поле тяжести характеризуется седиментационной длиной:

$$l_g = \frac{k_B T}{(\rho_p - \rho_s) g v_p}, \quad (1)$$

где k_B – постоянная Больцмана, ρ_p – плотность наночастиц, ρ_s – плотность несущей жидкости, g – ускорение свободного падения, v_p – объем наночастицы. Однако это справедливо только для случая очень слабо концентрированных растворов. В данной работе на основании теории [1] рассматривается влияния средней концентрации на порог конвективной устойчивости коллоидного раствора.

Если рассматривать коллоидную суспензию с термодинамической точки зрения как слабый раствор двух компонентов, то свободную энергию идеального раствора можно представить в виде [2]:

$$\Phi = N_s \mu_s^0 + N_p \mu_p^0 + N_s \tilde{T} \ln \frac{N_s}{N} + N_p \tilde{T} \ln \frac{N_p}{N}, \quad (2)$$

где Φ – свободная энергия Гиббса, N_s – число молекул жидкости носителя, N_p – число частиц примеси, μ_s^0, μ_p^0 – химические потенциалы частиц жидкости носителя и примеси до смешивания, $N = N_s + N_p$ – общее число частиц, $\tilde{T} = k_B T$. Введем обозначения:

$$v_s = \frac{\partial \mu_s^0}{\partial p}, v_p = \frac{\partial \mu_p^0}{\partial p}, n = \frac{N_p}{N}, \quad (3)$$

где v_s, v_p – объемы приходящийся на одну молекулу жидкости и одну частицу примеси соответственно.

В равновесии химические потенциалы частиц должны быть постоянными, следовательно, в равновесии должны выполняться уравнения:

$$\frac{\partial \mu_s}{\partial z} = v_s \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\tilde{T}}{n} \frac{\partial n}{\partial z} + m_s g = 0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial \mu_p}{\partial z} = v_p \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\tilde{T}}{1-n} \frac{\partial n}{\partial z} + m_p g = 0, \quad (5)$$

В [2] полагается, что слагаемое $\frac{\tilde{T}}{1-n} \frac{\partial n}{\partial z}$ мало и может быть отброшено. В этом случае распределение частиц по высоте описывается выражением:

$$\frac{\partial n}{\partial z} + \frac{\tilde{T}(\rho_p - \rho_s) g v_p}{\tilde{T}} n = \frac{\partial n}{\partial z} + \frac{1}{l_g} n = 0. \quad (6)$$

В более общем случае $\frac{\tilde{T}}{1-n} \frac{\partial n}{\partial z} \neq 0$, тогда градиент давления по высоте будет определяться уравнением

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{n m_s + (1-n) m_p}{n v_s + (1-n) v_p} = -\rho(z) g, \quad (7)$$

где ρ – плотность коллоидной суспензии как целого, зависящая от вертикальной координаты. Распределение частиц по высоте описывается уравнением:

$$\frac{\partial n}{\partial z} + \frac{(\rho_p - \rho(z)) g v_p}{\tilde{T}} n = 0. \quad (8)$$

Таким образом, даже в случае идеального раствора для оценки величины гравитационной стратификации в уравнении (1) вместо плотности жидкости носителя необходимо использовать усредненную плотность раствора $\bar{\rho}$:

$$l = \frac{(\rho_p - \bar{\rho}) g v_p}{\tilde{T}}. \quad (9)$$

В коллоидных растворах наночастицы имеют плотность в несколько раз больше чем плотность несущей среды. Даже при малой объемной концентрации примеси плотность раствора существенно отличается от плотности чистой жидкости носителя. Так, например, магнитная жидкость на основе керосина ($\rho_s = 0.8 \text{ г/см}^3$) с объемной долей наночастиц $\varphi = 0.14$ имеет плотность $\bar{\rho} = 1.44 \text{ г/см}^3$. Оценки величины седиментационной длины проведенные по формулам (1) и (9) будут отличаться почти на 20 %.

Разложение свободной энергии слабого раствора квадратичное по числу частиц n проведено в работе [1]. В ней показано, что в отсутствии эффекта контракции распределение объемной доли частиц примеси описывается уравнением:

$$\frac{(1+\varphi(p'-1))}{1-\varphi^2} \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \frac{1}{l} \varphi(1-\varphi) = 0, \quad (10)$$

где параметр p' характеризует энергию межчастичного взаимодействия и может быть определен через предельную растворимость:

$$p' = \frac{1-\varphi_c}{\varphi_c} \left(\ln \gamma - \ln \frac{\varphi}{1-\varphi_c} \right), \gamma \equiv \frac{v_p}{v_s}. \quad (11)$$

Полагая, что объемная доля частиц примеси мала ($\varphi^3 \ll 1$), проведем разложение уравнения (10) по φ и получим:

$$(1 + \varphi(p' + 1)) \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \frac{1}{l} \varphi(1 - \varphi) = 0. \quad (12)$$

Рассмотрим влияние концентрации на конвекцию в плоском горизонтальном слое коллоидного раствора толщиной h расположенной в поле тяжести. Вертикальный градиент температуры $dT_0/dz = -\theta/h$. Поток вещества на границах обращается в ноль. Уравнение состояния при слабом отклонении температуры T и объемной концентрации тяжелой примеси φ от некоторых средних значений T_0 , φ_0 можно аппроксимировать линейной зависимостью: $\rho = \rho_0(1 - \alpha(T - T_0) + \beta(\varphi - \varphi_0))$, где α – температурный, а β – концентрационный коэффициенты расширения.

Будем полагать, что поток частиц в сильно концентрированном растворе описывается уравнением

$$\mathbf{j} = (1 + p\varphi)\nabla\varphi + \frac{1}{l}\varphi(1 - \varphi)\mathbf{n}_g, \quad (13)$$

где $p = p' + 1$. Тогда распределение частиц φ_s в состоянии механического равновесия коллоидной суспензии запишется в виде:

$$\varphi_s = \frac{1}{\varphi_0 p} GW \left(A \exp \left(-\frac{z}{r} \right) \right) - \frac{1 - \varphi_0}{1 - 2\varphi_0}, \quad (14)$$

где W – функция Ламберта, $G = 1 + \frac{p\varphi_0^2}{1 - 2\varphi_0}$, $r = \frac{lg}{1 - 2\varphi_0}$.

Зависимость разности концентраций на верхней и нижней границе слоя от средней концентрации приведена на рис. 2.

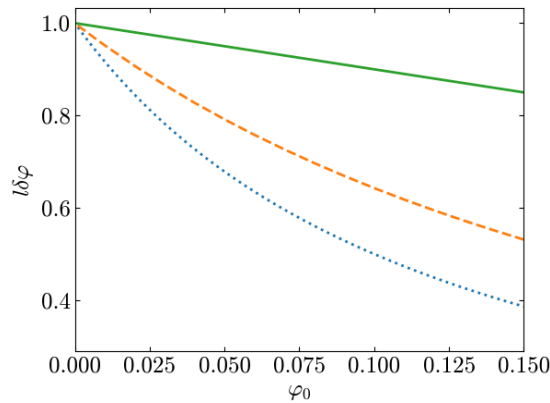


Рис. 2. Зависимость разности концентраций на верхней и нижней границе слоя от среднего значения концентрации при $l=10$. Сплошная линия соответствует $p=0$, штриховая – $p=4$, пунктирная – $p=8$.

Рассматривая двумерные течения, введем функцию тока Ψ и завихренность Φ , связанные со скоростью жидкости $\mathbf{v}$ соотношениями:

$$v_x = \frac{\partial \Psi}{\partial z}, \quad v_z = -\frac{\partial \Psi}{\partial x}, \quad \Phi(\text{rot } \mathbf{v})_z. \quad (15)$$

Система уравнений для эволюции коллоидной бинарной смеси запишется в виде:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \left[\frac{\partial \Psi}{\partial z} \frac{\partial \Phi}{\partial x} - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right] = Pr \left[\Delta \Phi + R \frac{\partial T}{\partial x} - R_D \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right] \quad (16)$$

$$\Phi = \Delta \Psi, \quad (17)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \left[\frac{\partial \Psi}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial z} \right] = \Delta T, \quad (18)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \left[\frac{\partial \Psi}{\partial z} \frac{\partial \varphi}{\partial x} - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right] = Le \nabla \cdot \left((1 + p\varphi_0)\nabla\varphi + \frac{1}{l}\varphi(1 - \varphi_0)\mathbf{n}_g \right), \quad (19)$$

где $R = \frac{\alpha g h^3 \theta}{\nu \chi}$, $R_D = \frac{\beta g h^3 \varphi_0}{\nu \chi}$, $Le = \frac{D}{\chi}$, $Pr = \frac{\nu}{\chi}$, $l = \frac{h}{l_{sed}}$ – представляют тепловое и концентрационное числа Релея, число Льюиса, число Прандтля, безразмерную длину седиментации, p – зависимость коэффициента диффузии и среднее значение концентрации φ_0 . Отметим, что число Больцмана $B = \frac{\beta g h^4 \varphi_0}{\nu \chi l_{sed}}$ [3], используемое при описании конвекции коллоидной суспензии, связано с концентрационным числом Релея следующим образом $B = R_D/l$.

Рассмотрим линейную теорию устойчивости. Будем искать решение в виде нормальных возмущений:

$$\begin{aligned} \psi(t, x, z) &= \psi(z) \exp(-\lambda t + ikx), \\ \theta(t, x, z) &= \theta(z) \exp(-\lambda t + ikx), \\ \varphi(t, x, z) &= \varphi(z) \exp(-\lambda t + ikx), \end{aligned}$$

где k – волновое число, λ – комплексный декрет затухания. Тогда уравнения для эволюции малых возмущений функции тока, температуры и концентрации запишутся в виде:

$$-\lambda \Delta \psi = Pr[\Delta \Delta \psi + R \frac{\partial T}{\partial x} + Bl \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial x}], \quad (20)$$

$$-\lambda \theta - ik\psi \frac{\partial T_s}{\partial z} = \Delta \theta, \quad (21)$$

$$-\lambda \tilde{\phi} - ik\psi \frac{\partial \varphi_s}{\partial z} = Le \left[-k^2(1 + p\varphi_0\varphi_s)\tilde{\phi} + \frac{\partial}{\partial z} (\mathbf{j}_\varphi)_z \right], \quad (22)$$

$$(\mathbf{j}_\varphi)_z = (1 + p\varphi_0\varphi_s) \frac{\partial}{\partial z} \tilde{\phi} + p\varphi_0 \tilde{\phi} \frac{\partial \varphi_s}{\partial z} + \frac{1}{l}(1 - 2\varphi_0\varphi_s)\tilde{\phi}. \quad (23)$$

Выражение для z -компоненты потока $(\mathbf{j}_\varphi)_z$ заметно упрощается, если использовать замену:

$$\tilde{\phi} = \frac{\partial \varphi_s}{\partial z} \phi, \quad (24)$$

$$(\mathbf{j}_\varphi)_z = (1 + p\varphi_0\varphi_s) \frac{\partial \varphi_s}{\partial z} \frac{\partial \phi}{\partial z}. \quad (25)$$

Подставляя $\tilde{\phi}$ в виде (24) и $\frac{\partial}{\partial z} (\mathbf{j}_\varphi)_z$, в систему (20-23) получим систему уравнений для эволюции возмущений в окончательном виде:

$$-\lambda \Delta \psi = Pr[\Delta \Delta \psi + ik(RT + Bl \frac{\partial \varphi_s}{\partial z} \phi)], \quad (26)$$

$$-\lambda \theta - ik\psi \frac{\partial T_s}{\partial z} = \Delta \theta. \quad (27)$$

$$-\lambda \phi - ik\psi = Le \left[(1 + p\varphi_0\varphi_s) \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} - k^2 \phi \right) - \frac{(1 - 2\varphi_0\varphi_s)}{l} \frac{\partial \phi}{\partial z} \right]. \quad (28)$$

Граничные условия имеют вид:

$$\begin{aligned} \psi(0) &= (\partial \psi / \partial z)_0 = 0, \quad \theta(0) = 1, \\ \psi(1) &= (\partial \psi / \partial z)_1 = 0, \quad \theta(1) = 0, \end{aligned} \quad (29)$$

Равенство нулю z -компоненты потока вещества на горизонтальных границах, записанного в виде (23), и подстановки (24) немедленно дает граничное условие для вспомогательной функции $\tilde{\phi}$:

$$\partial \tilde{\phi} / \partial z = 0, \quad \text{при } z = 0, 1. \quad (30)$$

Результаты расчетов порога устойчивости для концентрированного коллоида, основанные на решении системы (26-28), и граничных условий (29-30) представлены на рис. 3, 4. Учет квадратичных слагаемых в потоке наночастиц приводит к понижению критического числа Релея R_c с ростом средней концентрации коллоидной суспензии (рис. 3, 4 а), что обусловлено, по видимому, уменьшением эффективного градиента концентрации.

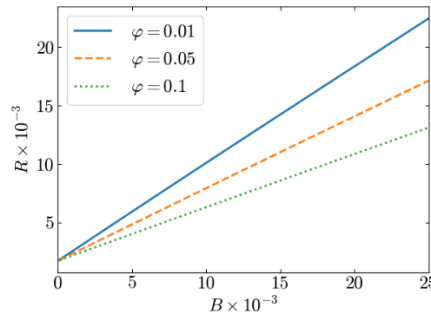


Рис. 3. Зависимость критического числа Релея от числа Больцмана.

При увеличении средней концентрации примеси φ_0 волновое число, а также частота наиболее опасных возмущений уменьшаются. Эти зависимости при различных значениях параметров: длины седиментации, числа Прандтля и числа Больцмана приведены на рис. 4 б, с.

Для анализа надкритических течений система нелинейных уравнений (16-19) с граничными условиями (29-30) решалась методом конечных разностей. При переходе к дискретным аналогам уравнений движения и теплопроводности пространственные производные аппроксимировались центральными разностями. Поскольку уравнение концентрации должно удовлетворять закону сохранения массы, оно записывалось в консервативной форме и аппроксимировалось при помощи метода контрольного объема. При расчетах использовалась длина ячейки по горизонтали равна $L=2$ (или $2\pi/k_{min}$), а также сетка 129×65 .

В качестве начальных условий задавалось линейное распределение температуры и распределение концентрации $\varphi_s(z)$ при наличии оседания частиц (решение уравнения (14) для $\varphi_s(z)$ находилось численно).

Пороги конвективной устойчивости, полученные в ходе линейного анализа и моделирования с помощью конечно-разностной схемы, хорошо согласуются (рис. 4 а).

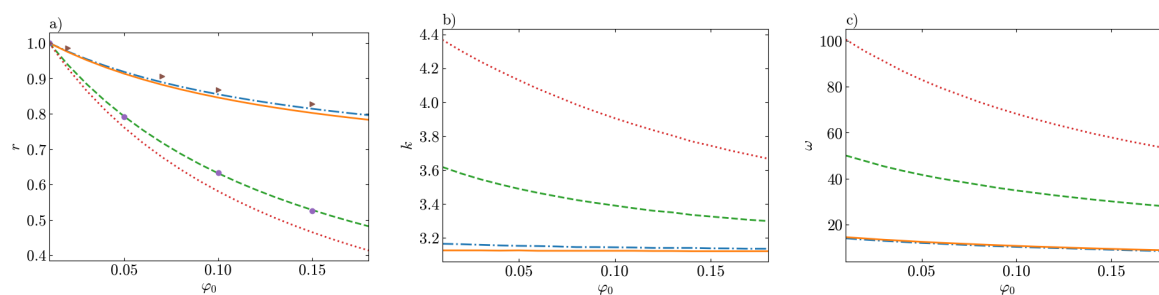


Рис 4. (а) Приведенное критическое число Релея, (b) критическое волновое число, (с) частота нейтральных колебаний, в зависимости от средней объемной концентрации при различных значениях числа Больцмана B , числа Прандтля Pr и безразмерной длины седиментации l ; $p=8$ и $Le = 1.5 \cdot 10^{-4}$. Пунктирная линия - ($Pr = 5.5, B = 10^3, l=10$), штриховая линия – ($Pr = 5.5, B = 10^3, l=1$), сплошная линия – ($Pr = 5.5, B = 10^4, l=10$), штрих-пунктирная линия – ($Pr = 100, B = 10^3, l=10$). точками – результаты прямого численного моделирования при $Pr = 5.5, B = 10^4$, треугольники – результаты прямого численного моделирования при $Pr = 5.5, B = 10^3$.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект N 20-01-00491).

ЛИТЕРАТУРА.

1. I.N. Cherepanov, P.V. Krauzin. On the thermodynamic theory of colloidal suspensions. Physica A, 2020, 540, 123247.
2. Л. Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Теоретическая физика. Т. 6. Гидродинамика. М.: Наука, 2001, 736.
3. M. I. Shliomis, B. L. Smorodin. Onset of convection in colloids stratified by gravity. Phys. Rev. E, 2005, 71, 036312.

РАССЧЕТНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СТАТИЧЕСКОЙ АЭРОУПРУГОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ КРЫЛА КОНЕЧНОГО РАЗМАХА

А.Д. Чичерина
НИИ механики МГУ, Москва

Один из типов аэродинамической неустойчивости крыльев летательных аппаратов – это дивергенция. Она возникает вследствие взаимодействия возникающих при обтекании крыла аэродинамических сил и упругих сил его конструкции. Переход к дивергенции происходит при нулевой частоте колебаний.

Общий механизм дивергенции, описанный в литературе, состоит в уменьшении одной из собственных частот до нуля за счет отрицательной аэродинамической жесткости, слиянии с ее парной частотой и (после слияния) преобразовании в одну затухающую и одну растущую частоту. В большинстве примеров этого механизма используется квазистационарная аэродинамика, которая подходит для анализа дивергенций из-за своей статической природы.

Однако, в работе [1] было показано, что этот механизм меняется при использовании нестационарной аэродинамической теории. А именно, не происходит слияния частот, но «структурные» собственные частоты затухают. Мода расходимости не является продолжением естественной моды, а выделяется из непрерывного спектра, который существует в аэроупругой системе за счет следа за крылом при использовании нестационарной аэродинамики и отсутствует в квазистационарном случае.

Целью настоящей работы является исследование неклассического перехода к дивергенции в трехмерных задачах. Для этого разработана компьютерная программа, моделирующая нестационарное трехмерное безотрывное обтекание крыла идеальной жидкостью. Решатель состоит из двух модулей: первый рассчитывает аэродинамические силы и моменты, действующие на тело, методом дискретных вихрей [2]; а второй решает уравнение балки с учетом изгиба и кручения [3]. Объединение двух модулей приводит к моделированию аэроупругости явлений во временной области. Компьютерная программа была протестирована на сходимость по временным и пространственным шагам и проверена на модельных задачах.

Для исследования перехода к дивергенции рассматривается трехмерное прямое крыло в безотрывном потоке идеальной несжимаемой жидкости. Увеличение скорости потока позволяет вносить малые возмущения в движение крыла, а анализ спектра его собственных частот – отследить переход к дивергенции. Классические и неклассические механизмы перехода к дивергенции отличаются падением крутильной частоты до нуля в первом случае и сохранением существенно отличной от нуля во втором случае. Обсуждаются возможные применения полученных результатов.

ЛИТЕРАТУРА.

1. V.V. Vedenev. New mechanism of the aeroelastic divergence onset. AIAA Journal, 2020, 58(6), 2716–2725.
2. С.М. Белоцерковский, М.И. Ништ. Отрывное и безотрывное обтекание тонких крыльев идеальной жидкостью. М.: Наука, 1978.
3. И.А. Левин. Методы расчета динамических характеристик лопасти несущего винта. Тематический сборник научных трудов. М.: МАИ, 1991, 31-51.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЗМУЩЕНИЙ, СОЗДАВАЕМЫХ ТВЁРДЫМИ ЧАСТИЦАМИ В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

П.В. Чувахов, И.О. Погорелов, А.О. Образ, А.В. Фёдоров

Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), Долгопрудный

При проектировании перспективных сверхзвуковых гражданских самолётов необходимо учитывать турбулизацию пограничных слоёв (ПС) над его поверхностями. Возникновение турбулентности в пограничных слоях приводит к усилению звукового шума от самолёта, увеличению расхода топлива и усилению аэродинамического нагрева по сравнению со случаем ламинарного обтекания.

Бушнелл [1] систематизировал данные по источникам турбулентности в полёте, выделив частицы атмосферной пыли как носитель наибольшей энергии турбулентности на высотах 20-30 км. Позже Фёдоров [2] аналитически исследовал прохождение единичной сферической частицы через ПС на предмет порождения собственных мод ПС, а в работе [3] было проведено сравнение выводов теории с прямым численным моделированием для задачи обтекания клина.

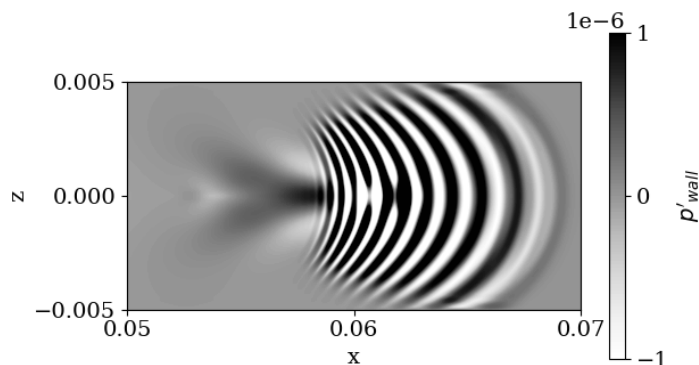
В данной работе рассматривается развитие возмущений, создаваемых сферической частицей в пограничном слое на параболическом (чечевицеобразном) профиле с хордой 5 м и толщинами 5% и 10%. Параметры набегающего потока соответствуют стандартной атмосфере на высоте 20 км и при числе Маха 3.

Прямое численное моделирование возмущений производится с помощью пакета программ лаборатории аэрофизических исследований МФТИ [4], реализующего решение системы трёхмерных уравнений Навье-Стокса на структурированных сетках со вторым порядком точности по времени и пространству.

Частица моделировалась добавлением источниковых членов в уравнения сохранения импульсов и энергии. Частица предполагается неподвижной относительно набегающего потока в начальный момент времени, а её плотность 1000 кг/м^3 и радиус 10 мкм соответствуют характерным величинам из [1]. Проходя через ударную волну и пограничный слой, частица передаёт часть своей энергии потоку, тем самым создавая нестационарные возмущения. В момент касания поверхности профиля частица исчезает и далее не моделируется. Вопрос повреждения поверхности частицей и её разрушения при ударе представляет отдельную задачу, и поэтому не рассматривается. Точка удара частицы о поверхность подбиралась таким образом, чтобы создать максимальное интегральное усиление согласно линейно теории устойчивости.

Исследованы спектры полученных в моделировании возмущений. Проведено сравнение с теорией [2].

Работа выполнена при поддержке Российского Научного Фонда (проект номер 19-79-10132).



Пример полученных возмущений давления на поверхности крыла

ЛИТЕРАТУРА.

1. D. Bushnell. Notes on initial disturbance fields for the transition problem. // Hussaini, M.Y., Voigt, R.G. (ed. by) *Instability and Transition*, Springer-Verlag, V. I, pp. 217–232, 1990
2. A.V. Fedorov. Receptivity of a supersonic boundary layer to solid particulates // *JFM*, 737, 105–131, 2013
3. P.V. Chuvakhov, A.V. Fedorov and A.O. Obraz. Numerical modeling of supersonic boundary-layer receptivity to solid particulates. *J. Fluid Mech.*, 859, 949–971(2019)
4. И.В. Егоров, А.В. Новиков, А.В. Фёдоров. Прямое численное моделирование ламинарно-турбулентного перехода при гиперзвуковых скоростях потока на супер-ЭВМ // *ЖВМиМФ*, 2017, т.57, №8, с.1347–1373, doi:10.7868/S0044466917080063 англ. пер.: I.V. Egorov, A.V. Novikov, A.V. Fedorov. Direct numerical simulation of the laminar–turbulent transition at hypersonic flow speeds on a supercomputer // *Computational Math. and Math. Physics*, 2017, v.57, No.8, p.1335–1359, doi:10.1134/S0965542517080061

ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ТЕЧЕНИЯ В СЖИМАЕМОМ ГАЗЕ

В.И. Шалаев, С.Т. Калугин, Г.В. Толоко, В.А. Токарев
Московский физико-технический институт, г. Долгопрудный

1. Введение

Получены новые аналитические решения уравнений переноса импульса и тепла для классических задач в плоскопараллельных течениях сжимаемого газа в канале, в том числе с поперечным постоянным массопереносом. Представлены исследования зависимости профилей скорости и температуры от параметров.

Скользкие течения сжимаемого газа в плоских или цилиндрических каналах представляют значительный интерес в аэромеханике как тестовые задачи, например, для анализа развития возмущений и ламинарно-турбулентного перехода, так и в практических приложениях. Известно несколько работ, посвященное этой тематике, но все они касались только отдельных задач, типа течения Куэтта, на основе использования преобразования типа А.А. Дородницына [1-3]. В настоящей работе показано, что условием аналитического решения таких задач является наличие интеграла уравнения энергии, подобного интегралу Крокко для пограничного слоя, но для произвольного числа Прандтля. На этой основе получены аналитические решения уравнений энергии и импульса

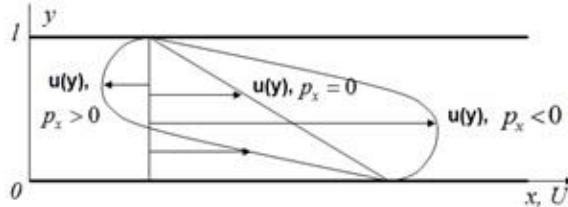


Рис.1 Схема плоскопараллельного течения газа в канале.

Схема течения представлена на Рис.1. Рассматривается течение вязкого газа в канале шириной l под действием продольного движения нижней границы со скоростью U , продольного постоянного градиента давления $p_x = \text{const}$, а также при наличии постоянного поперечного массопереноса через проницаемые стенки $\rho v = q_0 = \text{const}$; ρ - плотность газа, v - поперечная скорость. Предполагается, что скорость продольного движения газа $u(y)$ и энтальпия $h(y)$ зависят только от поперечной координаты y .

2. Постановка задачи

Уравнения энергии и импульса с краевыми условиями для плоскопараллельного течения представляются в виде:

$$\mu \frac{du}{dy} = q_0 u + p_x y + A_1, \quad u(0) = U, \quad u(l) = 0,$$

$$\mu \frac{dH_0}{dy} = \text{Pr} q_0 H_0 + (1 - \text{Pr}) q_0 \frac{u^2}{2} + C_1, \quad H_0(0) = \frac{h_0}{\text{Pr}} + \frac{U^2}{2}, \quad H_0(l) = \frac{h_l}{\text{Pr}} \left(\frac{dh(l)}{dy} \right) = 0. \quad (1.1)$$

Здесь Pr – число Прандтля, вязкость $\mu(h)$ определена для воздуха формулой Саттерленда [4]:

$$\bar{\mu} = \frac{\mu(h)}{\mu_0} = \bar{h}^{\frac{3}{2}} \frac{1 + h_s}{\bar{h} + h_s}, \quad h_s = \frac{110.4^\circ \text{K}}{T_0}, \quad \bar{h} = \frac{h}{h_0}; \quad p = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \rho h. \quad (1.2)$$

T_0 - температура нижней стенки, $\bar{h}$ - безразмерная энтальпия (температура) отнесенная к своему значению на этой стенке.

Умножая уравнение импульса (1.1) на скорость и складывая результат с уравнением энергии, получим уравнение для аналога полной энтальпии H_0 :

$$\frac{d}{dy} \mu \frac{dH_0}{dy} = \text{Pr} q_0 \frac{dH_0}{dy} + (1 - \text{Pr}) q_0 \frac{d}{dy} \left(\frac{u^2}{2} \right), \quad H_0 = \frac{h}{\text{Pr}} + \frac{u^2}{2}$$

Уравнение импульса и преобразованное уравнение энергии интегрируются один раз и приобретают форму:

$$\mu \frac{dH_0}{dy} = \text{Pr} q_0 H_0 + (1 - \text{Pr}) q_0 \frac{u^2}{2} + C_1, \quad H_0(0) = \frac{h_0}{\text{Pr}} + \frac{U^2}{2}, \quad H_0(l) = \frac{h_l}{\text{Pr}},$$

$$\mu \frac{du}{dy} = q_0 u + p_x y + A_1, \quad u(0) = U, \quad u(l) = 0. \quad (1.3)$$

Здесь A_1 и C_1 – постоянные интегрирования. Для нахождения полного решения уравнений (1.3) предположим, что H_0 есть функция скорости, $H_0 = H_0(u)$. В этом случае уравнение энергии (1.3) преобразуется так:

$$(q_0 u + p_x y + A_1) \frac{dH_0}{du} = \text{Pr} q_0 H_0 + (1 - \text{Pr}) q_0 \frac{u^2}{2} + C_1. \quad (1.4)$$

Рассмотрим возможные случаи существования интеграла этого уравнения

3. Течение Куэтта в газе

Эта задача соответствует условию $p_x = q_0 = 0$. Уравнение энергии (1.4) упрощается и имеет интеграл типа интеграла Крокко в пограничном слое:

$$\frac{dH_0}{du} = C = \frac{C_1}{A_1}, \quad H_0(u) = \frac{h}{\text{Pr}} + \frac{u^2}{2} = Cu + D_1, \quad D_1 = \frac{h_l}{\text{Pr}}, \quad C = \frac{h_0 - h_l}{\text{Pr}U} + \frac{U}{2}. \quad (2.1)$$

Преобразуем задачу к безразмерной форме в соответствии с соотношениями (1.2) и (2.1):

$$V = \frac{u}{U}, \quad Y = \frac{y}{l}, \quad \bar{h}(V) = \beta(a + bV - V^2) = \beta R(V),$$

$$\beta = \frac{\text{Pr}U^2}{2h_0}, \quad a = \frac{2D_1}{U^2}, \quad b = \frac{2C}{U}, \quad H_s = \frac{h_s}{\beta}, \quad A = \frac{A_1 l}{\mu_0(1 + h_s)U\sqrt{\beta}}, \quad m(V) = \frac{\bar{\mu}}{(1 + h_s)\sqrt{\beta}} = \frac{R^{3/2}(V)}{R(V) + H_s},$$

Уравнение импульса (1.3) и его интеграл представляется в безразмерной форме так:

$$\frac{R^{3/2}(V)}{R(V) + H_s} \frac{dV}{dY} = A, \quad f(V) = \int \frac{R^{3/2}(V)dV}{R(V) + H_s} = AY + B. \quad (2.2)$$

Постоянные определяются формулами: $f(1) = B$, $A = f(0) - f(1)$

Для вычисления интеграла (2.2) используется преобразование:

$$f(V) = \int \sqrt{R(V)} dV + H_s \int \frac{\sqrt{R(V)} dV}{-R(V) - H_s} = I_1(V) + H_s I_2(V).$$

Интеграл I_1 известен [5]:

$$I_1(V) = \frac{(2V - b)\sqrt{R(V)}}{4} + \frac{\Delta}{8} \arcsin \frac{2V - b}{\sqrt{\Delta}}, \quad \Delta = b^2 + 4a. \quad (2.3)$$

Второй интеграл преобразуется так:

$$I_2(V) = \int \frac{\sqrt{R(V)} dV}{V^2 - bV - a_1} = \int \frac{\sqrt{R(V)} dV}{(V - v_1)(V - v_2)} = \frac{1}{\sqrt{\Delta_1}} \left[\int \frac{\sqrt{R(V)} dV}{V - v_1} - \int \frac{\sqrt{R(V)} dV}{V - v_2} \right] = \frac{I_{21} - I_{22}}{\sqrt{\Delta_1}}.$$

Здесь v_1 и v_2 - корни уравнения:

$$-R_1(v) - H_s = v^2 - bv - a_1 = 0, \quad a_1 = a + H_s; \quad v_{1,2} = \frac{b \pm \sqrt{\Delta_1}}{2}, \quad \Delta_1 = b^2 + 4a_1, .$$

Интегралы I_{21} и I_{22} определяются соотношениями [5]:

$$I_{21}(V) = \sqrt{R(V)} + \sqrt{H_s} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{\Delta_1} \left(V - \frac{b}{2} \right) - \frac{\Delta}{2}}{2\sqrt{H_s R(V)}} - \frac{\sqrt{\Delta_1}}{2} \operatorname{arcsin} \frac{2V - b}{\sqrt{\Delta}},$$

$$I_{22} = \sqrt{R(v)} - \sqrt{H_s} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{\Delta_1} \left(V - \frac{b}{2} \right) + \frac{\Delta}{2}}{2\sqrt{H_s R(V)}} + \frac{\sqrt{\Delta_1}}{2} \operatorname{arcsin} \frac{2V - b}{\sqrt{\Delta}}. \quad (2.4)$$

В соответствии с этими выражениями решение уравнения импульса представляется в следующем виде:

$$f(V) = \frac{(2V - b)\sqrt{R(V)}}{4} + \left(\frac{\Delta}{8} - H_s \right) \operatorname{arcsin} \frac{2V - b}{\sqrt{\Delta}} +$$

$$+ H_s \sqrt{\frac{H_s}{\Delta_1}} \left[\operatorname{arctg} \frac{\sqrt{\Delta_1} \left(V - \frac{b}{2} \right) - \frac{\Delta}{2}}{2\sqrt{H_s R(V)}} + \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{\Delta_1} \left(V - \frac{b}{2} \right) + \frac{\Delta}{2}}{2\sqrt{H_s R(V)}} \right] = AY + B. \quad (2.5)$$

Это решение согласуется с полученным ранее другим методом [3].

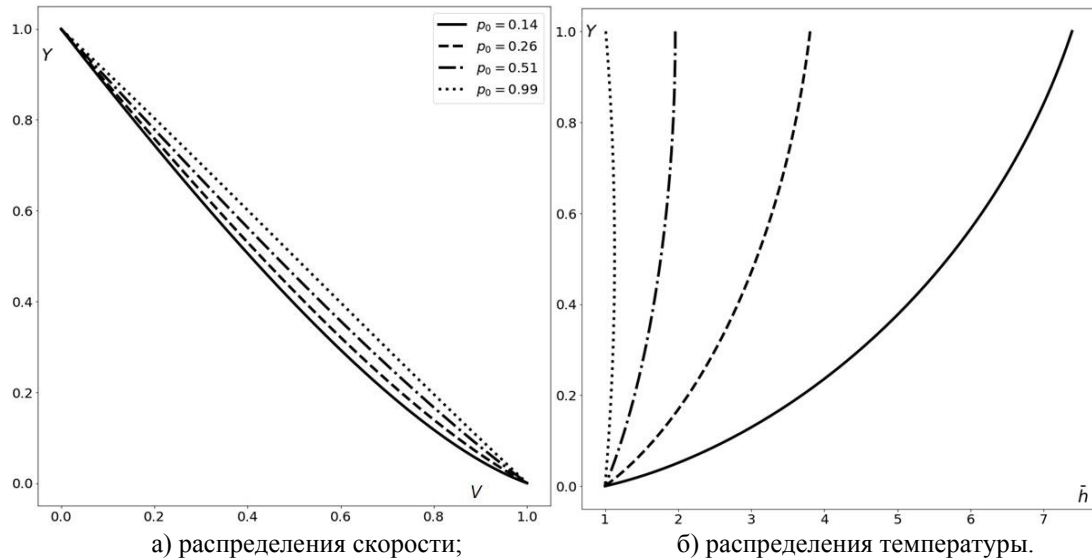


Рис. 2. Распределения безразмерных скорости и температуры в течении Куэтта $Pr = 0,72$, $p_1 = \frac{h_1}{Pr U^2} = 1$.

На Рис. 2а и Рис. 2б приведены распределения безразмерных скорости и температуры в канале при изменении параметра $p_0 = \frac{1}{2\beta} = \frac{h_0}{Pr U^2}$. Видно, что параметр p_0 заметно влияет как на распределения температуры, так и скорости течения в отличие от течения Куэтта несжимаемой жидкости.

4. Плоское течение Куэтта-Пуазейля в газе с теплоизолированной неподвижной стенкой

Другая задача, которая допускает наличие интеграла уравнения энергии, соответствует плоскопараллельному течению при наличии постоянного градиента давления – течению Куэтта-Пуазейля в газе. Ранее в литературе она не рассматривалась. В этом случае $q_0 = 0$, а уравнение (1.4) для полной энтальпии приводится к виду:

$$(p_x y + A_1) \frac{dH_0}{du} = C_1. \quad (3.1)$$

Уравнение интегрируется только в случае, если $C_1 = 0$, что соответствует, согласно соотношению (3.1), обращению в ноль производной от энтальпии на неподвижной границе $y = l$, т.е., ее теплоизолированности:

$$\mu \left. \frac{dH}{dy} \right|_{y=l} = \mu \left(\frac{dh}{dy} + u \frac{du}{dy} \right)_{y=l} = \mu_1 \left. \frac{dh}{dy} \right|_{y=l} = C_1 = 0.$$

Из этого условия и условия на нижней границе следует, что интеграл этого уравнения определяется соотношениями:

$$h(u) = \text{Pr} \left(D_1 - \frac{u^2}{2} \right) = h_0 + \frac{\text{Pr}(U^2 - u^2)}{2}, \quad h_1 = h_0 + \frac{\text{Pr}U^2}{2}. \quad (3.2)$$

Или в безразмерных переменных:

$$\bar{h}(V) = \beta R(V), \quad R(V) = a - V^2$$

Уравнение импульса (1.3) для этой задачи в безразмерных переменных приводится к виду:

$$\frac{R^{3/2}(V)}{R(V) + H_s} \frac{dV}{dY} = PY + A, \quad V(0) = 1, \quad V(1) = 0, \quad P = \frac{p_x l^2}{\mu_0 U (1 + h_s) \sqrt{\beta}}$$

Его интеграл и постоянные интегрирования А и В определяется аналогичным образом, как в течении Куэтта:

$$f(V) = I_1(V) + H_s I_2(V) = \frac{1}{2} P Y^2 + A Y + B; \quad A = f(0) - f(1) - \frac{1}{2} P, \quad B = f(1)$$

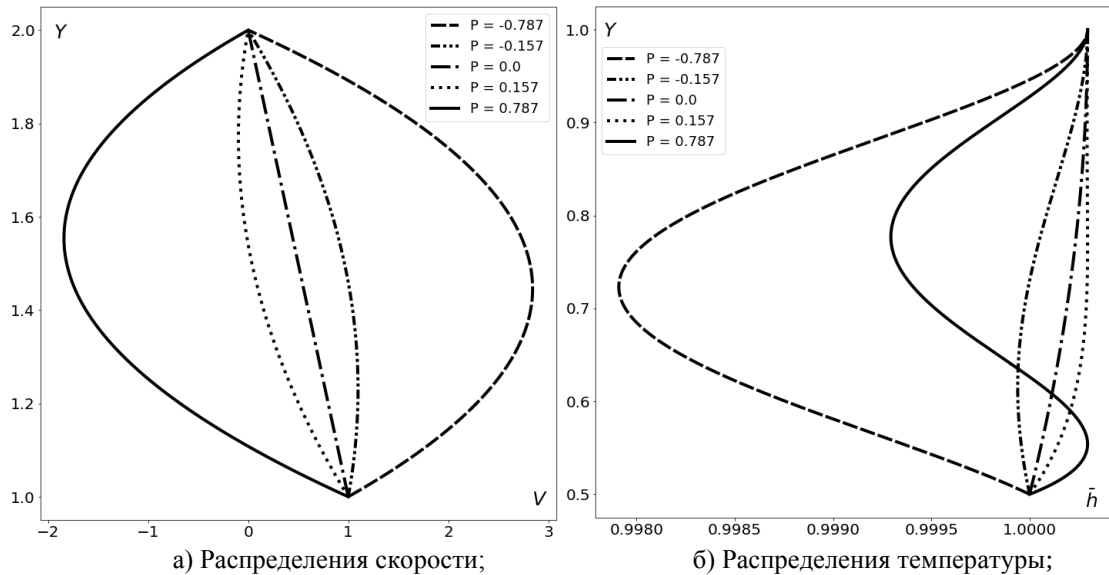


Рис. 3. Распределения безразмерных скорости и температуры в течении Куэтта-Пуазейля с теплоизолированной неподвижной стенкой; $a = 3389.22$, $H_s = 1369.43$, $A = -0.912$.

В этом случае соотношения для интегралов упрощаются:

$$I_1(V) = \frac{V\sqrt{a-V^2}}{2} + \frac{a}{2} \arcsin \frac{V}{\sqrt{a}},$$

$$I_2(V) = \frac{I_{21} - I_{22}}{\sqrt{\Delta_1}} = \frac{\sqrt{H_s}}{2\sqrt{a_1}} \left[\operatorname{arctg} \frac{\sqrt{a_1}V - a}{\sqrt{H_s(a-V^2)}} + \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{a_1}V + a}{\sqrt{H_s(a-V^2)}} \right] - \arcsin \frac{V}{\sqrt{a}},$$

$$f(V) = \frac{V\sqrt{a-V^2}}{2} + \left(\frac{a}{2} - H_s \right) \arcsin \frac{V}{\sqrt{a}} + \frac{H_s^{3/2}}{2\sqrt{a_1}} \left[\operatorname{arctg} \frac{\sqrt{a_1}V - a}{\sqrt{H_s(a-V^2)}} + \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{a_1}V + a}{\sqrt{H_s(a-V^2)}} \right].$$

Распределения скорости и температуры в течении Куэтта-Пуазейля при различных значениях параметра P (безразмерный градиент давления) приведены на Рис. 3а и Рис. 3б. Здесь видно существенное влияние как градиента давления, так и направления скорости на распределения скорости и температуры.

4. Плоское течение Куэтта в газе с поперечным постоянным массопереносом

Для течения Куэтта в газе актуальной также является задача с поперечным постоянным массопереносом через проницаемые стенки. Для нее аналитического решения ранее получено не было. В этом случае $q_0 = \text{const}$, $p_x = 0$ и уравнение (1.4) для полной энтальпии принимает вид;

$$(v_0 u + A_1) \frac{dH_0}{du} = \text{Pr } v_0 H_0 + (1 - \text{Pr}) v_0 \frac{u^2}{2} + C_1.$$

Запишем его в безразмерных переменных и представим искомую функцию в виде произведения двух функций:

$$\beta = \frac{\text{Pr } U^2}{2h_0}, \quad A = \frac{A_1}{v_0 U}, \quad C = \frac{2C_1}{v_0 U^2},$$

$$(V + A) \frac{d\bar{H}_0}{dV} = \text{Pr } \bar{H}_0 + (1 - \text{Pr}) V^2 + C, \quad \bar{H}_0 = \frac{2H_0}{U^2} = \frac{\bar{h}}{\beta} + V^2 = H_1(V) H_2(V),$$

$$\left[(V + A) \frac{dH_1}{dV} - \text{Pr } H_1 \right] H_2 + (V + A) H_1 \frac{dH_2}{dV} = (1 - \text{Pr}) V^2 + C.$$

Функция $H_1(V)$ удовлетворяет однородному уравнению, а функция $H_2(V)$ определяет частное решение с правой частью

$$(V + A) \frac{dH_1}{dV} - \text{Pr } H_1 = 0, \quad H_1 = (V + A)^{\text{Pr}},$$

$$\frac{dH_2}{dV} = (1 - \text{Pr}) \left[(V + A)^{1-\text{Pr}} - 2A(V + A)^{-\text{Pr}} + A^2 (V + A)^{-1-\text{Pr}} \right] + C(V + A)^{-1-\text{Pr}},$$

$$H_2 = (1 - \text{Pr}) \left[\frac{(V + A)^{2-\text{Pr}}}{2 - \text{Pr}} - 2A \frac{(V + A)^{1-\text{Pr}}}{-\text{Pr}} - A^2 \frac{(V + A)^{-\text{Pr}}}{\text{Pr}} \right] - C \frac{(V + A)^{-\text{Pr}}}{\text{Pr}} + D.$$

Здесь $D = \text{const}$ – постоянная интегрирования. Таким образом, безразмерная энтальпия определяется функцией:

$$\bar{h}(s) = \beta \left[a + bs^{\text{Pr}} + cs^2 \right] = \beta R(s), \quad s = V + A, \quad a = -\frac{A^2 + 2C}{2\text{Pr}}, \quad b = D, \quad c = -\frac{1}{2 - \text{Pr}}. \quad (4.1)$$

Коэффициенты выражаются из краевых условий как функции постоянной A .

$$a = - \left\{ \frac{A^{\text{Pr}} - \bar{h}_1 (1+A)^{\text{Pr}}}{\beta} - c \left[A^{\text{Pr}} (1+A)^2 - A^2 (1+A)^{\text{Pr}} \right] \right\} \left[(1+A)^{\text{Pr}} - A^{\text{Pr}} \right]^{-1},$$

$$b = \left[\frac{1-\bar{h}_1}{\beta} - c(1+2A) \right] \left[(1+A)^{\text{Pr}} - A^{\text{Pr}} \right]^{-1}.$$

Как видно, в этом случае решение уравнения энергии в явном виде зависит от постоянной интегрирования уравнения импульса A , которая может быть определена только в процессе решения последнего.

При $\text{Pr} = 2$ решение является сингулярным и определяется так:

$$R(s) = a - s^2 \ln s + bs^2,$$

$$a = -(1+2A)^{-1} \left[\frac{A^2 - \bar{h}_1 (1+A)^2}{\beta} + A^2 (1+A)^2 \ln \frac{1+A}{A} \right], \quad b = \frac{1-\bar{h}_1}{\beta} + (1+A)^2 \ln(1+A) - A^2 \ln A,.$$

Для течения с поперечным массопереносом уравнение импульса (1.3) в безразмерных переменных сводится к следующему:

$$\frac{R^{3/2}(s)}{R(s) + H_s} \frac{ds}{dY} = \alpha s, \quad s(0) = 1+A, \quad s(1) = A, \quad \alpha = \frac{\nu_0 l}{\mu_0 (1+\bar{h}_s) \sqrt{\beta}}.$$

Здесь параметр α есть аналог числа Рейнольдса для поперечного течения. Решение уравнения импульса имеет интегральное представление:

$$f(s) = \int \frac{R^{3/2}(s) ds}{(R(s) + H_s) s} = \alpha Y + B. \quad (4.7)$$

При произвольном числе Прандтля этот интеграл не имеет явной аналитической формы и должен вычисляться численно. Постоянные A и B находятся в процессе численного решения на основе краевых условий:

$$f(1+A) = B, \quad f(A) - f(1+A) = \alpha$$

Исключение составляет случай $\text{Pr} = 1$, когда подынтегральная функция принимает вид, подобный случаю обычного течения Куэтта:

$$R(s) = a + bs + cs^2, \quad a = \frac{(\bar{h}_1 - \beta A)(1+A) - A}{\beta}, \quad b = \frac{1-\bar{h}_1}{\beta} + 1 + 2A, \quad c = -1, \quad \beta = \frac{U^2}{2h_0},$$

Решение уравнения импульса в этом случае имеет следующий вид

$$f(s) = \sqrt{R(s)} + \frac{b}{2} \arcsin \frac{2s-b}{2\sqrt{-\Delta}} -$$

$$-\sqrt{-a} \left(1 + \frac{H_s}{a_1} \right) \arctg \frac{2a+bs}{2\sqrt{-aR(s)}} + \frac{bH_s\sqrt{H_s}}{a_1\sqrt{\Delta_1}} \arctg \frac{\sqrt{\Delta_1} \left(s - \frac{b}{2} \right) - \Delta}{\sqrt{H_s R(s)}}, \quad a < 0. \quad (4.8)$$

Краевые условия определяют следующие нелинейные уравнения для постоянных A и B :

$$B = \sqrt{R(1+A)} + \frac{b}{2} \arcsin \frac{2(1+A)-b}{2\sqrt{-\Delta}} - \sqrt{-a} \left(1 + \frac{H_s}{a_1} \right) \operatorname{arctg} \frac{2a+b(1+A)}{2\sqrt{-aR(1+A)}} + \frac{bH_s\sqrt{H_s}}{a_1\sqrt{\Delta_1}} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{\Delta_1} \left(1+A-\frac{b}{2} \right) - \Delta}{\sqrt{H_s R(1+A)}},$$

$$\alpha + B = \sqrt{R(A)} + \frac{b}{2} \arcsin \frac{2A-b}{2\sqrt{-\Delta}} - \sqrt{-a} \left(1 + \frac{H_s}{a_1} \right) \operatorname{arctg} \frac{2a+bA}{2\sqrt{-aR(A)}} + \frac{bH_s\sqrt{H_s}}{a_1\sqrt{\Delta_1}} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{\Delta_1} \left(A-\frac{b}{2} \right) - \Delta}{\sqrt{H_s R(A)}}.$$

На основе решения этих уравнений на Рис. 4 представлены распределения скорости (Рис. 4а) и температуры (Рис. 4б) при $Pr=0,72$, $\beta=2,95 \cdot 10^{-4}$ и разных значениях параметра α . Представленные результаты показывают, что этот параметр, т.е., поперечное течение заметно воздействует на распределения скорости и энthalпии.

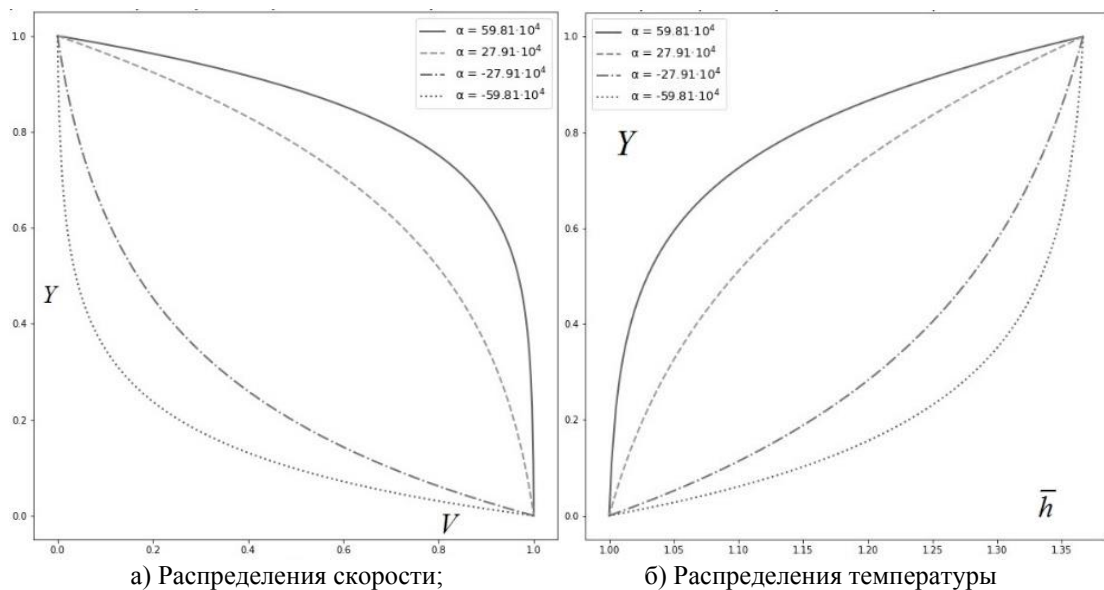


Рис. 4. Распределения безразмерных скорости и температуры в течении Куэтта с поперечным массопереносом.

5. Выводы

В настоящей работе представлены исследования массо- и теплопереноса для классических плоскопараллельных скользящих течений вязкого газа в канале.

Задача сведена к решению уравнения для энthalпии, как функции продольной скорости, и нелинейного уравнения импульса, в котором вязкость также зависит от скорости.

Получены аналитические решения уравнений энергии и импульса для аналогов течений Куэтта и Куэтта-Пуазейля с теплоизолированной неподвижной стенкой и Куэтта с поперечным массопереносом при $Pr = 1$.

При произвольном числе Прандтля в последней задаче энthalпия выражается аналитически через скорость, но уравнение импульса допускает только численное решение.

Список литературы

1. Гродзовский Г.Л. Течение вязкого газа между двумя движущимися параллельными стенками и между двумя вращающимися цилиндрами // ПММ. 1955. Т. 19. С. 99–102.
2. Жмулин Е.М. Течение вязкого газа между двумя движущимися параллельными пластинами // Ученые записки ЦАГИ. 1971. Т. II. № 4. С. 31–37.
3. В.Н. Голубкин. Г.Б. Сизых. О сжимаемом течении Куэтта. // Ученые записки ЦАГИ. 2018. Т. 49, № 1. С. 27-38.
4. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа // М.: Дрофа. 2003. 846 с.
5. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений // М.: Физматгиз. 1963. 1108 с.

УСТОЙЧИВОСТЬ РЕШЕНИЙ В ВИДЕ БЕГУЩЕЙ ВОЛНЫ ДЛЯ ОБОБЩЕННОГО УРАВНЕНИЯ КОРТЕВЕГА-ДЕ ВРИЗА-БЮРГЕРСА С ПЕРЕМЕННЫМ КОЭФФИЦИЕНТОМ ДИССИПАЦИИ

В.А. Шаргатов, А.П. Чугайнова, Г.В. Коломийцев
Математический институт им. В.А. Стеклова РАН, Москва

Обобщенное уравнение Хопфа

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial \varphi(v)}{\partial x} = 0$$

рассматривается как упрощение обобщенного уравнения Кортевега-де Вриза-Бюргерса (оКдВБ)

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial \varphi(v)}{\partial x} = \mu(v) \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - m \frac{\partial^3 v}{\partial x^3}, \quad v = v(x, t),$$

где коэффициент диссипации μ является функцией исследуемого параметра v , а коэффициент дисперсии m считается постоянным.

Оба уравнения могут иметь решения в виде бегущей волны. Для обобщенного уравнения Хопфа такое решение представляет собой разрыв (ударную волну), распространяющийся со скоростью W

$$v(x - Wt) = \begin{cases} v_l & \text{при } x - Wt < 0, \\ v_r & \text{при } x - Wt > 0, \end{cases} \quad W = \frac{[\varphi(v)]}{[v]},$$

где через v_r и v_l обозначены значения параметров v перед и за разрывом соответственно.

Предполагается, что функция $\varphi(v)$ имеет не менее двух точек перегиба. Тогда в общем случае задача Римана для обобщенного уравнения Хопфа имеет неединственное решение, если все разрывные решения в виде бегущей волны признавать допустимыми.

Для уравнения Хопфа разрывное решение в виде бегущей волны, для которого выполняется условие $\varphi'(v_l) < W$, называется особым разрывом, а соответствующее ему непрерывное решение уравнения оКдВБ рассматривается как структура особого разрыва [1].

В работе доказана следующая теорема.

Теорема. Если функция потока для уравнения оКдВБ имеет две точки перегиба и существуют решения, являющиеся структурами особых разрывов, то одно и только одно из этих решений является монотонным.

Ранее для уравнения оКдВБ с постоянными коэффициентами дисперсии и диссипации была сформулирована следующая гипотеза [2].

Гипотеза. Для линейной устойчивости структуры особого разрыва необходимо и достаточно, чтобы этот разрыв был монотонным.

В данной работе для уравнения оКдВБ с коэффициентом диссипации, являющимся функцией v , выполнено исследование линейной устойчивости структур особых разрывов методом функции Эванса и показано, что полученные результаты подтверждают гипотезу, сформулированную ранее для случая, когда коэффициенты дисперсии и диссипации постоянны. Если гипотеза справедлива, то из доказанной теоремы следует, что если структуры особых разрывов существуют, то среди них есть только одна устойчивая, это решение имеет монотонный профиль и наименьшую среди всех особых разрывов скорость.

Сформулирован критерий, позволяющий среди решений в виде бегущей волны для обобщенного уравнения Хопфа выделить допустимые разрывы при известной скорости особого разрыва с устойчивой структурой. Показано, что если при построении решения задачи Римана использовать только допустимые разрывы, то решение является единственным и не обладает «распадной неустойчивостью». Сформулированный критерий подтвержден многочисленными численными решениями аналога задачи Римана для оКдВБ с коэффициентом диссипации, являющимся функцией зависимой переменной.

Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда № 20-11-20141-П.

ЛИТЕРАТУРА.

1. А. Г. Куликовский, А. П. Чугайнова. Классические и неклассические разрывы в решениях уравнений нелинейной теории упругости. УМН, 2008, т.63, №2 (380), с. 85–152.
2. А. Т. Ильичев, А. П. Чугайнова, В. А. Шаргатов. Спектральная устойчивость особых разрывов, Докл. РАН, 2015, т.462, №5, 512–516.

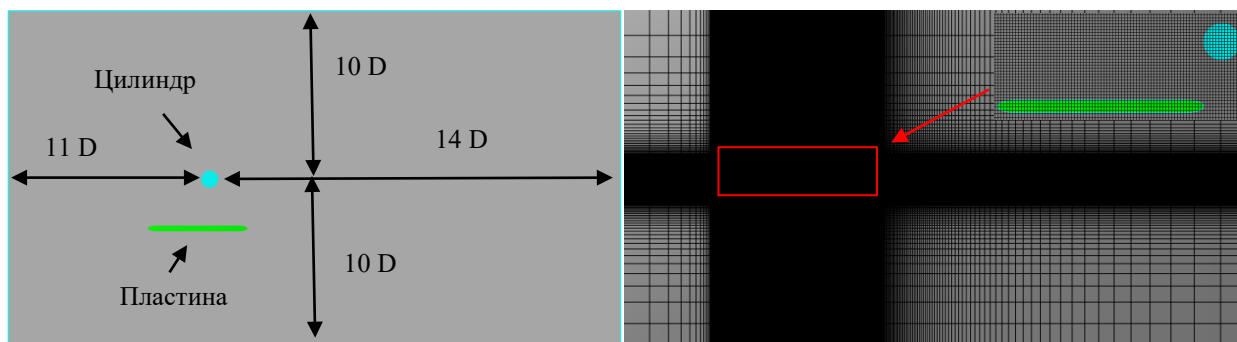
ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПЛАСТИНЫ КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ НА КОЛЕБАНИЯ ЗАКРЕПЛЕННОГО НА ПРУЖИНЕ ЦИЛИНДРА

А.С. Шишаева, О.О. Иванов

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва

Ветроэнергетика – одно из наиболее перспективных направлений поисков возобновляемых источников энергии. Для генерации электрической энергии под воздействием ветра чаще всего применяются ветряки. Однако, их сложно эксплуатировать в пустынях или в областях с экстремально холодным климатом, т.к. сложный конструкционный механизм ветряка быстро изнашивается и приходит в негодность из-за попадания песка или образования изморози в зазорах между элементами конструкций. Поэтому, для областей с экстремальным климатом целесообразно разработать альтернативные ветрогенераторы с простым конструкционным устройством. Такой альтернативой могут стать электростанции, генерирующие электроэнергию из колебания деформируемых шнуров в потоке воздуха.

Трехмерную задачу колебания упругого шнура кругового сечения в потоке воздуха можно свести к двумерной задаче колебания в потоке цилиндра, закрепленного на пружине с эффективной жесткостью. Задача колебания цилиндра на пружине относительно неплохо изучена. Из работы [1] известно, что область неустойчивости цилиндра в дозвуковом потоке газа относительно невелика. Амплитуда колебаний цилиндра падает почти до нуля при изменении скорости потока на 20% относительно скорости, при которой достигается максимум амплитуды колебаний. При этом, известно, что близко расположенная к цилиндру пластина может существенным образом повлиять на колебания цилиндра [2]. Цель данной работы состоит в том, чтобы численно показать возможность изменения области неустойчивости закрепленного на пружине цилиндра под влиянием пластины.



Моделирование обтекания колеблющегося цилиндра осуществляется в программном комплексе FlowVision. Используется прямоугольная расчетная область с размерами порядка $20D \times 35D$, где D – диаметр цилиндра. При этом, расстояние от центра цилиндра до верхней и нижней границ составляет порядка $10D$, расстояние от центра цилиндра до передней границы – $11D$, а до задней – $14D$. Длина пластин составляет порядка $6D$. Решаются уравнения Навье-Стокса и уравнение колебания твердого тела с одной степенью свободы, закрепленного на пружине. Характерный интервал чисел Рейнольдса $Re = 160-320$. При расчете используется прямоугольная расчетная сетка 185×74 . Рассматривается двумерное течение в плоскости XY . Поток воздуха движется вдоль оси X , цилиндр колеблется перпендикулярно потоку вдоль оси Y . Пластина расположена вдоль оси X около цилиндра. Расстояние от задней кромки пластины до поверхности цилиндра изменяется от 0 до D по оси Y и от $-2D$ до $2D$ по оси X . В ходе исследования обнаружено, если цилиндр находится на расстоянии D и больше по оси Y , то пластина не оказывает влияния на колебания цилиндра. Также получено, что перемещение цилиндра относительно пластины вдоль оси X практически не влияет на характер колебаний цилиндра. Исключение – расположение цилиндра в следе вихрей, сходящих с кромки пластины. Наибольшее влияние на результат оказывает перемещение цилиндра вдоль оси Y на расстоянии меньше диаметра цилиндра от пластины.

ЛИТЕРАТУРА.

1. Feng C.C. The Measurements of Vortex-induced Effects in Flow Past Stationary and Oscillating Circular and D-section Cylinder. Master's Thesis, University of British Columbia, Vancouver, B.C., Canada. 1968.
2. Bearman, P. W., Zdravkovich, M. M., Flow around a circular cylinder near a plane boundary. Journal of Fluid Mechanics 89(1), 1978, 33-47.
3. Oleg Ivanov, Vasily Vedenev. Vortex-induced vibrations of an elastic cylinder near a finite-length plate// Journal of fluids and structures. 2021. Vol. 107. 103393.

АНАЛИЗ ДЛИНЫ УЧАСТКА ЛОКАЛЬНОЙ АБСОЛЮТНОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ЗАТОПЛЕННОЙ СТРУИ

Н.М. Экстер, Л.Р. Гареев, Ю.С. Зайко
НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Изотермические затопленные струи с классическими профилями скорости могут быть абсолютно неустойчивыми только при наличии противотечения на границе струи [1]. Однако для изотермических струй с профилем скорости, который имеет более одной точки перегиба, было установлено, что абсолютная неустойчивость может возникать и без противотечения на границе струи [2]. В [3] было показано, что наличие достаточно протяжённого вниз по потоку участка локальной абсолютной неустойчивости приводит к глобальной неустойчивости течения. Предполагается, что путём создания струи с достаточно длинным участком локальной абсолютной неустойчивости получится воссоздать абсолютно неустойчивую струю экспериментально.

В данной работе ищется длина участка локальной абсолютной неустойчивости затопленной струи с целью управления течением и поиска геометрии устройства, формирующего поток. В данной работе начальный профиль скорости струи задаётся двумя параметрами ξ , ζ , как это было сделано в статье [4]. Параметр ξ регулирует положение точки перегиба на профиле скорости, ζ отвечает за градиент скорости в точке перегиба. Разработан алгоритм на языке Python, определяющий длину участка локальной абсолютной неустойчивости в невязком приближении путём поиска седловых точек на плоскости $(\text{Re}\alpha, \text{Im}\alpha)$, где α — волновое число, для струи при числе Рейнольдса 9000 и при различных значениях параметров ξ , ζ . Проанализировано 600 пар значений параметров ξ , ζ и определены длины участков локальной абсолютной неустойчивости соответствующих струй (рис. 1). Была найдена геометрия формирующего устройства, обеспечивающая начальный профиль скорости, для которого длина участка локальной абсолютной неустойчивости максимальна среди исследованных профилей.

Работа выполнена при поддержке РНФ, проект 20-19-00404-П.

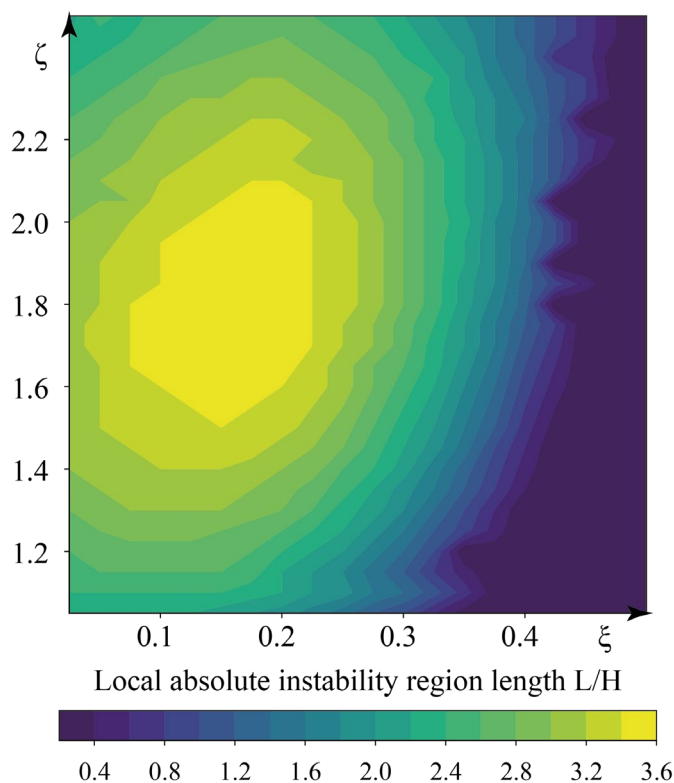


Рис. 1. Заливка плоскости параметров ξ , ζ , отвечающих за форму начального профиля скорости струи, длиной участка ее локальной абсолютной неустойчивости. L – длина участка локальной абсолютной неустойчивости, H – ширина струи.

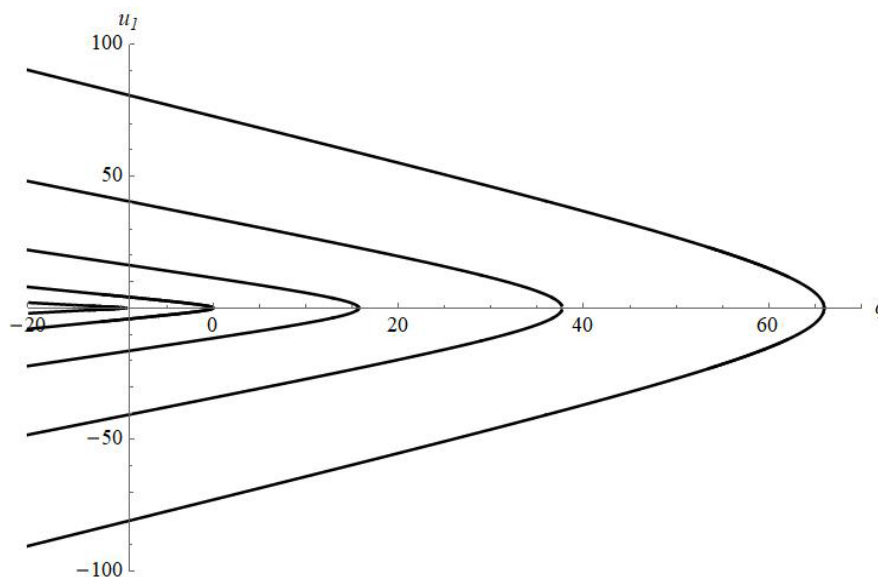
ЛИТЕРАТУРА.

1. Abid, M., Brachet, M., Huerre, P. Linear hydrodynamic instability of circular jets with thin shear layers // Eur. J. Mech. B/Fluids. 1993. V. 12(5). P. 683 – 693.
2. Vedenev V.V., Zayko J.S. On absolute stability of free jets // J. Phys: Conf. Series. 2018. V. 1129. 012037.
3. Le Dizes S., Huerre P., Chomaz J.M., Monkewitz P.A. Linear global modes in spatially developing media // Philos. Trans. R. Soc. London A. 1996. V. 354, № 1705. P. 169–212.
4. V. Vedenev, N. Nikitin. Absolute instability of plane incompressible jets// J. Fluid Mech. 2023. V. 962.

НОВЫЕ ТОЧНЫЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ МАГНИТНОЙ ГИДРОДИНАМИКИ ДЛЯ КОНИЧЕСКОГО КЛАССА ТЕЧЕНИЙ. ОБОБЩЕНИЕ ЗАДАЧИ ДЖЕФФРИ-ГАМЕЛЯ

Н.И. Яворский
Институт теплофизики СО РАН, Новосибирск

В настоящей работе предложено обобщение известной задачи Джеффри-Гамеля для точечного источника массы [1] на трёхмерное течение вязкой несжимаемой проводящей жидкости, описываемой уравнениями магнитной гидродинамики. Рассматривается осесимметричное пространственное течения от линейного источника массы, который может быть совмещён с линейным проводником электрического тока и линейной вихревой нитью. В основе подхода использована работа [2], в которой было показано, что для плоской задачи Джеффри-Гамеля для точечного источника массы имеется бесконечное число решений, характеризующее количество возможных локализованных концентрированных струй.



На приведенном рисунке показаны кривые обратных бифуркаций с ростом безразмерной обильности источника массы q , имеющего смысл числа Рейнольдса. Видно, что даже при нулевом расходе имеется бесконечное множество решений.

В настоящей работе предложено обобщение решения Джеффри-Гамеля на точные решения уравнений магнитной гидродинамики, в которых в цилиндрической системе координат имеются все три компоненты скорости и три компоненты магнитного поля, обладающих осевой симметрией. Эти решения соответствуют задаче, в которой на оси, помимо указанных выше линейного источника массы, вихревой нити и проводника с заданным электрическим током, задан источник магнитного поля. В частности, качестве примера рассмотрено течение с одной струёй и показано, в случае проводящей жидкости возникают осевые компоненты скорости и магнитного поля. При это восходящее течение вдоль оси симметрии также имеет характер струйного течения особой формы, зависящей от числа Рейнольдса и интенсивности источника магнитного поля.

В заключение в докладе обсуждаются особенности течений при наличии линейного проводника электрического тока и вихревой нити, в частности, показывается возможность генерации завихренности при включении электрического тока в проводнике.

Работа поддержана бюджетным проектом (№ FWNS-2021-0009).

ЛИТЕРАТУРА.

1. V.N. Shtern, Counterflows: paradoxical fluid mechanics phenomena, Cambridge; New York: Cambridge University Press, 2012. 470 p.
2. Яворский Н.И. Течение Джеффри-Гамеля для точечного источника // Всероссийская конференция и школа для молодых ученых, посвященные 100-летию академика Л.В. Овсянникова «Математические проблемы механики сплошных сред», 13-17 мая 2019 г. Тезисы докладов. Новосибирск: Институт гидродинамики им М.А. Лаврентьева СО РАН. 2019. С.227-228

РАЗВИТИЕ ВОЗМУЩЕНИЙ В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ ПЛАСТИНЫ С ПРОДОЛЬНЫМИ УГЛУБЛЕНИЯМИ НА ПОВЕРХНОСТИ

А.А. Яцких, В.И. Лысенко, Б.В. Смородский, С.А. Шипуль, А.Д. Юзенас, Л.В. Афанасьев
Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН, Новосибирск

При малом уровне возмущений набегающего потока переход ламинарного течения в пограничном слое в турбулентное состояние связан с зарождением и нарастанием вниз по потоку возмущений. Для управления ламинарно-турбулентным переходом целесообразно влиять на ранние стадии развития возмущений. Основные подходы для решения этой задачи условно можно разделить на активное и пассивное управление течением. К активным методам могут быть отнесены воздействия на течение, которые в зависимости от режима обтекания могут изменяться (например, включаться и выключаться). Пример - вдув или отсос, вдув тяжелых либо легких газов, подвод энергии, охлаждение поверхности и т.д. Активные методы являются сложными с точки зрения технической реализации. Другой подход – пассивные (постоянные) методы, например - модификация поверхности (шероховатости, слоты, риблеты, проницаемые поверхности и т.д.) либо формы обтекаемого тела в целом. Незначительные изменения поверхности представляются наиболее желательными, т.к. не требуют сложных механизмов, датчиков и электроники, а также незначительно влияют на общую картину обтекания.

При дозвуковых скоростях исследовалось влияние риблет и слотов на развитие в дозвуковом пограничном слое возмущений Толлмина-Шлихтинга и нелинейных структур, и как следствие, на ламинарно-турбулентный переход [1-3]. Риблеты могут как задерживать переход, так и ускорять его. При высоких скоростях потока также проводились исследования влияния модификации поверхности на развитие возмущений [4-6]. Однако большинство работ были посвящены режимам течения, когда основной вклад в процесс перехода к турбулентности создает рост возмущений, относящихся ко второй моде неустойчивости. В частности, была показана возможность стабилизации второй моды, при этом дестабилизация первой. Также следует отметить исследования [7], посвященные изучению возможности стабилизации неустойчивости поперечного течения на модели стреловидного крыла. Показано, что углубления, нанесенные параллельно передней кромке, могут приводить к стабилизации течения.

В недавних экспериментах (Лысенко В.И. с коллегами) в малозумной аэродинамической трубе Т-325 ИТПМ СО РАН при числе Маха 2 была обнаружена стабилизация роста естественных возмущений в пограничном слое пластины с протяженными слотами продольной ориентации. Было определено, что по сравнению со случаем гладкой поверхности экспериментальной модели нарастание естественных возмущений значительно отличается и зависит от высоты продольных углублений. Для выявления причин наблюдаемого эффекта проводится численное моделирование обтекания пластины с продольными углублениями вязким теплопроводным газом (воздухом) в трехмерной постановке. Расчеты проведены в программном комплексе FlowVision по условиям, близким к экспериментам.

В данной работе представляются первые результаты исследований влияния продольных углублений на ламинарно-турбулентный переход сверхзвукового пограничного слоя. Анализируются результаты численного моделирования среднего течения и развития локализованных возмущений в пограничном слое с продольными углублениями при числе Маха $M=2$. Проведены расчеты по линейной теории устойчивости. Получено, что продольные углубления на пластине могут положительно влиять на рост возмущений в пограничном слое.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-79-10167, <https://rscf.ru/project/23-79-10167/>. Работа выполнена на базе ЦКП «Механика» ИТПМ СО РАН. Численное моделирование проведено в программном комплексе FlowVision (ООО «ТЕСИС», <https://flowvision.ru/>).

ЛИТЕРАТУРА.

1. А.В. Бойко, В.В. Козлов, В.В. Сызранцев, В.А. Щербаков. Управление при помощи риблет ламинарно-турбулентным переходом в стационарном вихре на скользящем крыле // ПМТФ., 1996, № 1, с.82-94.
2. G.R. Grek, V.V. Kozlov, S.V. Titarenko. An experimental study on the influence of riblets on transition // J. Fluid Mech., 1996., 315, 31-49.
3. G.R. Grek, V.V. Kozlov, S.V. Titarenko, B.G.B. Klingmann. The influence of riblets on a boundary layer with embedded streamwise vortices // Phys. Fluids. 1995., 7(10), 2504-2506.
4. A.V. Fedorov, A.V. Novikov, N.N.Semenov. Toward optimal wavy surface shape for high-speed boundary layer stabilization // Int J. Fluid Mech. Res., 2020, 47(4), 329-335.
5. S.V. Lukashevich, S.O. Morozov, A.N. Shiplyuk. Experiments on the development of natural disturbances in a hypersonic boundary layer on surfaces with microgrooves// Experiments in Fluids. 2021, 62, art. 155.14 p.
6. D. Bountin, T. Chimitov, A. Maslov, A. Novikov, I. Egorov, A. Fedorov, S. Utyuzhnikov. Stabilization of a hypersonic boundary layer using a wavy surface // AIAA J. 2013, 51(5), 1203-1210.
7. A. Fedorov, A. Novikov. Stabilization of crossflow mode by grooves on a supersonic swept wing // Theor. Comput. Fluid Dyn. 2023, 37, 261–268

Научное издание

**Материалы XXV Международной конференции
«Нелинейные задачи теории гидродинамической устойчивости и турбулентность».**

Ответственные редакторы Н.В. Никитин, Н.В. Попеленская

Электронное издание сетевого распространения

Издательство Московского Университета.
119991, Москва, Ленинские горы, д.1, стр. 15 (ул. Академика Хохлова, 11).
Веб-сайт: <http://msupress.com>
Тел.: (495) 939-32-91. E-mail: secretary@msupress.com

http://hit-conf.imec.msu.ru/books/NeZaTeGiUs_2024.pdf