

**Научно-исследовательский институт механики
МГУ имени М.В. Ломоносова**



**Материалы XXVI Международной конференции
«НЕЛИНЕЙНЫЕ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ
УСТОЙЧИВОСТИ И ТУРБУЛЕНТНОСТЬ»**

Издательство Московского университета

2026

УДК 532.516.532.517
ББК 35.114
М 43

Материалы XXVI Международной конференции «Нелинейные задачи теории гидродинамической устойчивости и турбулентность» 15 – 20 февраля 2026 г.
Московская область, Одинцовский район, поселок Горки-10, пансионат «Лесные дали» /
отв. ред. Н. В. Никитин, Н. В. Попеленская. – Москва:
М 43 Издательство Московского Университета, 2026. – 163 с.

ISBN

В материалах конференции отражено современное состояние теории гидродинамической устойчивости и турбулентности. Представлены экспериментальные и теоретические работы по прямому численному моделированию турбулентности и по переходу к турбулентности.

Сборник будет полезен аспирантам, студентам и научным сотрудникам.

УДК 532.516.532.517
ББК 35.114

ISBN

© НИИ механики
МГУ им. М.В. Ломоносова,
2026

ОГЛАВЛЕНИЕ

Агеев А.И., Осипцов А.Н., Смирнов К.В. О «косых» гидравлических прыжках в пленке вязкой жидкости на супергидрофобной поверхности	6
Амелюшкин И.А., Кривопалова Е.В., Петров Д.А. Модели, расчет параметров процессов и экспериментальное исследование движение колеса с грунтозацепами по воде	7
Андреев А.И., Семенов А.Е., Минофьев Р.Р., Путилин С.А. Математическое моделирование отрывного течения на призматических микротурбулизаторах	8
Андронов П.Р. Численное моделирование отбора мощности при автоколебаниях и авторотации тел в набегающем потоке вязкой жидкости	13
Арсеньев С. А. Сильно турбулентное цунами	17
Афанасьев Л.В., Косинов А.Д. Влияние радиуса притупления на дифракционные эффекты при воздействии N-волны на переднюю кромку пластины	20
Бойко А.В., Прокофьев В.В., Архангельский Е.А., Якимов А.Ю. Эксперименты на движущихся по волнам моделях с частично погруженной в воду пластиной. Численные расчеты	22
Веденеев В.В. Является ли неустойчивостью гидродинамическая неустойчивость?	24
Веденяпин В.В. Космологические решения как переход от кинетической турбулентности к гидродинамической ламинарности, закон Хаббла и ускоренное расширение вселенной из принципа наименьшего действия	26
Власова О.А., Субботин С.В. Идентификация неосесимметричных инерционных мод во вращающемся цилиндрическом слое жидкости с прецессирующим торцом	27
Вяткин А.А., Козлов В.Г. Параметрическая неустойчивость неизотермической жидкости во вращающемся горизонтальном цилиндрическом слое	28
Гайфуллин А.М., Щеглов А.С. Ламинарные и турбулентные трехмерные пристенные струи	29
Гареев Л.Р., Веденеев В.В., Иванов О.О., Трифонов В.В. Влияние комбинированного стационарного и гармонического возмущения на устойчивость ламинарного течения	30
Голуб А.П., Селюцкий Ю.Д. Моделирование движения жидкости в сферическом сосуде, помещённом в воздушный поток	31
Гончаров Е.С., Припахайло А.В., Магомедов Р.Н. Влияние конфигурации смесительных элементов статического смесителя на течение и средний размер капель дисперсной фазы в системе «вода-масло» применительно к процессам экстракции	32
Демин В.А., Демина Т.В., Коновалов В.В., Любимова Т.П. К вопросу о переносе газообразных компонентов в условиях среднего вакуума при реализации процесса парофазного силицирования	33
Демченко Я.В. Экспериментальное исследование влияния длины цилиндра на крутильные аэроупругие колебания	34
Евстигнеев Н.М. Улучшение поиска областей притяжения решений для методов ньютоновского типа в некоторых задачах для уравнений Навье-Стокса	35
Ерманюк Е.В., Карра Ж.-Б., Гаврилова Н.В., Черданцев А.В., Шмакова Н.Д. Начальный этап соударения твердого тела с поверхностью раздела газ – жидкость	37
Жиленко Д.Ю., Кривоносова О.Э. Закономерности увеличения интенсивности течений при воздействии внешнего шума	38
Жиленко Д.Ю., Кривоносова О.Э. Использование периодической модуляции скорости вращения для подавления неустойчивости течений	41
Зайко Ю.С., Экстер Н.М., Веденеев В.В. О самовозбуждающихся колебаниях плоских затопленных струй	42

Заметаев В.Б. Диссипативные структуры Пригожина как обязательные составляющие турбулентных течений жидкости в тонких слоях	43
Здитовец А.Г., Киселёв Н.А., Виноградов Ю.А. Влияние интенсивности начальной закрутки на расширение влажного воздуха в сверхзвуковом сопле при наличии спонтанной конденсации	44
Зимасова А.Р., Субботин С.В., Козлов В.Г. Инерционные волны во вращающейся системе с границей раздела	45
Зимасова А.Р., Петухова М.А., Козлов В.Г. Экспериментальное исследование массопереноса через межфазную границу в условиях возбуждения осцилляционной неустойчивости Кельвина-Гельмгольца	46
Иванов О.О., Гареев Л.Р., Трифонов В.В., Веденеев В.В. Визуализация возмущений в круглой затопленной струе, создаваемых дефлекторами, табами и министруями	47
Иванова А.А., Козлов В.Г., Вяткин А.А. О вибрационной тепловой конвекции при действии осложняющих факторов	48
Ивановский А.В. Срывное обтекание решетки пластин с конечной толщиной кромки	49
Исаев С.А. Валидационные тесты для численного моделирования отрывных до- и сверхзвуковых течений и теплообмена. Анализ 45-летнего опыта	50
Н.А. Киселёв, Н.С. Маластовский, А.Г. Здитовец, А.С. Новокшонов Экспериментальное исследование эффекта Эккерта–Вайза для расположенных бок о бок цилиндров	51
Клименко Ю.Т., Боронин С.А. Гидродинамическая устойчивость течения плотной суспензии в плоском канале	52
Коломийцев Г.В., Шаргатов В.А. Эволюция бегущих волн обобщенного уравнения Кортевега-де Вриза-Бюргера с переменной диссипацией	53
Конюхов А.В. О вихревом перемешивании в окрестности фокуса полигональной ударной волны при нарушении симметрии	56
Копьев А.В., Ильин А.С., Агафонцев Д.С., Сирота В.А., Зыбин К.П. Маркеры статистической изотропии в турбулентном потоке	58
Копьев А.В., Огинов А.А., Зыбин К.П. Мелкомасштабная турбулентная диффузия поля температуры при больших числах Прандтля в модели Казанцева-Крайчнана	60
Копьев В.Ф., Чернышев С.А., Зайцев М.Ю. Аэродинамический шум вихревых колец и эксперименты с крупномасштабными вихрями	61
Копьев В.Ф., Миронов М.А., Беляев И.В., Панкратов И.В. О проблеме излучения шума турбулентным пограничным слоем	64
Коробков В.А., Котвицкий А.Я., Абдуллаев А.А., Моралев И.А. Когерентные структуры в области перехода к турбулентному течению на скользящем крыле	66
Котвицкий А.Я., Моралев И.А., Устинов М.В., Вишняков О.И. Моделирование затягивания ламинарно-турбулентного перехода на скользящем крыле при повышенном уровне турбулентности с помощью газоразрядных актуаторов	68
Кривоносова О.Э., Жиленко Д.Ю. Подавление неустойчивости в сферическом слое случайными флуктуациями скорости вращения	70
Леманов В.В., Лукашов В.В., Федоренко В.А., Шаров К.А. Вихревые суперструктуры в трубах и струях	72
Любимова Т.П., Любимов Д.В., Гаричева Ю.В., Иванцов А.О., Мераджи С., Ру Б. Динамика газового пузырька в колеблющейся вязкой жидкости	81
Любимова Т.П., Коновалов В.В., Борзенко Е.И., Непомнящий А.А. Влияние нерастворимого пав на капиллярные колебания пузырька в жидкости	83
Матюшин П.В. Формирование внутренних гравитационных волн движением пластины в стратифицированной вязкой жидкости (двумерная задача)	85

Медведева М.А., Федотов А.С., Мовчан С.А. Исследование свободно-конвективного движения рабочей газовой смеси во время-проекционной камере MPD/NICA	93
Михеев Н.И., Давлетшин И.А., Шакиров Р.Р. Процессы переноса в канале с самоорганизующимися вторичными течениями	95
Молочников В.М., Пашкова Н.Д., Ахметзянов А.К. Возникновение турбулентности в гладкой трубе и в трубе с внезапным расширением при местной закрутке потока	97
Моралев И.А., Селивонин И.В. Гидродинамическая неустойчивость каналов высокочастотного коронного разряда	100
Некрасов О.О., Смородин Б.Л. Нелинейные режимы термоэлектродондуктивной конвекции	103
Никитин Н.В., Попеленская Н.В. О природе организованных структур в турбулентном потоке	106
Огородников Л.Л., Вергелес С.С. Теоретическое исследование процесса формирования структур из осажденных частиц на дне в периодическом течении	106
Осипцов А.Н., Агеев А.И. Течения вязкой жидкости вблизи супергидрофобных поверхностей: автомодельные пленочные течения, гидравлические прыжки и течения на микромасштабе	107
Очеретяный С.А., Прокофьев В.В., Топейцев Г.В. Режим кавитационных автоколебаний, связанный с Релей-Тейлоровской неустойчивостью границы каверны	108
Питеримова М.В., Косинов А.Д., Афанасьев Л.В., Яцких А.А., Ермолаев Ю.Г. Излучение контролируемых возмущений сверхзвуковым пограничным слоем	110
Полежаев Д.А., Терехина А.В. Расчет извилистости пористых материалов с помощью техники измерения коэффициента диффузии растворенного в жидкости флуоресцентного красителя	111
Попович С.С. Аэродинамический нагрев и охлаждение в потоке сжимаемого газа	112
Прокопьев С.А., Любимова Т.П. Термоконцентрационная конвекция с эффектом Соре в плоских слоях с границами низкой теплопроводности	113
Прокопьев С.А., Любимова Т.П. Устойчивый алгоритм моделирования многофазных течений с помощью метода фазового поля	116
Решмин А.И., Трифонов В.В. Моделирование турбулентного течения и теплопереноса в коническом кольцевом канале с малым углом раскрытия	117
Сбоев Д.С., Толкачев С.Н. Развитие возмущений в пограничном слое при повышенной внешней турбулентности на модели с толстой передней кромкой	118
Сбоев Д.С. Неравновесный турбулентный пограничный слой с необычными свойствами	121
Сердюков М.Г., Кузнецов Е.А., Михайлов Е.А. Возникновение особенностей для завихренности в конвективных потоках в цилиндрических областях	125
Серов С.А., Серова С.С. Определение асимптотического разложения функции действительного переменного и «асимптотические» решения некоторых кинетических и сингулярно возмущенных уравнений	126
Смирнов Е.М., Еропов А.С., Левченя А.М. Развитие свободной конвекции у внезапно нагретой вертикальной пластины при турбулизирующем действии периодической системы ребер	127
Соболева Е.Б. Конвективное растворение флюида CO ₂ в воде внутри пористого пласта	131
Субботин С.В., Ширяева М.А., Шмакова Н.Д., Ерманюк Е.В. Нелинейная динамика инерционных волн во вращающемся сферическом слое	134
Судаков В.Г. История летных исследований ламинаризации обтекания самолетов в СССР и России	135
Трифонов В.В. Влияние характеристик конечного возмущения на переход к турбулентному течению в круглой трубе	136
Уточкин В.Ю. Нелинейная динамика конвективных движений, вызванных центробежной плавучестью во вращающемся пористом диске	137

Федотов А.С., Медведева М.А., Мовчан С.А. Асимметричные цепочки конвективных ячеек при конвекции Бенара в тонких кольцевых слоях газа	138
Федюшкин А.И. Интенсификация теплообмена на плоской пластине поперечными периодическими воздействиями на продольную скорость течения жидкости	139
Хатунцева О.Н. Количественные и качественные различия в производстве энтропии для ламинарного и турбулентного режимов течения	145
Черепанов И.Н., Смородин Б.Л. Влияние эффекта Марангони на режимы гравитактической биоконвекции	146
Чичерина А.Д., Решмин А.И., Лущик В.Г. Противоточные пластинчатые теплообменники с расширяющимися каналами	149
Чичерина А.Д. Особенности перехода к дивергенции крыла при стационарном и нестационарном моделировании аэродинамических нагрузок	150
Шалаев В.И., Калугин С.Т., Толоко Г.В. Особенности движения газа в канале с проницаемой границей под воздействием внешнего линейного градиента давления	150
Любимова Т.П., Шубенков И.С., Ожгибесова Н.А. Конвекция многокомпонентных смесей в системах слоев разной проницаемости, имитирующих геологические складки	154
Шубенков И.С., Любимова Т.П. Влияние вибраций на возникновение конвекции в горизонтальном пористом слое, насыщенном трехкомпонентной жидкой смесью	156
Яворский Н.И. О параметре порядка бифуркаций решений задачи Джеффри-Гамеля. Парадоксальные свойства и потеря существования решений	159

О «КОСЫХ» ГИДРАВЛИЧЕСКИХ ПРЫЖКАХ В ПЛЕНКЕ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ НА СУПЕРГИДРОФОБНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

А.И. Агеев, А.Н. Осипцов, К.В. Смирнов
НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

В приближении мелкой воды рассматриваются «прямые» и «косые» гидравлические прыжки (скачки толщины), а также задача о пересечении «косых» прыжков в тонком слое вязкой жидкости на обычной и супергидрофобной поверхностях (СГП). На основе законов сохранения массы и импульса получены соотношения, связывающие толщину слоя и осредненную по толщине скорость жидкости до и после скачка (аналог условий Рэнкина-Гюгоню). В отличие от предыдущих работ, при осреднении интегрального закона сохранения импульса учтена пульсационная составляющая скорости, обусловленная неоднородностью профиля скорости вязкой жидкости. В этом случае соотношения на косом скачке записываются в виде:

$$\begin{aligned} \langle u \rangle_{n1} h_1 &= \langle u \rangle_{n2} h_2, \\ h_1 \langle u \rangle_{n1}^2 + \frac{h_1^2}{2Fr_{1n}^2} + h_1 \langle u'^2 \rangle_{n1} &= h_2 \langle u \rangle_{n2}^2 + \frac{h_2^2}{2Fr_{1n}^2} + h_2 \langle u'^2 \rangle_{n2}, \\ h_1 \langle u \rangle_{n1} \langle u \rangle_{\tau1} + h_1 \langle u'_1 u'_{\tau1} \rangle &= h_2 \langle u \rangle_{n2} \langle u \rangle_{\tau2} + h_2 \langle u'_2 u'_{\tau2} \rangle \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь h – безразмерная толщина пленки, u_n и u_τ – безразмерные нормальная и касательная компоненты скорости жидкости на скачке, скобки обозначают осреднение, штрихом отмечены «пульсационные» составляющие скорости, индексы 1 и 2 относятся к параметрам до и после прыжка. Для невязкой жидкости соотношения (1) упрощаются, так как пульсационные составляющие равны нулю. В этом случае справедливо известное решение, связывающее значения $h_{1,2}$ и $\langle u \rangle_{n1,2}$ на косом скачке [1]:

$$\frac{\langle u \rangle_{2n}}{\langle u \rangle_{1n}} = \frac{h_1}{h_2} = \frac{2}{-1 + \sqrt{1 + 8Fr_1^2 \sin^2 \alpha}} = \Lambda, \quad (2)$$

где α – угол между направлением вектора скорости потока перед скачком и направлением скачка, Fr_1 – число Фруда потока перед скачком; $\alpha = \pi/2$ соответствует прямому скачку. Из первого и третьего условий в пренебрежении пульсационными членами следует непрерывность касательных скоростей на скачке. После несложных выкладок можно получить условие для определения угла поворота потока после скачка $\theta = \alpha - \arctg(\Lambda \operatorname{tg}(\alpha))$. Разрешая соотношения на скачке, получаем формулу для вычисления Fr_2 после скачка через параметры потока перед скачком: $Fr_2 = Fr_1((\Lambda^2 \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)\Lambda)^{1/2}$.

При учете вязкости в (1) сохраняются пульсационные составляющие, для вычисления которых необходимо задать модель трения на подстилающей поверхности. В рамках метода Польгаузена в расчетах использовались полиномиальные профили скорости жидкости:

$$u_i(x, z) = A_{ik}(x)z^k, \quad i = \{1, 2\}, \quad k = \{0, 1, 2, 3\}$$

Здесь (x, z) – продольная и поперечная координаты абсолютной инерциальной системы отсчета. Значения коэффициентов A_{ik} определялись из требования удовлетворению условиям проскальзывания Навье/прилипания на твердой стенке, отсутствия касательных напряжений на внешней границе слоя и сохранения расхода в пленке. Указанные профили имеют вид:

$$u_i(x, z) = \frac{3(b+z)}{h_i(3b+h_i)} - \frac{3z^2}{h_i^2(6b+2h_i)}, \quad u_i(x, z) = \frac{12(b+z)}{h_i(12b+5h_i)} - \frac{4z^3}{h_i^3(12b+5h_i)}$$

где b – безразмерная длина скольжения на СГП, входящая в условие Навье [2]. С учетом трения (пульсационных составляющих) при $b = 0$ изменяется коэффициент перед Fr_1 в (2), при этом сохраняется непрерывность касательных скоростей на скачке. При наличии проскальзывания на СГП ($b > 0$) для скачка параметров пленки вместо (2) получается алгебраическое уравнение, решение которого для фиксированных значений b и α находится численно [2], при этом также имеет место ненулевой скачок касательных компонент скорости, который исчезает при $b \rightarrow 0$.

В рамках предложенной модели с учетом вязкости и проскальзывания на СГП построены ударные поляры для косых прыжков, а также найдены границы режимов регулярного и маховского (с прямой «ножкой») отражения взаимодействующих косых прыжков. Определены условия «звукового» критерия для задачи о взаимодействии двух косых гидравлических прыжков на обычных и супергидрофобных поверхностях.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФ (проект № 25-21-00038).

ЛИТЕРАТУРА.

1. А.Н. Кудрявцев, У.В. Михайлова. Явление гистерезиса при взаимодействии косых гидравлических прыжков на мелкой воде // Теплофизика и аэромеханика. 2023. Т 30. № 6.
2. А.И. Агеев, А.Н. Осипцов, К.В. Смирнов К теории гидравлических прыжков в пленочных течениях на обычных и супергидрофобных поверхностях // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2025. № 5.

МОДЕЛИ, РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ ПРОЦЕССОВ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЕ КОЛЕСА С ГРУНТОЗАЦЕПАМИ ПО ВОДЕ

И.А. Амелюшкин¹, Е.В. Кривопалова¹, Д.А. Петров²

Центральный аэрогидродинамический институт им. проф. Н.Е. Жуковского

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН

Модели процессов и методы расчета аэрогидродинамических сил, действующих при вращении твердого тела на межфазной границе жидкость-газ, далеки от своего завершения. Подъемная сила создается за счет скоростного напора жидкости и эффекта ударов грунтозацепов о воду с угловой скоростью вращения. Силы тяги и сопротивления в значительной степени определяется формой и размером взаимодействующих с многофазной средой грунтозацепов, скоростью напора, глубины погружения и ряда других параметров, прежде всего, безразмерных, в зависимости от которых реализуются различные режимы аэрогидродинамических процессов: от гребного до возникновения изогнутого воздушного экрана и вспененной жидкостью между вращающимся твердым телом и жидкостью, по которой оно перемещается. Вероятно, первая теоретическая работа о движении по воде на колесах была выполнена в Крыловском научном центре [1], в ЦАГИ во вращающемся бассейне проведена работа [2], в которой измерены силы действующие на вращающийся гладкий цилиндр на поверхности воды: случаю „качения“ цилиндра по поверхности воды соответствуют „отрицательные“ значения подъемной силы. В работах [3, 4] водокатные движители исследовались различными способами, включая анализ движения радиоуправляемого автомобиля по гидроканалу, измерения сил при помещении половины автомобиля на один их рельсов, качения по воде цилиндра на тросе, а также путем сброса подвешенного на четырех тросах гусеничного механизма, который, двигаясь подобно маятнику, соприкасался с водой и влиял на конечную высоту его подъема по инерции за счет работы водокатных гусениц. Подъемная сила в большинстве рассмотренных случаев создавалась скоростным напором жидкости в результате придания транспортному средству горизонтальной силы от колес.

В рамках настоящей работы создана оригинальная гидродинамическая установка, позволяющая непрерывно измерять аэрогидродинамические силы и другие параметры процессов движения по воде на колесах. Проведены параметрические расчетные и экспериментальные исследования движения колеса с грунтозацепами по воде (на рис. 1 приведены примеры). Выражение для подъемной силы F_y движущегося по воде колеса имеет следующий вид:

$$F_y = \frac{\rho V^2}{2} \pi R H \cdot C_{Ay} \cdot \left(\frac{h}{R}\right)^\psi.$$

Здесь ρ – плотность жидкости, V – скорость движения, R и H – радиус и ширина колеса, h – глубина его погружения, C_{Ay} – коэффициент подъемной силы, ψ – фактор влияния глубины.

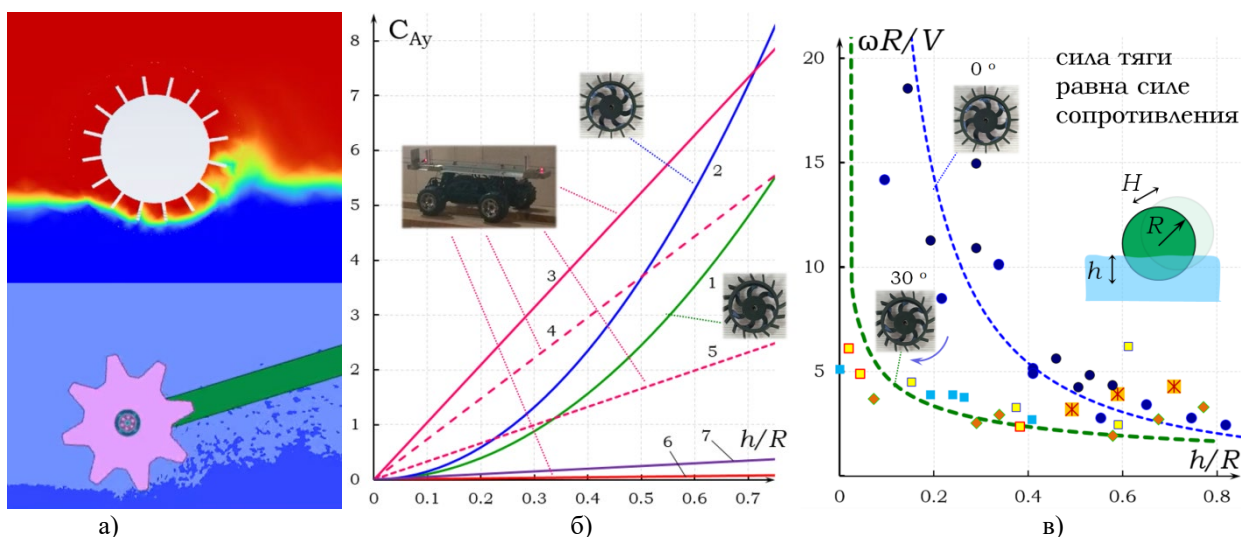


Рис. 1: иллюстрации исследования аэрогидромеханических процессов, сопровождающих движение колеса с грунтозацепами по воде: а) визуализация расчета многофазного течения вблизи движущегося по воде вращающегося тела с грунтозацепами; б) сравнение интерполяций экспериментальных данных в настоящей работе с обработанными данными работы [3]; в) влияние угла наклона грунтозацепов на значение минимальной угловой скорости вращения колеса, которая необходима для поддержания заданной скорости движения относительно жидкости при различных глубинах погружения h .

Часть исследования выполнена за счет гранта Российского научного фонда (проект № 24-19-00430).

ЛИТЕРАТУРА

1. И.Т. Егоров Гидродинамические особенности процесса качения тел по поверхности воды, Докл. XV научно-техн. конф. по теории корабля и гидромех. судна. Апрель 1965. Крыловские чтения, Вып.64. С.170–176.
2. Л.А. Эпштейн О глассировании вращающегося цилиндра по поверхности жидкости // Ученые записки ЦАГИ, 1976. т. VII, № 1, с. 89-96.
3. В.А. Ерошин, А.В. Бойко Условия качения колесных транспортных средств по поверхности воды //Наука и техника транспорта, №3, 2019, с. 49-56.
4. В.А. Ерошин, А.В. Бойко А.В. О гидродинамике качения гусеницы по поверхности воды // Физико-химическая кинетика в газовой динамике 2024, т.25, №6, с. 1-8.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОТРЫВНОГО ТЕЧЕНИЯ НА ПРИЗМАТИЧЕСКИХ МИКРОТУРБУЛИЗАТОРАХ

А.И. Андреев, А.Е. Семенов, Р.Р. Минофьев, С.А. Путилин
ФГБОУ ВО Астраханский государственный технический университет, Астрахань

Современные задачи проектирования микрофлюидных систем и высокоэффективных теплообменных аппаратов малых масштабов требуют глубокого понимания сложных гидродинамических процессов, возникающих при обтекании микроструктур. Одним из ключевых методов управления потоком и интенсификации теплообмена является использование пассивных турбулизаторов [1-2]. В данной работе проводится численное моделирование гидродинамики отрывного течения на поверхности с равномерно распределенными призматическими микровыступами квадратного сечения.

Особый интерес в контексте управления потоком представляют отрывные течения, возникающие при обтекании микровыступов. Эти явления характеризуются отделением пограничного слоя от поверхности с последующим образованием устойчивых рециркуляционных зон, что меняет структуру течения и характеристики турбулентности [2-3]. Изучение отрывных течений необходимо для понимания механизмов формирования гидродинамического сопротивления и разработки эффективных методов управления потоком в микроканалах.

Для адекватного описания таких течений необходимы математические модели, способные учитывать как пристенные эффекты, так и особенности переноса в зонах отрыва. Детальное исследование гидродинамики включает анализ структуры течения, распределения давления, характеристик завихренности и турбулентных напряжений, что позволяет установить связь между геометрией микровыступов и формирующимися паттернами течения. Гидродинамические исследования лежат в основе оптимизации микроструктурированных поверхностей для различных технических применений [4].

В работе моделировалось течение на поверхности, состоящей из равномерно распределённых по поверхности квадратных выступов - призм. сторона квадрата 0,5 мм., расстояние между соседними призмами 0,5 мм, призмы расположены в 27 рядов по 27 призм, всего 729 призм, теплоноситель подавался с одной стороны и выходил с другой стороны теплообменника, высота до крышки 5 мм – рисунок 1. В ходе расчёта принято, что на пластину действовал равномерный тепловой поток.

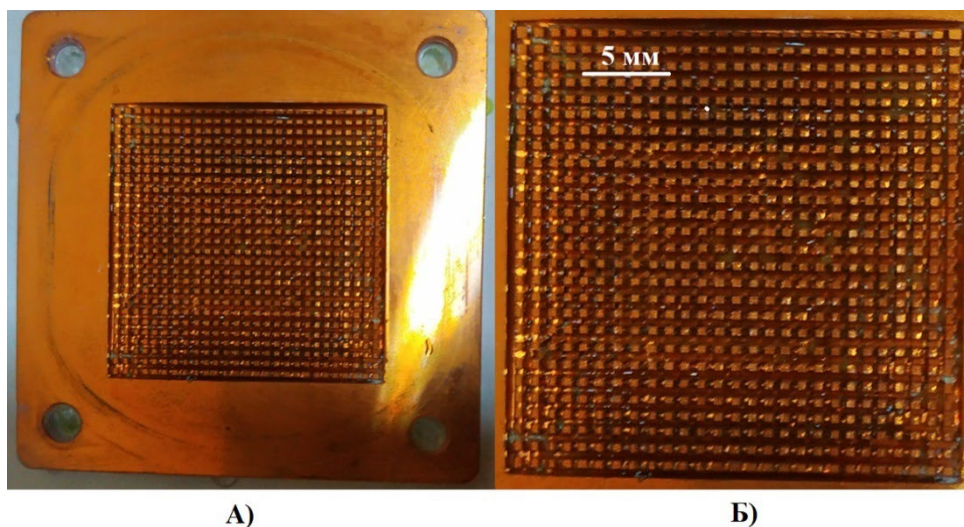


Рис.1 – Исследуемая поверхность микроканального теплообменника с призматическими рёбрами: а) - расположение рёбер на теплопередающей поверхности, б) – оребрённая поверхность с увеличением

Моделировалось течение при развивающейся турбулентности $Re > 5000$. Для моделирования использована модель $k-\omega$ SST, с упрощениями – стационарный режим и двумерное приближение для элементарной ячейки. Турбулентная кинетическая энергия k и удельная скорость диссипации ω могут быть представлены в двумерном случае с поправкой на малость массовых сил (без их учёта).

$$\begin{aligned} u \frac{\partial k}{\partial x} + v \frac{\partial k}{\partial y} &= \bar{P}_k - \beta^* \omega k + \frac{\partial}{\partial x} \left[(\nu + \sigma_k \nu_t) \frac{\partial k}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[(\nu + \sigma_k \nu_t) \frac{\partial k}{\partial y} \right] \\ u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} &= \alpha S - \beta \omega k + \frac{\partial}{\partial x} \left[(\nu + \sigma_\omega \nu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[(\nu + \sigma_\omega \nu_t) \frac{\partial \omega}{\partial y} \right] + \\ &+ 2(1 - F_1) \frac{\sigma_{\omega 2}}{\omega} \left(\frac{\partial k}{\partial x} \frac{\partial \omega}{\partial x} + \frac{\partial k}{\partial y} \frac{\partial \omega}{\partial y} \right) \end{aligned} \quad (1)$$

где x, y — координаты в двумерной системе, t — время, с., u, v — компоненты скорости в направлении x и y соответственно, м/с, β^* константа диссипации (0.09), ν — кинематическая вязкость, м²/с, σ_k — турбулентное число Прандтля для k , ν_t — турбулентная вязкость, м²/с:

$$\nu_t = \frac{a_1 k}{\max(a_1 \omega, SF_2)}$$

\bar{P}_k — генерация турбулентности, м²/с³:

$$\begin{aligned} \bar{P}_k &= \min(\nu_t S^2, 10\beta^* \omega k) \\ S &= \sqrt{2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2} \end{aligned}$$

α — коэффициент генерации турбулентности:

$$\alpha = F \alpha_1 + (1 - F) \alpha_2$$

аналогично для σ_ω — турбулентное число Прандтля для ω , β — коэффициент диссипации, $\alpha_1=0.31, \alpha_2=0.44, \beta_1=3/40, \beta_2=0.0828, \sigma_{k1}=0.85, \sigma_{k2}=1.0, \sigma_{\omega 1}=0.5, \sigma_{\omega 2}=0.856, F_1, F_2$ — функции перемешивания:

$$\begin{aligned} F_1 &= \tanh(\arg_1^4) \\ \arg_1 &= \min \left[\max \left(\frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \frac{500\nu}{y^2 \omega} \right), \frac{4\rho\sigma_{\omega 2}k}{CD_{k\omega}y^2} \right] \\ CD_{k\omega} &= \max \left(2\rho\sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \left(\frac{\partial k}{\partial x} \frac{\partial \omega}{\partial x} + \frac{\partial k}{\partial y} \frac{\partial \omega}{\partial y} \right), 10^{-20} \right) \\ F_2 &= \tanh(\arg_2^2) \\ \arg_2 &= \max \left(\frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \frac{500\nu}{y^2 \omega} \right) \end{aligned}$$

Уравнение энергии для жидкости и твёрдой стенки могут быть получены с учётом (1).

$$\begin{aligned} u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(a_f + \frac{\nu_t}{\sigma_{k1}} \right) \frac{\partial T}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(a_f + \frac{\nu_t}{\sigma_{k1}} \right) \frac{\partial T}{\partial y} \right] \\ \frac{\partial^2 T_s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_s}{\partial y^2} &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

где a_f — температуропроводность жидкости, м²/с.

Для моделирования использованы граничные условия, при которых при $x=0$ скорости и температуры задаются как параметры на входе, при этом число турбулентности и диссипации рассчитывается от входного потока.

$$k_{\text{выход}} = 0.005v_{\text{выход}}^2$$

$$\omega_{\text{выход}} = \frac{\sqrt{k_{\text{выход}}}}{0.07d_h}$$
(3)

где d_h – гидравлический диаметр, мм.

У стенки скорости обнуляются (условия прилипания) и значения для k и ω имеют вид:

$$k = 0$$

$$\omega = \frac{60v}{0.075y_1^2}$$
(4)

где y_1 – расстояние от первого узла заданной сетки моделирования.

На боковых границах заданы условия:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0, v = 0, \frac{\partial k}{\partial x} = 0, \frac{\partial \omega}{\partial x} = 0, \frac{\partial T}{\partial x} = 0$$
(5)

Давление на выходе учитывалось из условия Дирихле. Падение давления в теплообменнике рассчитывалось через коэффициент сопротивления (получен из экспериментальной обработки).

$$P_{\text{выход}} = P_{\text{вход}} - \Delta p = \text{const}$$

$$\Delta p = f \frac{L}{d_h} \frac{\rho v^2}{2}$$

$$f = 0.79 \text{Re}^{-0.25} \left(\frac{h}{d_h} \right)^{0.38}$$
(6)

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = 0$$

где f – коэффициент сопротивления, h – высота призм, мм, L – длина теплообменной поверхности, мм., $\partial \varphi / \partial x = 0$ распространяется на все основные переменные течения и теплопереноса (u, v, k, ω, T) на боковых границах расчетной области

На рисунке 2 показано моделирование скоростей и давлений вблизи призм – турбулизаторов.

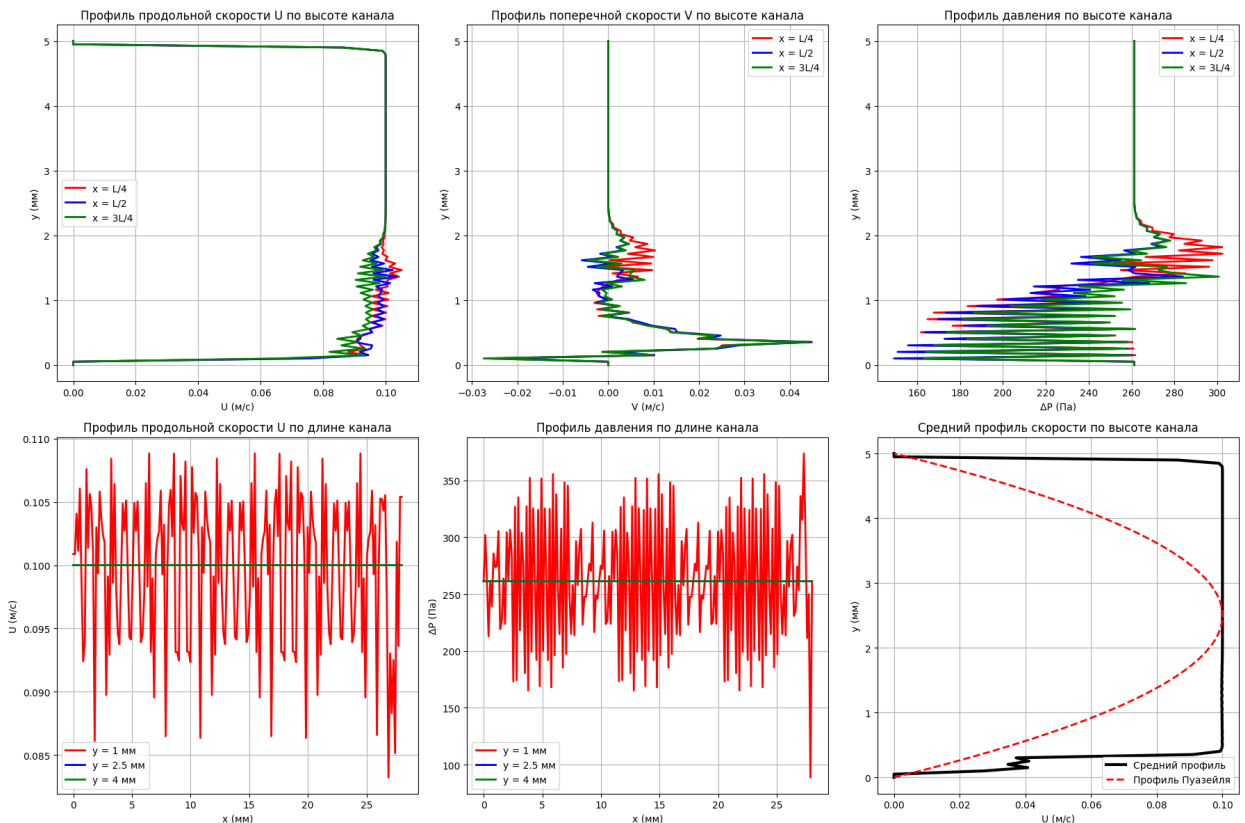


Рис.2 – Распределение скоростей и давлений по высоте канала движения среды

Моделирование течения в канале с призматическими микротурбулизаторами показало формирование сложной турбулентной структуры с интенсивным вихреобразованием вблизи препятствий - рисунок 3. Анализ поля скорости показал характерные зоны отрыва потока за каждой призмой, где наблюдается максимальная турбулентная кинетическая энергия, в то время как распределение давления демонстрирует линейный градиент вдоль канала с локальными максимумами перед призмами и разрежениями за ними.

Анализ данных показывает, что прослеживаются периодические структуры с зонами повышенного давления перед призмами и областями разрежения за ними, что соответствует классической картине обтекания препятствий. Наблюдаются интенсивные пространственные колебания давления с максимальными градиентами вблизи кромок призм, где поток испытывает наибольшие деформации.

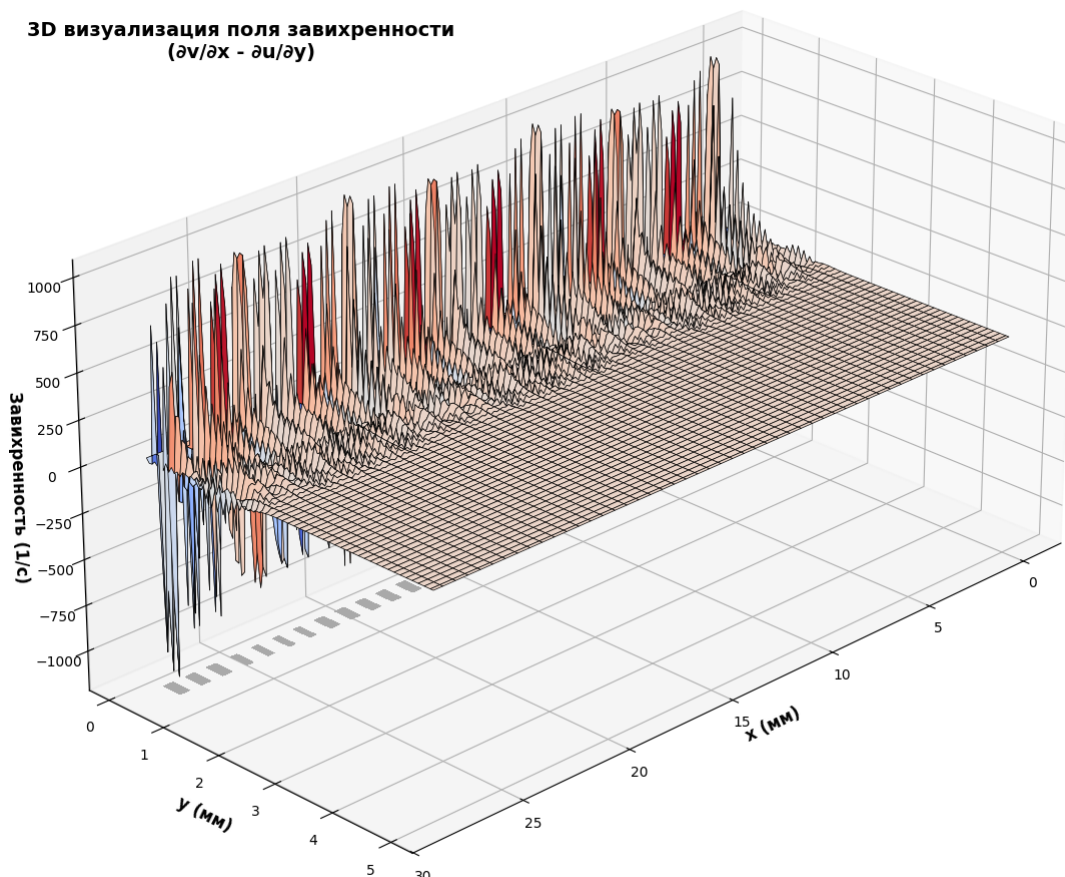


Рис.3 – Распределение завихрённости в канале

Анализ выявляет сильную корреляцию между распределением давления и вихреобразованием - зоны низкого давления соответствуют областям интенсивной турбулентности и рециркуляции. Пространственный спектр колебаний показывает доминирование низкочастотных компонентов, связанных с периодичностью расположения призм, и высокочастотных составляющих, обусловленных мелкомасштабной турбулентностью. Такая сложная картина давления существенно влияет на процессы теплопереноса и гидравлического сопротивления в канале.

Полученные результаты подтверждают эффективность призматических микротурбулизаторов для интенсификации теплообмена за счет усиления турбулентного перемешивания, однако это достигается ценой значительного увеличения гидравлического сопротивления. Асимметричное расположение призм на нижней стенке создает выраженный градиент скорости по высоте канала, обеспечивая интенсивное перемешивание в пристенной области при относительно спокойном течении в верхней части, что оптимально для задач теплопереноса в системах охлаждения. Практическое применение подобной турбулизации особенно важно при решении задач интенсификации процесса теплообмена в системах большими тепловыми потоками и малыми масштабами, например, в системах охлаждения микроэлектроники [5].

Заключение

Проведенное комплексное моделирование гидродинамики течения в канале с призматическими микротурбулизаторами выявило характерные особенности обтекания данных препятствий. Анализ показал формирование сложной турбулентной структуры с интенсивным вихреобразованием вблизи призм. Были рассчитаны зоны отрыва потока за каждой призмой, где наблюдается максимальная турбулентная

кинетическая энергия. Установлена сильная корреляция между распределением давления и вихреобразованием, где зоны низкого давления соответствуют областям интенсивной турбулентности и рециркуляции.

Таким образом, результаты моделирования подтверждают, что призматические микротурбулизаторы создают сложную и предсказуемую гидродинамическую структуру потока, эффективно интенсифицирующую перемешивание. Ключевым фактором является асимметричное расположение призм на нижней стенке, которое создает выраженный градиент скорости по высоте канала и устойчивые зоны рециркуляции. Однако достижение данного гидродинамического эффекта неразрывно связано со значительным увеличением гидравлического сопротивления. Полученные данные о структуре течения и падении давления представляют ценность для оптимизации геометрии микроканалов в различных приложениях, в особенности для интенсификации теплообмена.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ciofalo M., Stasiek J., Collins M. W. Investigation of flow and heat transfer in corrugated passages—II. Numerical simulations //International Journal of Heat and Mass Transfer. – 1996. – Т. 39. – №. 1. – С. 165-192. – DOI: 10.1016/S0017-9310(96)85014-9
2. Khan M., Shuja S. Z., Yilbas B. S. et al. A case study on innovative design and assessment of a microchannel heat sink with various turbulators arrangements //Case Studies in Thermal Engineering. – 2022. – Т. 31. – С. 101816. - DOI:10.1016/j.csite.2022.101816
3. Yang Y. Chen C., Yan Y. et al. Computational Analysis of Two Micro-Vortex Generator Configurations for Supersonic Boundary Layer Flow Control //Processes. – 2025. – Т. 13. – №. 9. – С. 2818. - DOI:10.3390/pr13092818
4. Маликов З. М., Мадалиев М. Э. Численное моделирование течения в плоском внезапно расширяющемся канале на основе новой двужидкостной модели турбулентности //Вестник Московского государственного технического университета им. НЭ Баумана. Серия «Естественные науки». – 2021. – №. 4 (97). – С. 24-39. – DOI 10.18698/1812-3368-2021-4-24-39. – EDN BYLJAC.
5. Андреев А.И., Семенов А.И., Шишкин Н.Д., Ильин Р.А. Экспериментальное исследование и Моделирование переходных режимов работы системы охлаждения микропроцессоров бортовых судовых систем / Вестник Астраханского государственного технического университета. Серия: Морская техника и технология. – 2025. – № 3. – С. 68-79. – DOI 10.24143/2073-1574-2025-3-68-79. – EDN VIDHNQ.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОТБОРА МОЩНОСТИ ПРИ АВТОКОЛЕБАНИЯХ И АВТОРОТАЦИИ ТЕЛ В НАБЕГАЮЩЕМ ПОТОКЕ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

П.Р. Андронов

НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова, г. Москва

Известно, что плохообтекаемые тела, имеющие одну или более степеней свободы, (например, твёрдый эллиптический цилиндр на державке, которая крепится при помощи углового шарнира, рис. 1), могут совершать свободные колебания в набегающем из бесконечности неограниченном потоке несжимаемой и вязкой среды. Эти автоколебания обусловлены переменными гидро-аэродинамическими силами и моментами, действующими на тело в результате нестационарного схода вихрей, формирующих дорожку Кармана в следе за телом. Близость частоты схода вихрей и собственной частоты колебаний упруго закреплённого тела может приводить к интенсивным резонансным колебаниям, которые, с одной стороны, могут быть вредными, приводя к разрушению конструкций, так и полезными, например, для получения электроэнергии из потоков воздуха или воды [1]. На этом принципе могут работать колебательные ветроэнергетические энергоустановки, которые работоспособны даже при малых скоростях ветра (порядка 5 м/с).

Было предложено и протестировано численно и экспериментально множество пассивных или активных методов подавления автоколебаний, индуцированных вихрями [2]. Однако вместо подавления этих колебаний мы можем рассматривать распространённые и доступные примеры их возникновения как способ извлечения энергии. Эта идея уже была ранее реализована для эффективного извлечения кинетической энергии из неограниченных потоков среды, как сообщалось в работе Бернитсаса и Рагхавана (2008) [3]. Бернитсас и др. разработали устройство извлечения энергии, известное как VIVACE (Vortex Induced Vibration Aquatic Clean Energy), которое преобразует механическую энергию океанских и речных течений в электричество. Было исследовано влияние формы цилиндра на свободные колебания. Проведённые модельные эксперименты показали, что эллиптический цилиндр может испытывать гораздо большие смещения при колебаниях, чем круговой, когда его большая ось перпендикулярна равномерному входящему потоку, см., например, работы [4-5].

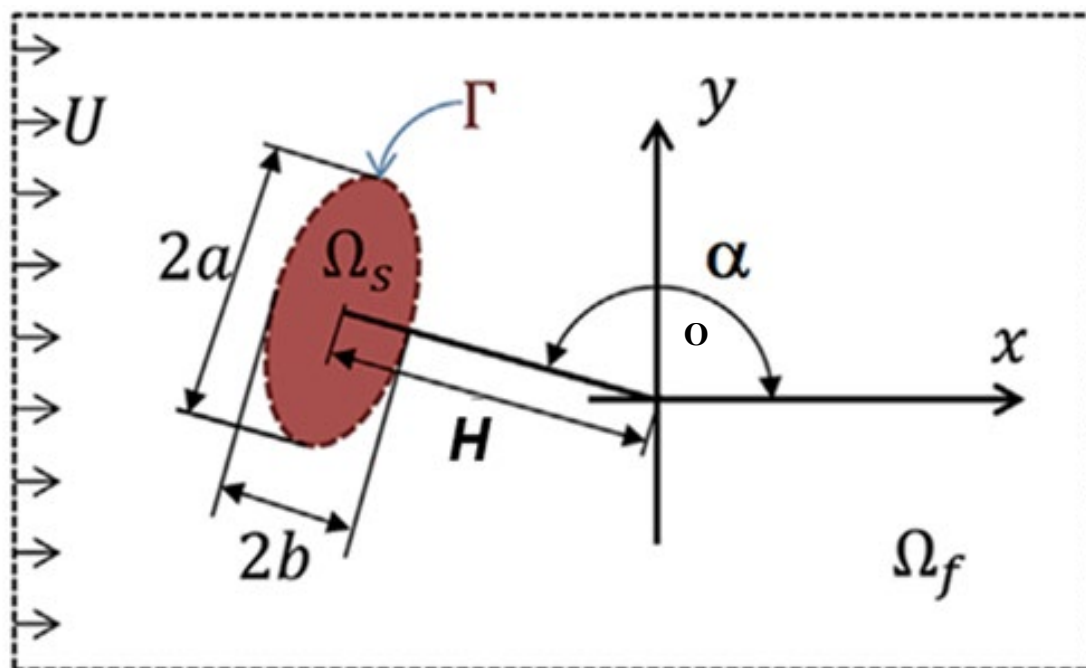


Рис. 1. Схема закрепления тела на державке при его угловых колебаниях. Длина державки H равна 3 длинам большой полуоси эллипса (т.е. $H = 3a$)

Разработанная ранее в лаборатории №107 НИИ механики МГУ методика решения плоских сопряжённых задач была адаптирована для случая движения твёрдого цилиндрического тела эллиптического сечения с полуосями a и b с одной вращательной степенью свободы на жёсткой прямолинейной державке длины H (см. рис. 1).

Было исследовано явление свободных угловых резонансных автоколебаний круговых и эллиптических цилиндров, закреплённых на жёсткой прямолинейной державке при наличии вязко-упругой связи в виде углового шарнира, соединённого с противоположным концом державки, в набегающем из бесконечности потоке несжимаемой и вязкой среды. Использована бессеточная вычислительная технология метода вязких вихревых доменов (ВВД) [7] численного решения задач, в рамках которой сплошная среда и подвижное твёрдое тело рассматриваются как единая динамическая система (без расщепления на гидродинамическую и динамическую составляющие).

Проведено сравнение с известными ранее результатами расчётов для круговых и эллиптических цилиндров. Показано, что при заданном значении коэффициента упругости для пружины k и при фиксированной относительной плотности цилиндра ρ , и при изменении коэффициента отбора мощности (вязкого трения) в упругой пружине c существует такое значение c , при котором осреднённая во времени полезная мощность W_{mean} является максимальной.

Показано, что при изменении относительной плотности тела в диапазоне от 1.2 до 5.5 возможно увеличение максимальной амплитуды угловых колебаний тела на державке и увеличение осреднённого отбора мощности из потока. Из рассмотренных значений плотности оптимальной является величина $\rho = 2.5$, в этом случае безразмерная величина средней отбираемой мощности равна $P_{mean} = 0.0867$.

Для начального значения плотности $\rho = 1.9$ было проведено численное исследование зависимости амплитуды и осреднённой отбираемой мощности от продольной полуоси эллипса b и от числа Рейнольдса набегающего потока Re . Впервые был обнаружен локальный максимум безразмерного отбора мощности в окрестности $Re = 400$.

Было показано, что в рассмотренном диапазоне чисел Рейнольдса оптимальными для отбора мощности будут формы тела, близкие к круговым, а именно, эллиптический цилиндр с продольной полуосью $b = 0.99$ (см. рис. 2).

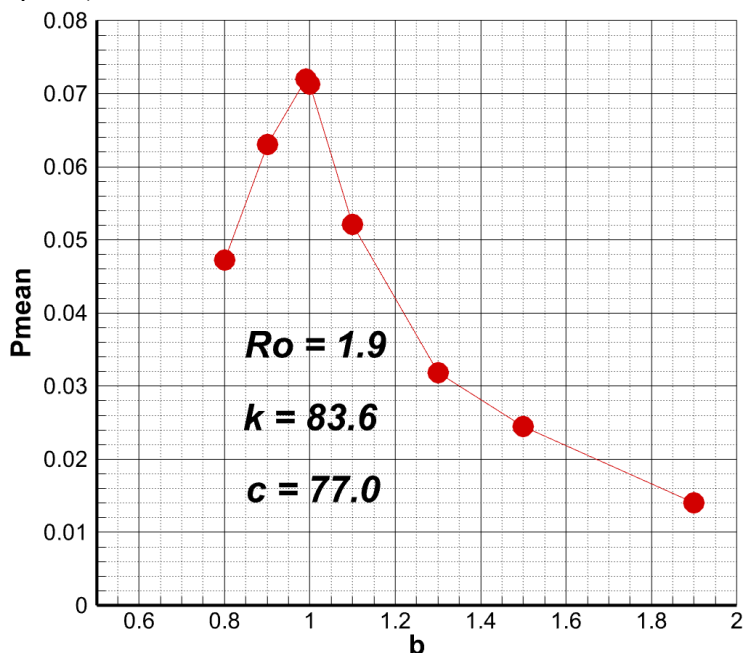


Рис. 2. Зависимость осреднённого по времени отбора мощности из набегающего потока от продольной полуоси b эллипса при числе Рейнольдса $Re = 500$ при фиксированной относительной плотности $\rho = 1.9$.

Далее для сравнения проведены расчёты методом ВВД обтекания двух-, трёх- и четырёхлопастных роторов Савониуса. Получено, что двухлопастные роторы Савониуса более эффективны, чем трёхлопастные, трёхлопастные роторы более эффективны, чем четырёхлопастные, а рассмотренная колебательная система с телом на державке – более эффективна, чем любой из обычных одиночных роторов Савониуса. Этот результат соответствует экспериментальным данным [5-6]. На рис. 5 показана зависимость угловой амплитуды автоколебаний от времени при разных значениях длины державки H . Можно заметить, что максимальная амплитуда установившихся колебаний наблюдается для случая $H = 5$.

На рис. 6 приведена зависимость осреднённого по времени отбора мощности из набегающего потока P_{mean} при автоколебаниях эллиптического цилиндра с малой полуосью $b = 0.99$ от длины державки H . Показано, что в рассмотренном диапазоне безразмерной величины длины державки: от $H = 2$ до $H = 7$ оптимальным является значение $H = 5$. Также показано, что средний отбор мощности при авторотации ротора Савониуса с 4-мя лопастями (см. соответствующую мгновенную вихревую картину на рис. 3) заметно меньше (фиолетовая линия на рис. 5), чем осреднённый отбор мощности при автоколебаниях эллиптического цилиндра с малой полуосью $b = 0.99$ (см. соответствующую мгновенную вихревую картину и картину поля давлений и линий тока на рис. 4) во всём интервале изменения величины державки H .

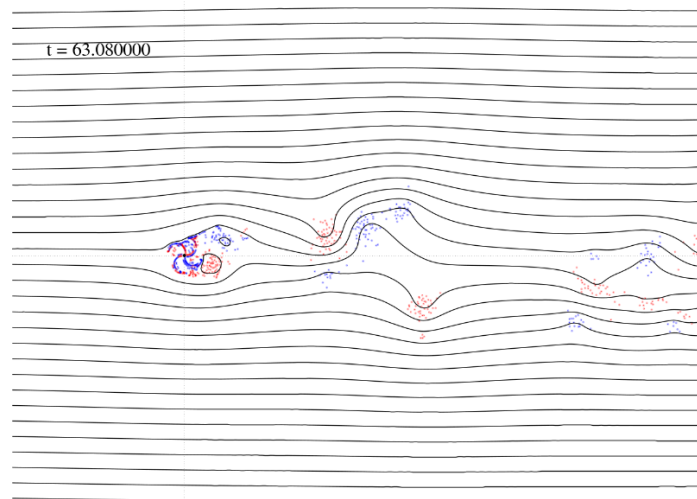


Рис. 3. Мгновенная вихревая картина и картина линий тока при расчёте методом вязких вихревых доменов авротации ротора Савониуса с 4-мя лопастями. Число Рейнольдса $Re = 400$, относительная плотность тела $\rho = 1.9$, коэффициент демпфирования в оси вращения равен $c = 5.5$.

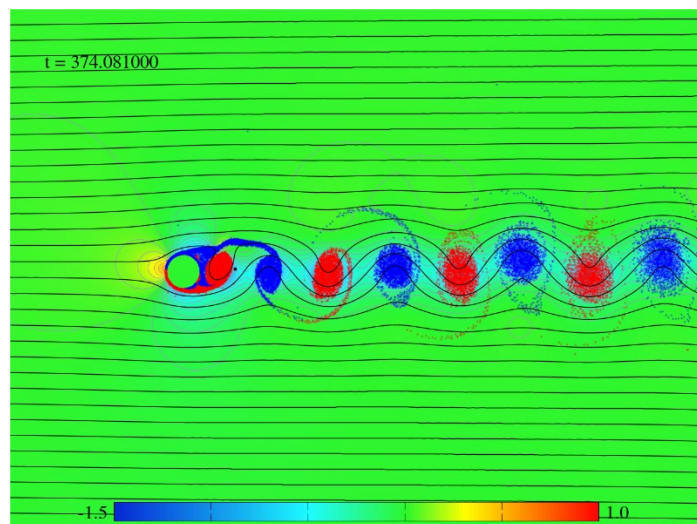
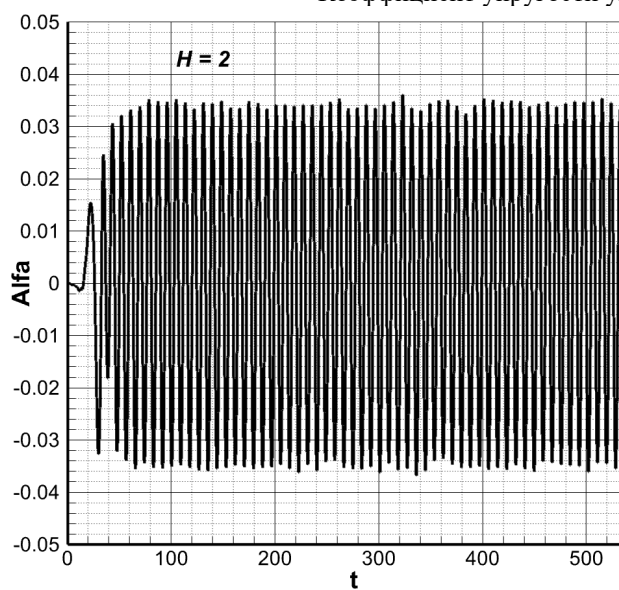
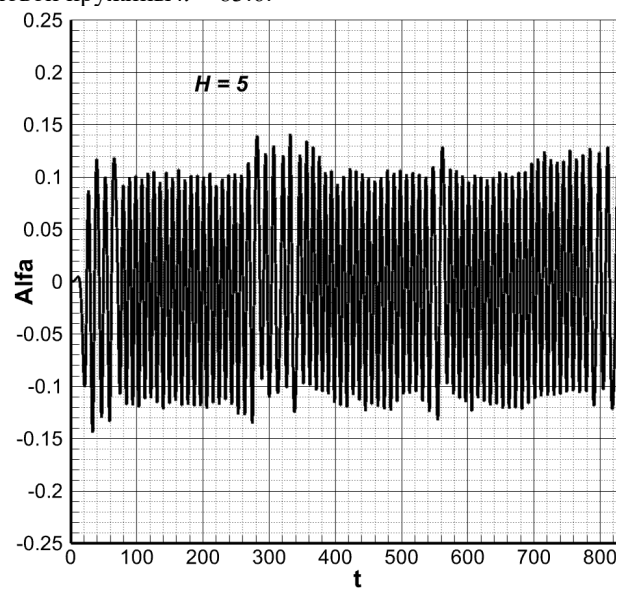


Рис. 4. Мгновенная вихревая картина и картина линий тока и поля давления при расчёте методом вязких вихревых доменов автоколебаний эллиптического цилиндра на державке. Число Рейнольдса $Re = 400$, относительная плотность тела $\rho = 1.9$, коэффициент демпфирования в угловой шарнире равен $c = 77$. Коэффициент упругости угловой пружины $k = 83.6$.



a)



b)

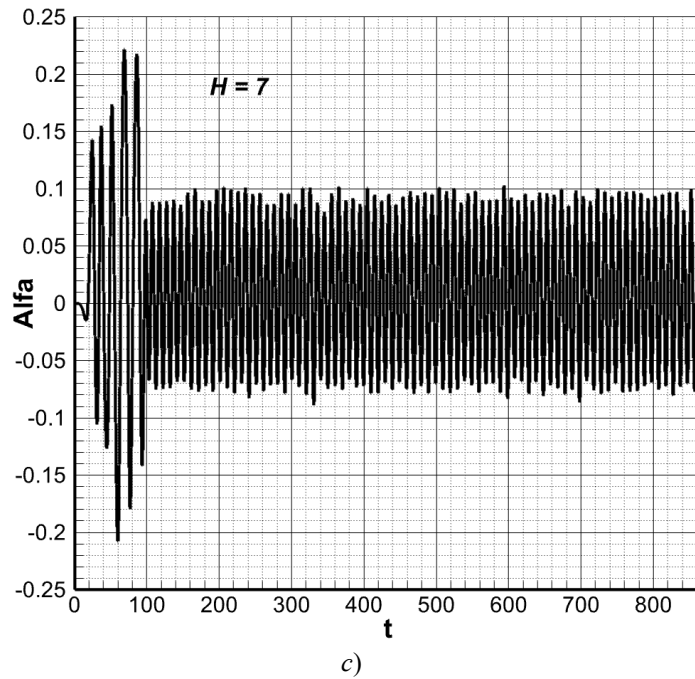


Рис. 5. Зависимости угловой амплитуды от времени для различных значений длины державки:
a) – $H = 2$; *b)* – $H = 5$ и *c)* – $H = 7$

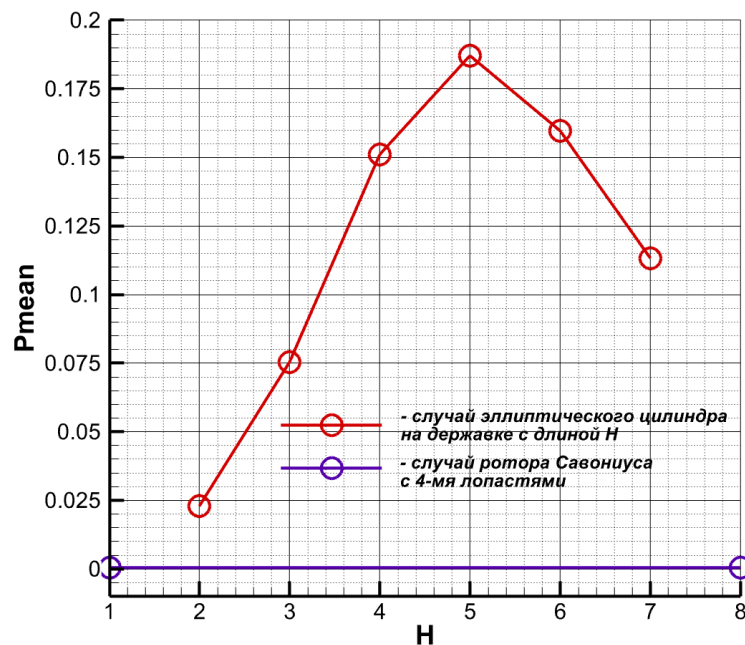


Рис. 6. Зависимость осреднённого по времени отбора мощности из набегающего потока при автоколебаниях эллиптического цилиндра с малой полуосью $b = 0.99$ от длины державки H , на конце которой он закреплён. Число Рейнольдса $Re = 400$, относительная плотность тела $\rho = 1.9$.

Рассмотренная вычислительная технология позволяет планомерно оптимизировать конструкцию ветроэнергетических установок, для моделирования которых важно учитывать влияние нестационарной картины обтекания и присоединённой массы жидкости на развитие автоколебаний цилиндрических тел и на получаемые результаты по отбору мощности, и выбирать наиболее эффективные типы ветро-установок и оптимальные диапазоны параметров их функционирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Atul Kumar Soti et al.* Damping effects on vortex-induced vibration of a circular cylinder and implications for power extraction. // *J. Fluids and Structures*. 2018. № 81. Pp. 289–308.
2. *Bernitsas, M.M., Raghavan, K.*, 2008. Reduction/suppression of viv of circular cylinders through roughness distribution at 8 103oREo1:5 105, OMAE2008-58024. In: *Proceedings of the 27th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, Estoril, Portugal.
3. *Bernitsas, M.M., Raghavan, K., Ben-Simon, Y., Garcia, E.M.H.*, 2006. Vivace generation of clean and renewable energy from fluid flow, OMAE2006-92647. In: *Proceedings of the 25th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, Hamburg, Germany.
4. *Hong Gun Sung, Hyoungsu Baek, Sup Hong, Jong-Su Choi.* Numerical study of vortex-induced vibration of pivoted cylinders. *Journal of Ocean Engineering*. Volume № 93. 2015. Pp. 98-106.
5. *Daniel Alejandro Mella Vivanco.* Experimental and numerical analysis of a pivoted cylinder subjected to vortex-induced vibrations. A thesis submitted in partial fulfilment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy. 2021.
6. Ветроэлектростанции. Самодельный ветряк. http://www.wind.energy-saving-technologies.com/?page_id=31
7. *Дынников Я.А., Андронов П.П.* Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2016613552. Программа расчёта нелинейных автоколебаний упруго-связанных тел в потоке вязкой жидкости. Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 29.03.2016.

СИЛЬНО ТУРБУЛЕНТНОЕ ЦУНАМИ

С. А. Арсеньев

Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН, Москва

Рассмотрим проблему моделирования цунами. Эти катастрофические волны особенно опасны при выходе на берег (фото 1). По воспоминаниям очевидцев: «Утром пошли на пляж, а океана нет! (...) А потом вода стала возвращаться — но и тут никто не всполошился, а все расселись на своих лежаках и стали наблюдать за странным явлением природы» (lenta.ru/articles/2024/12/26/tsunami/).



Фото 1. Цунами на острове Суматра 26 декабря 2024 года

Для математического описания цунами используются уравнения теории мелкой воды. Они получаются интегрированием уравнений геофизической гидродинамики по вертикали (рис.1,2) от возмущенного уровня поверхности воды ζ до уровня шероховатого дна $z = H - r$, где r - высота выступов шероховатости на дне (скалы, рифы, подводные выступы, каменные насыпи от обвалов берегов и т.д.). Результирующее уравнение баланса ускорений содержит нестационарный член, нелинейные ускорения, изменение по горизонтали давления (или уровня поверхности воды) и турбулентное трение о дно. Численные

оценки величины отдельных слагаемых этого уравнения показывают, что для сильно турбулентных цунами существенным оказывается баланс градиентов давления и турбулентного трения о дно. Все остальные члены оказываются малыми и могут быть отброшены. Таким образом, сильно турбулентное цунами можно моделировать нелинейным параболическим уравнением для уровня поверхности воды ζ (Arsen'yev, Eppelbaum, 2023)

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[K(\zeta) \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right]. \quad (1)$$

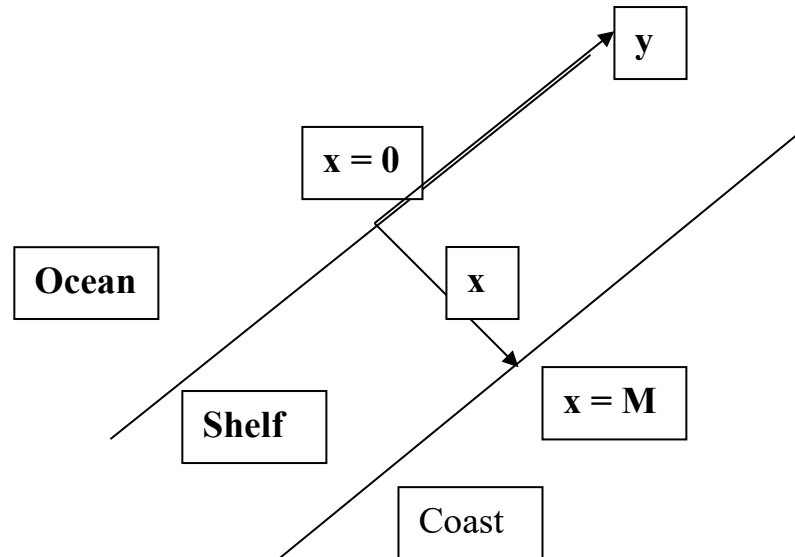


Рис.1. Горизонтальные координатные оси и обозначения

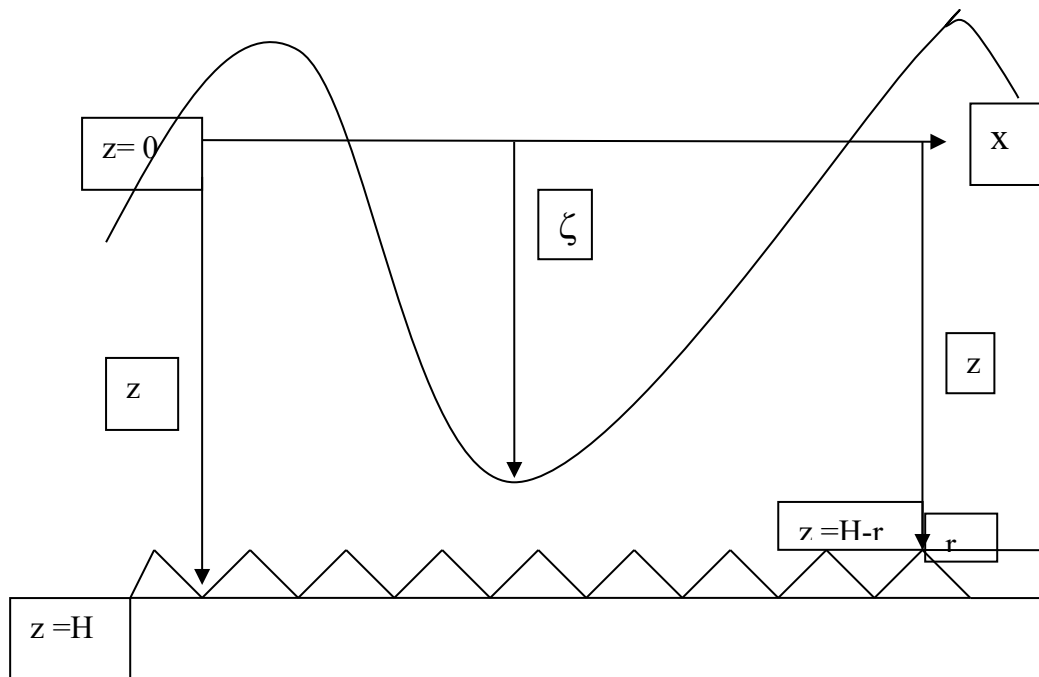


Рис.2. Вертикальное сечение потока и обозначения

Здесь

$$K(\zeta) = \frac{g(H-r)}{\omega_T} - \left(\frac{g}{\omega_T} \right) \zeta \quad (2)$$

– коэффициент волновой диффузии, g – ускорение силы тяжести, H – глубина, r – высота выступов шероховатости, ω_T – частоты трения

$$\omega_T = \frac{3A}{(H-r)^2} \quad (3)$$

и A – коэффициент турбулентной вязкости.

Уравнение (1) известно математической физике, например, в теории фильтрации подземных вод или в теории атомного взрыва. Для его решения разработаны численные схемы и приближенные аналитические методы. Мы нашли автомодельное решение этого уравнения, которое описывает накат турбулентного цунами на плоский берег (Arsen'yev, Eppelbaum, 2023). В частности, нос цунами (урез воды), который отделяет воду от суши, движется по закону

$$x^* = \left(t - \frac{h^2}{AL_0} \right) V, \quad (4)$$

где

$$V = \sqrt{(g(H - r - \zeta_0)/3)} \quad (5)$$

– скорость фронта цунами при накате воды на берег, ζ_0 – начальное возмущение уровня, $h = H - r$ и $L_0 = 1 - (\zeta_0/h)$. Согласно формуле (5) мы можем остановить цунами, если на дне потока создадим выступы с высотой $r + \zeta_0 = H$. В этом случае $V = 0$, поток воды остановится, а берег останется сухим. На рис.3 показана рассчитанная нами зависимость уровня D от времени t для двух расстояний $x = 300$ м и $x = 700$ м от внешней океанской границы шельфа (рис.1).

Предположим, что мы стоим на берегу шельфа шириной $M = 300$ м возле уреза воды в точке $x = 300$ м от начала координат $x = 0$ (рис.1). Как видим на рис.3 (кривая 1), цунами достигнет берега в момент времени $t = 52$ с, причем подойдет к берегу отрицательной фазой, то есть фазой понижения уровня $D < 0$. Вода в этот момент движется прочь от берега, обнажая дно шельфа. Эта особенность подхода цунами к берегу действительно наблюдается в природе. На фото 1 показана атака цунами на берег острова Суматра. Как видим, покрытая пеной стена цунами предвещает осушенный берегом, по которому бегут люди, спасаясь от надвигающейся белой горы. И только через 10 с (рис.3 кривая 1) цунами достигает берега, и уровень воды начинает возрастать.

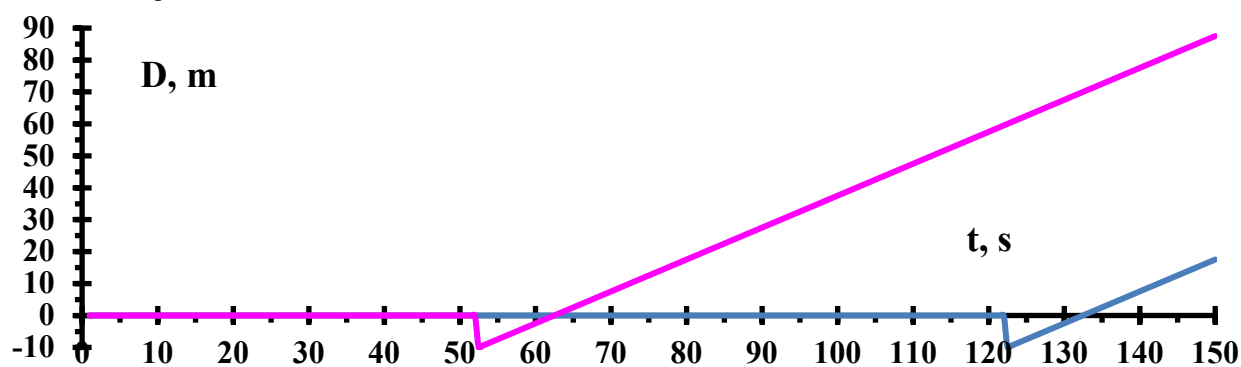


Рис.3. Зависимость уровня $D = -\zeta$ от времени t в точке $x = 300$ м (красная кривая) и $x = 700$ м (синяя кривая)

В момент времени $t = 122$ с цунами достигает точки $x = 700$ м от начала $x = 0$ м (рис.3. кривая 2). Затопление берега начинается в момент времени $t = 133$ с, но волна уже ослаблена турбулентным трением. Если в начале шельфа при $x=0$, после момента времени $t > 80$ с приток воды из океана прекратится, то максимальное затопление на берегу при $x = 300$ м (кривая 1 рис.3) достигнет высоты 17,5 м. Цунами не дойдет до точки $x = 700$ м (рис.3 кривая 2) и берег останется сухим.

Интересно также сравнить зону величину зоны затопления δ при различных значениях шероховатости дна r . При $L_0 = 1$, $\zeta_0 = 0$ м, $h = H = 10$ м и $r = 0$ м (гладкое дно) имеем $V = 5,71$ м/с и при времени затопления $t = 1$ час получим $\delta = 20\,529$ м. Для очень шероховатого дна, когда $H = 10$ м, $r = 5$ м, $V = 4$ м/с мы имеем $\delta = 14500$ м. Как видим, увеличение шероховатости дна сокращает величину зоны затопления, в пределе, при $r = h$ и $H - r = 0$ цунами останавливается, $V = 0$ и затопление берега не происходит $\delta = 0$.

Таким образом, полученное решение позволяет спрогнозировать максимальное затопление побережья, высоту цунами на побережье, скорость фронта цунами через побережье, время прибытия цунами в заданную точку и другие характеристики. Соответствующие номограммы и графики могут быть использованы для инженерных расчетов при строительстве особо важных сооружений (атомные и тепловые электростанции, химические заводы, аэродромы) на берегах океанов и морей.

ЛИТЕРАТУРА

Arsen'yev S.A., Eppelbaum L.V. Nonlinear Model of Coastal Flooding by a Highly Turbulent Tsunami. Journal of Nonlinear Mathematical Physics. 2021. Volume 28. P.1 – 16. <https://doi.org/10.1007/s44198-021-00005-w>.

ВЛИЯНИЕ РАДИУСА ПРИТУПЛЕНИЯ НА ДИФРАКЦИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ N-ВОЛНЫ НА ПЕРЕДНЮЮ КРОМКУ ПЛАСТИНЫ

Л.В. Афанасьев, А.Д. Косинов

Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН, Новосибирск

Экспериментальные и расчетные работы показывают, что воздействие N-волны на переднюю кромку плоской пластины с острой передней кромкой порождает стационарный продольный след в сверхзвуковом пограничном слое [1, 2]. Эффект имеет выраженную зависимость от радиуса притупления передней кромки плоской модели [3]. В случае острой передней кромки наблюдается дефект среднего течения в пограничном слое, который представляет собой N-волну, перевернутую относительно исходной в набегающем потоке. Численный эксперимент показал, что при увеличении радиуса притупления передней кромки, в результате взаимодействия с головной ударной волной наблюдается пара стационарных вихрей [4]. Экспериментальные исследования также показывают наличие продольных структур в пограничном слое притупленной пластины [3]. Для получения более детальной информации о механизмах взаимодействия N-волны с передней кромкой пластины, в данной работе было предложено использовать взаимные корреляционные измерения.

Представляются результаты экспериментального исследования взаимосвязи пульсаций сверхзвукового набегающего потока и возмущений пограничного слоя плоских пластин с острой и притупленной передней кромкой. Экспериментально измерены пульсации массового расхода в сечении перед моделью плоской пластины и в сечении пограничного слоя на расстоянии 60 мм от передней кромки, для случаев острой и притупленной пластины. Модель плоской пластины с острой передней кромкой имеет радиус притупления порядка 0,02 мм, схематически модель изображена на рисунке 1 (б). Модель плоской пластины с притупленной передней кромкой имеет радиус 0,5 мм, схематическое изображение представлено на рисунке 1 (в).

Для оценки взаимосвязи используются корреляционные характеристики такие как взаимная корреляция, квадрат функции когерентности и взаимная фаза возмущений. Измерения пульсаций массового расхода осуществлялась с помощью термоанемометров постоянного сопротивления. Применялись ниточные датчики термоанемометра с вольфрамовой проволокой диаметром 10 мкм, и длиной 1,7 мм. Один из датчиков располагается под моделью, другой датчик расположен на координатном устройстве.

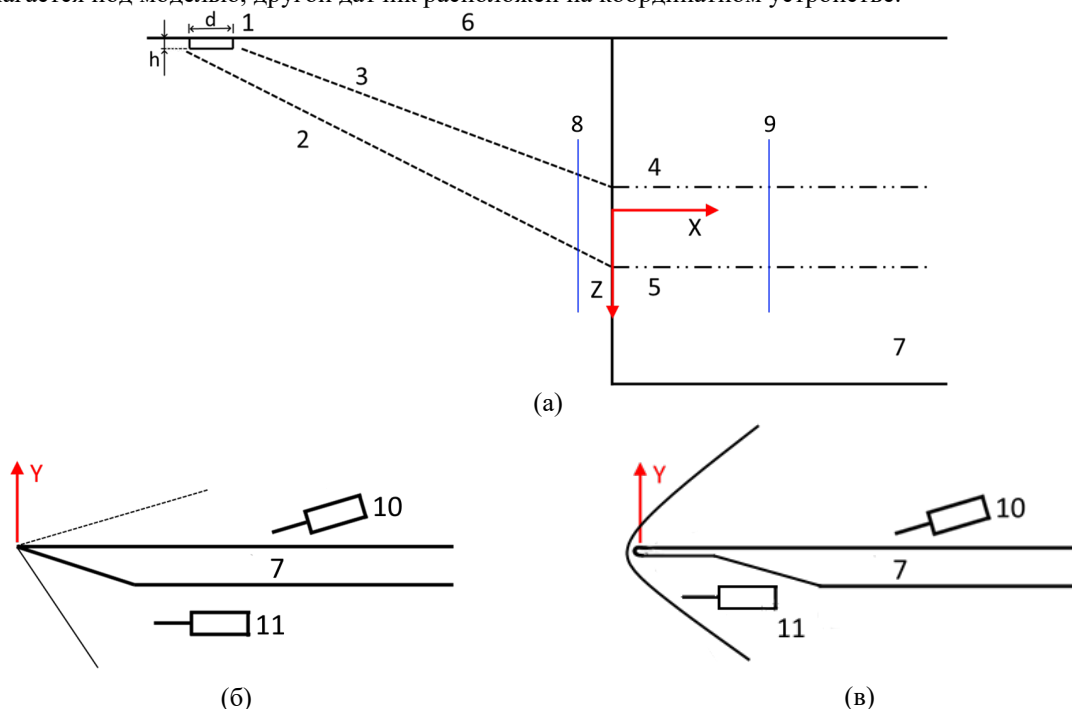


Рис. 1. Схема эксперимента. (а) Вид сверху на модель, (б) вид сбоку на острую модель, (в) вид сбоку на модель с притупленной кромкой. 1 – ПВХ лента, 2 и 3 – слабые ударные волны, 4 и 5 – границы области возмущений, порожденных слабыми ударными волнами в пограничном слое, 6 – боковая стенка рабочей части, 7 – плоская пластина, 8 – сечение, измеренное перед пластиной, 9 – сечение, измеренное в пограничном слое, 10 – датчик термоанемометра, установленный на координатном механизме, 11 – датчик термоанемометра, закрепленный под пластиной.

Взаимной корреляционный анализ кроме оценки взаимосвязанности пульсаций в физическом и частотном пространствах также позволяет выделить взаимную фазу возмущений. На рисунке 2 представлены взаимные фазы для частоты 366 Гц. На рисунке 2 (б), представлены результаты для пластины с острой

кромкой. Полученные распределения демонстрируют сдвиг фазы возмущений примерно на π радиан (180°). Наиболее ярко выраженный сдвиг наблюдается в диапазоне Z от минус 13 до 5 мм. В случае падения слабых ударных волн на модель с притупленной передней кромкой (рис. 2 а) сдвиг фазы не детектируется. Наблюдается рассогласованность взаимной фазы в пограничном слое и резкие скачки фазы как в зависимости от частоты, так и в зависимости от трансверсальной координаты Z .

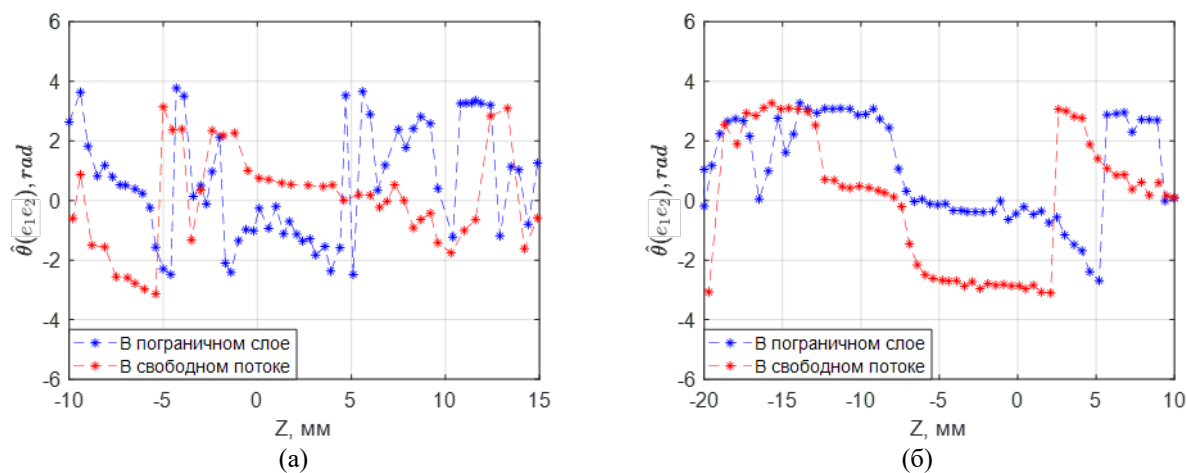


Рис.2. Распределение взаимной фазы возмущений в свободном потоке и пограничном слое, для частоты 366 Гц: (а) для модели плоской пластины с притупленной передней кромкой; (б) для модели плоской пластины с острой передней кромкой.

Проведенная экспериментальная работа позволила получить новые данные о взаимодействии пары слабых ударных волн (N-волны) с притупленной передней кромкой плоской пластины. Обнаружена низкая степень взаимосвязи возмущений в области между точками падения слабых ударных волн. Вероятно, причиной является порождение продольных возмущений (вихрей, следов) на притупленных передних кромках имеющих сложный механизм, например, связанный с появлением микроотрывов в пограничном слое на линии растекания. Низкая степень взаимосвязи возмущений не позволяет выявить в этой области сдвиг взаимной фазы, который можно было бы интерпретировать как дифракционные явления.

Экспериментальные данные о взаимодействии N-волны с острой передней кромкой плоской пластины, дополненные взаимным корреляционным анализом, позволяют сформулировать предположение, что, по всей видимости, процесс, аналогичный явлению дифракции, приводит к деформации среднего течения, которое проявляется в виде «переворота» N-волны в пограничном слое острой пластины.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-19-00666-П, <https://rscf.ru/project/22-19-00666/>. Работа выполнена на базе ЦКП «Механика» ИТПМ СО РАН.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ваганов А.В., Ермолаев Ю.Г., Колосов Г.Л., Косинов А.Д., Панина А.В., Семенов Н.В., Яцких А.А. К воздействию падающей волны Маха на сверхзвуковой пограничный слой // Теплофизика и аэромеханика. 2016. Т. 23, № 1. С. 45–50.
2. Егоров И.В., Динь К.Х., Нгуен Н.К., Пальчиковская Н.В. Численное моделирование взаимодействия волны Маха и сверхзвукового пограничного слоя на плоской пластине с острой передней кромкой // Учен. зап. ЦАГИ. 2021. Т. LI, № 3. С. 18–28.
3. Косинов А.Д., Семенов Н.В., Яцких А.А., Кочарин В.Л., Шмакова А.В. Влияние радиуса притупления передней кромки пластины на отклик пограничного слоя при воздействии N-волны при числе Маха $M = 2$ // Теплофизика и аэромеханика. 2023. Т. 30, № 2. С. 239–249.
4. Khotyanovsky D., Kudryavtsev A., Kosinov A. Numerical study of the interaction of the N-wave with the plate leading edge in the supersonic stream // Proc. XXV Conf. High-Energy Proc. in Condensed Matter (HEPCM 2017): Dedicated to the 60th anniversary of the Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics SB RAS (Russia, Novosibirsk, 5–9 Jun., 2017): AIP Conf. Proc. 1893. P. 030051-1–030051-6.

ЭКСПЕРИМЕНТЫ НА ДВИЖУЩИХСЯ ПО ВОЛНАМ МОДЕЛЯХ С ЧАСТИЧНО ПОГРУЖЕННОЙ В ВОДУ ПЛАСТИНОЙ. ЧИСЛЕННЫЕ РАСЧЕТЫ

А.В. Бойко, В.В. Прокофьев, Е.А. Архангельский, А.Ю. Якимов
НИИ Механики МГУ им. М.В. Ломоносова

В гидроканале Института механики МГУ модельные испытания судов с волновыми движителями (ВД) проводились с 1989 г. [1]. Эффект создания тяги традиционными ВД (типа качающийся крыловой профиль) главным образом связан с качкой судна, и максимальная тяга движителя достигается при длине волны соизмеримой с длиной судна. Была предложена схема нового прямого волнового движителя (ПВД), где механизм тяги связан не с качкой судна, а с опрокидыванием волн при взаимодействии с элементами конструкции ПВД (наклонной пластиной) и перетеканием жидкости через верхнюю кромку пластины. Эффект движения судна против волн за счет этого механизма успешно продемонстрирован на устройстве, где качка полностью отсутствовала [2] (тележка, движущаяся по рельсам), на длинном катамаране, где отсутствовала килевая качка, а также на модели полупогружного катамарана или, так называемого, судна с малой площадью сечения по ватерлинии [3] (СМПВ). Вместе с тем параметры ПВД легко изменить для сообщения судну реверсивного движения или использовать рабочий элемент ПВД, наклонную пластину, как движитель, использующий энергию волн при движении уже по волнам.

Ранее [3], в численных расчетах, были зафиксированы аномально высокие скорости движения под действием волн пластины с малыми углами наклона. В работе представлены результаты экспериментальных исследований движения под действием волн тележки с взаимодействующей с волнами наклонной пластиной. Проведено сравнение с численными расчетами, выполненными в программном комплексе XFlow™. Оцениваются эффективность работы ПВД, а также предельная скорость движения пластины по волнам. Экспериментально показано, что максимальная скорость пластины для всех загибов ее задней кромки достигается на волнах максимальной амплитуды (с увеличением частоты работы клиновидного волнопродуктора при постоянной амплитуде хода клина генерируемые волны достигают некоторой максимальной амплитуды и максимальной крутизны).

На рис. 1 приведена общая картина изменения скорости движения тележки с пластиной по волнам частотой 1 Гц (волны близкие к максимальным) при максимальной амплитуде работы волнопродуктора в зависимости от угла наклона пластины α . Видно, что зависимость имеет максимум (примерно 0.6 м/с) при угле наклона около 20° .

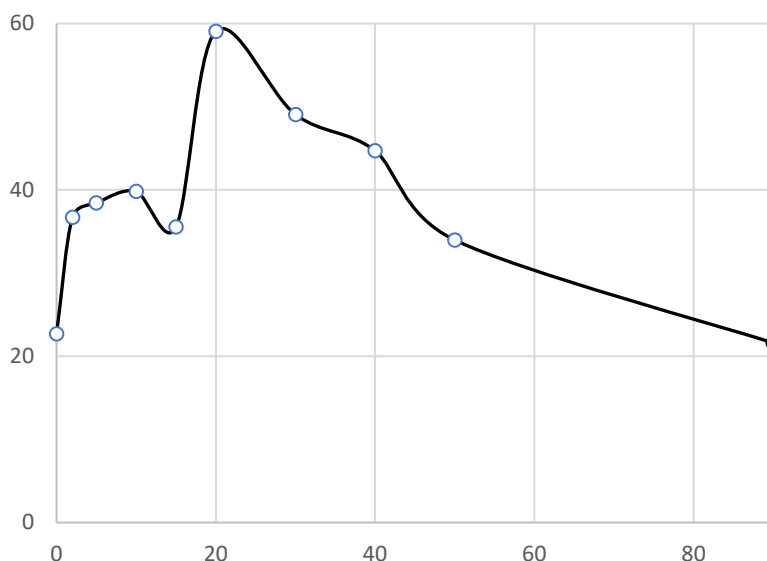


Рис.1

На рис. 2 представлено сравнение эксперимента и расчета для пластины с загибом задней кромки до 9 см (для наклона 5° загибление 4 см) при различных углах наклона пластины, в эксперименте те же параметры только для наклона в диапазоне $30 - 50^\circ$ длина пластины составляла 0.57 м.

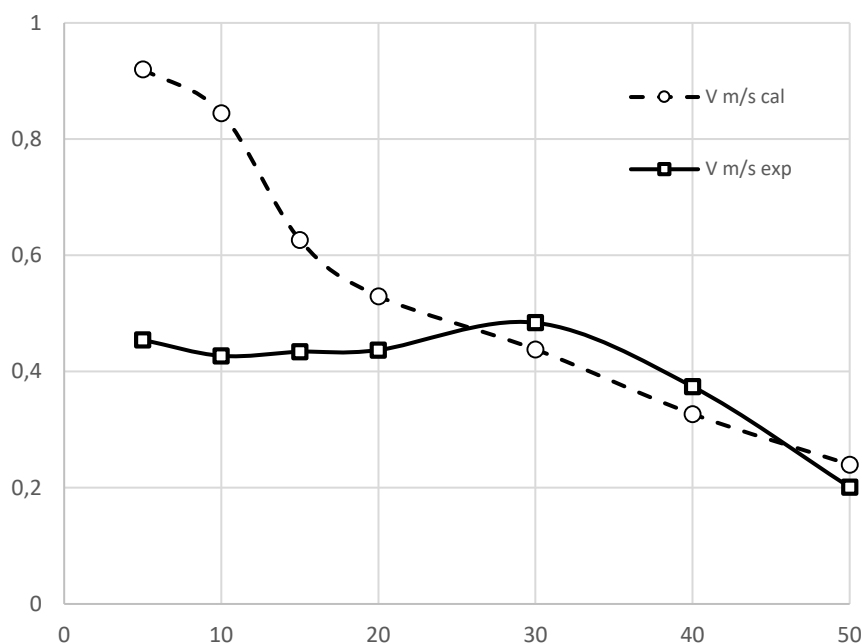


Рис.2

Данные расчетов показывают, что с уменьшением угла наклона значительно растет скорость движения пластины, но расчетные и экспериментальные данные хорошо согласуются только при углах наклона больших 25° . При малых углах, расчеты дают заметно большую скорость (вплоть до групповой скорости волн), чем зафиксировано в эксперименте с пластиной, закрепленной на роликовой тележке. Дело в том, что в расчетах было учтено только сопротивление, возникающее при обтекании пластины, но нет сопротивления качения роликов тележки. При уменьшении угла наклона значительно уменьшается сила сопротивления пластины, но увеличивается вертикальная составляющая силы воздействия жидкости на пластину, что существенно увеличивает силу сопротивления при качении роликов – оценки показали, что ее величина становится порядка величины гидродинамической силы тяги. Таким образом из сравнения расчетных и экспериментальных данных на рис. 2 следует, что сопротивление системы пластина - тележка при углах больших 25° определяется сопротивлением пластины, а при малых углах сопротивлением роликов тележки.

Также в гидроканале Института механики МГУ были проведены исследования движения по волнам катамарана длиной 6 м с волнодвижителем типа наклонная пластина в диапазоне углов наклона пластины от 0 до 180° . Отличие от экспериментов с тележкой в природе сил сопротивления (трение роликов и сопротивление корпусов судна), различие в движущихся массах и наличие качки судна. На малых частотах волн, несмотря на их малую амплитуду, наблюдается локальный максимум качки судна, который для малых углов наклона пластины превосходит даже качку на волнах максимальной высоты. Это связано с резонансными явлениями, однако максимум скорости движения по волнам наблюдается все же на волнах максимальной (в зависимости от частоты) высоты. При фиксированных параметрах волн, в зависимости от угла наклона пластины максимальная скорость движения катамарана по волнам наблюдается при малых углах наклона пластины ($3 - 5^{\circ}$), второй локальный максимум (сравнимый с первым) наблюдается при наклоне около 30° . Некоторое локальное увеличение скорости наблюдается для пластины, наклоненной под небольшим углом (менее 17°) навстречу волнам. В этом случае взаимодействие волны с пластиной начинается в точке, расположенной выше подошвы волны и оно имеет ударный характер. На рис. 3 представлены обобщенные данные для средней скорости катамарана во всем диапазоне углов наклона пластины на волнах частотой 1 Гц с нулевым заглублением нижней кромки для углов до 65° и с заглублением 7 – 7.5 см начиная с 65° и выше. Длина пластины выбиралась такой, чтобы не было перелива жидкости через верхнюю кромку.

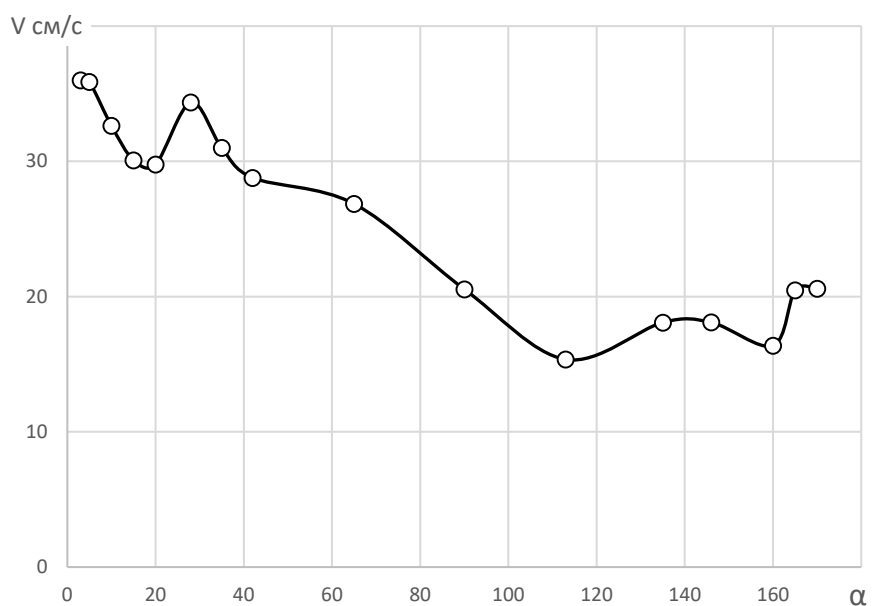


Рис.3

Видно, что наибольшие скорости движения катамарана по волнам достигаются при малых углах наклона пластины ($3 - 5^\circ$). Также как в экспериментах с тележкой (см. рис. 2) локальный максимум наблюдается при наклоне пластины в диапазоне $20 - 30^\circ$, отметим, что максимальные скорости в режиме движения против волн наблюдались также в этом диапазоне углов [4]. Кроме того, наблюдается локальное увеличение скорости при небольших углах наклона пластины в сторону набегающих волн. Этот факт, а также результаты расчетов свидетельствует об изменении силового воздействия на движитель в режиме ударного взаимодействия волн с пластиной.

ЛИТЕРАТУРА

1. Якимов Ю.Л. «О движении судна за счет энергии морских волн» в сб. Проблемы современной механики. Из-во МГУ М. 1998
2. Очеретяный С.А., Прокофьев В.В., Такмазьян А.К., Филатов Е.В. Воздействие волн на погруженную в жидкость подвижную пластину: физический и численный эксперимент. Известия РАН, МЖГ, 2013, № 4, С. 27-34
3. Бойко А.В., Прокофьев В.В., Архангельский Е.А. Особенности использования движителя типа подводный парус и прямоточного волнового движителя на полупогружном катамаране, Известия РАН, МЖГ, 2024, № 5 С. 3–14.
4. Прокофьев В.В., Такмазьян А.К., Филатов Е.В. Испытание и расчет движения модели судна с прямоточным волновым движителем Известия РАН, МЖГ, 2017, № 4 С. 24–38.

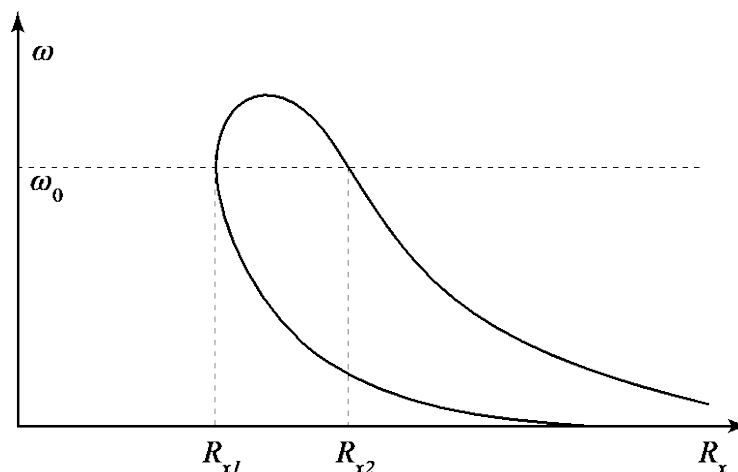
ЯВЛЯЕТСЯ ЛИ НЕУСТОЙЧИВОСТЬЮ ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ?

В.В. Веденеев

НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Классическим подходом к исследованию устойчивости сдвиговых течений (пограничные слои, следы, струи, слои смешения) является плоскопараллельное приближение, т.е. пренебрежение пространственной эволюцией течения. Тогда вопрос о линейной устойчивости сдвигового течения сводится к решению задачи на собственные значения для уравнения Орра-Зоммерфельда. Граница устойчивости, например, для пограничного слоя Блазиуса несжимаемой жидкости на пластине, имеет характерный вид, показанный на рисунке [1].

Однако, дело иначе обстоит, если пространственной эволюцией основного течения не пренебрегается. Поскольку пограничный слой нарастает с увеличением расстояния от передней кромки, а следовательно, растёт R_x , то, как можно увидеть из рисунка, рано или поздно возмущение фиксированной частоты выйдет из зоны роста. Если вблизи передней кромки пластины запускать отдельные локализованные пакеты с фиксированной частотой, то они, пройдя через зону нарастания возмущения, выйдут из неё, и в достаточном удалении затухнут. Это подсказывает идею, что при расчёте устойчивости двумерного, неплюскопараллельного течения, каждое возмущение, имеющее (в некотором смысле) фиксированную частоту, затухнет далеко вниз по потоку.



Эта идея полностью подтверждается при глобальном анализе устойчивости – т.е. анализе двумерного (или, вообще говоря, трёхмерного) течения, без использования гипотезы плоскопараллельности. В этом случае все собственные частоты оказываются затухающими [2, 3], что, на первый взгляд, кажется парадоксальным. Действительно, как минимум в зоне роста плоскопараллельного приближения, создаваемые возмущения нарастают, что подтверждается многочисленными экспериментами [4].

Нарастание возмущений, изначально локализованных в пространстве, может быть объяснено лишь немодальным взаимодействием затухающих глобальных собственных мод. Такое взаимодействие традиционно объясняет рост возмущений в линейно устойчивых плоскопараллельных течениях – например, в течение Пуазейля в круглой трубе. Оказывается, что этот же механизм объясняет и (ограниченный во времени и пространстве) рост возмущений даже в таких течениях, как пограничный слой Блазиуса, которые считаются неустойчивыми. Эти течения неустойчивы “локально”, т.е. в плоскопараллельном приближении, однако становятся устойчивыми “глобально”, т.е. при учёте эволюции течения вниз по потоку. Немодальное взаимодействие затухающих глобальных собственных мод (вызванное, как и для течения в трубе, несамосопряжённостью линейаризованного оператора Навье-Стокса) приводит к ограниченному росту локализованных возмущений, однако любое возмущение, строго говоря, затухнет при достаточном большом времени после его возникновения.

Таким образом, широкий класс “классических” течений, неустойчивых локально, является в линейном приближении устойчивым глобально, а ограниченный во времени и пространстве рост возмущений в линейной задаче объясняется немодальным взаимодействием затухающих глобальных собственных мод.

Предложенные идеи иллюстрируются на модельной задаче [5] для уравнения с переменными по x коэффициентами, которая имеет точное аналитическое решение в виде глобальных собственных мод. В зависимости от заданных коэффициентов, удаётся проследить связь между “локальными” и “глобальными” характеристиками неустойчивости в модельной задаче, которая иллюстрирует общую ситуацию в сдвиговых течениях, а также известную трудность с представлением произвольного возмущения в виде суперпозиции глобальных собственных мод [2].

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 25-19-00278).

ЛИТЕРАТУРА

1. Drazin P.G., Reid W.H. Hydrodynamic Stability. Cambridge University Press. 2004.
2. Rodriguez D., Tumin A., Theofilis V. Towards the foundation of a global modes concept. AIAA paper 2011-3603. 2011. 18 p.
3. Беляев К.В., Гарбарук А.В., Голубков В.Д. Расчет эволюции волн Толлмина-Шлихтинга на основе глобального анализа устойчивости. Математическое моделирование. 2023. Vol. 35. № 9. P. 45–60.
4. Voiko A.V., Westin K.J.A., Klingmann B.G.B., Kozlov V.V., Alfredsson P.H. Experiments in a boundary layer subjected to free stream turbulence. Part 2. The role of TS-waves in the transition process. J. Fluid Mech. 1994. V. 281. P. 219 – 245.
5. Веденеев В.В., Гареев Л.Р., Зайко Ю.С., Экстер Н.М. Абсолютная и глобальная неустойчивость плоских затопленных струй. Изв. РАН. МЖГ. 2024. № 4. С. 3–17.

КОСМОЛОГИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ КАК ПЕРЕХОД ОТ КИНЕТИЧЕСКОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ К ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ ЛАМИНАРНОСТИ, ЗАКОН ХАББЛА И УСКОРЕННОЕ РАСШИРЕНИЕ ВСЕЛЕННОЙ ИЗ ПРИНЦИПА НАИМЕНЬШЕГО ДЕЙСТВИЯ

В.В. Веденяпин

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва

В классических учебниках [1-3] постоянная Хаббла определяется через метрику. Здесь мы определяем ее, как положено, через материю, по Милну и МакКри, распространяя их теорию расширяющейся Вселенной на релятивистский случай. Это позволяет объяснить ускоренное расширения как простой релятивистский эффект без лямбды Эйнштейна, темной энергии и новых частиц как точное следствие классического действия Эйнштейна. Хорошо проверенный факт ускоренного расширения позволяет определить знак кривизны в модели Фридмана: он оказывается отрицательным, и мы живем в пространстве Лобачевского.

Также в классических работах (см. [1-4]), уравнения для полей предлагаются без вывода правых частей. Здесь мы даем вывод правых частей уравнений Максвелла и Эйнштейна в рамках уравнений Власова–Максвелла–Эйнштейна из классического, но немного более общего принципа наименьшего действия [5-6]. Получающийся вывод уравнений типа Власова даёт уравнения Власова–Эйнштейна отличные от того, что предлагались ранее. Предлагается способ перехода от кинетических уравнений к гидродинамическим следствиям [5-6], как это делалось раньше уже самим А.А. Власовым [4]: это можно трактовать как переход от кинетического турбулентного описания с помощью функции распределения к ламинарному описанию гидродинамического типа. Это дает космологические решения типа Милна–МакКри.

В случае гамильтоновой механики от гидродинамических следствий уравнения Лиувилля возможен переход к уравнению Гамильтона–Якоби, как это делалось уже в квантовой механике Е. Маделунгом, а в более общем виде В.В. Козловым [7] и В.П. Масловым. Таким образом получаются в нерелятивистском случае решения Милна–МакКри, а также нерелятивистский и релятивистский анализ решений типа Фридмана нестационарной эволюции Вселенной. Это позволяет получить факт ускоренного расширения Вселенной как релятивистский эффект [8-10] без искусственных добавок типа лямбды Эйнштейна, темной энергии и новых полей, из классического релятивистского принципа наименьшего действия. Это ставит общую теорию относительности и космологию на твердую математическую основу и дает возможность объяснить ускоренное расширение, эксперимент хорошо проверенный (с Нобелевской премией в 2011 году).

ЛИТЕРАТУРА

1. Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т. Современная геометрия. Методы и приложения. М.: Наука, 1986.
2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. М.: Наука, 1988.
3. Вейнберг С. Гравитация и космология. М.: Мир, 1975, 696 стр.
4. Власов А.А. Статистические функции распределения. М.: Наука, 1966. 356 стр.
5. Vedenyapin, V., Fimin, N., Chechetkin, V. The generalized Friedmann model as a self-similar solution of Vlasov–Poisson equation system// European Physical Journal Plus. 2021. Т. 136. № 1. С. 71.
6. В. В. Веденяпин, В. И. Парёнкина, С. Р. Свирщевский, “О выводе уравнений электродинамики и гравитации из принципа наименьшего действия”, Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 62:6 (2022), 1016–1029. Перевод: V. V. Vedenyapin, V. I. Parenkina, S. R. Svirshchevskii, “Derivation of the equations of electrodynamics and gravity from the principle of least action”, Comput. Math. Math. Phys., 62:6 (2022), 983–995.
7. Козлов В. В., Общая теория вихрей, Изд-во Удмуртского ун-та, Ижевск, 1998, 239с.
8. Веденяпин В.В., “Математическая теория расширения Вселенной на основе принципа наименьшего действия”, Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 64:11 (2024), 2114–2131. Перевод: V. V. Vedenyapin, “Mathematical theory of the expanding Universe based on the principle of least action”, Comput. Math. Math. Phys., 64:11 (2024), 2624–2642.
9. В. В. Веденяпин, Я. Г. Батищева, М. В. Горюнова, А. А. Руссков, “Математическая теория ускоренного расширения Вселенной на основе принципа наименьшего действия”, *СМФН*, 71:4 (2025), 562–584.
10. В. В. Веденяпин, “Математика ускоренного расширения Вселенной и пространство Лобачевского”, *Докл. РАН. Матем., информ., проц. упр.*, 522 (2025), 11–18. V. V. Vedenyapin, “Mathematics of accelerated expansion of the Universe and Lobachevsky space”, *Dokl. Math.*, 111:2 (2025), 103–109.

ИДЕНТИФИКАЦИЯ НЕОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ИНЕРЦИОННЫХ МОД ВО ВРАЩАЮЩЕМСЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ СЛОЕ ЖИДКОСТИ С ПРЕЦЕССИРУЮЩИМ ТОРЦОМ

О.А. Власова, С.В. Субботин

Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, Пермь

При наличии внешнего осциллирующего воздействия на вращающуюся гидродинамическую систему значительную роль в ее динамике играет сила Кориолиса, которая способна поддерживать внутренние колебания жидкости [1]. В качестве источника осцилляций могут выступать различные процессы, например, периодическая деформация границы системы [2, 3], прецессия оси вращения [4, 5] или периодическое изменение скорости вращения [6, 7]. При частоте вносимых возмущений меньшей удвоенной частоты вращения системы в жидкости генерируются инерционные волны, направление распространения которых определяется дисперсионным соотношением $\varphi = \arcsin(n/2)$. Здесь φ – угол между групповой скоростью волн и осью вращения, n – отношение частоты колебаний к частоте вращения системы. Инерционные волны, в свою очередь, являются источником пульсационных течений жидкости. В зависимости от частоты вносимых возмущений генерируется локальное пульсационное течение вблизи характеристической поверхности инерционной волны, либо масштабное резонансное течение, захватывающее весь объем жидкости [8].

В настоящей работе исследуются режимы пульсационного течения в цилиндрическом слое жидкости. В качестве рабочей жидкости используется водный раствор глицерина вязкостью $\nu = 8.0$ сСт и плотностью $\rho = 1.15$ г/см³. Рабочая полость представляет собой коаксиальный зазор, образованный двумя цилиндрическими поверхностями, вращающимися твердотельно с частотой $f = \Omega/2\pi = 8$ об/с (рис. 1). Инерционные колебания жидкости возбуждаются диском, расположенным вблизи одного из торцов слоя и прецессирующим во вращающейся системе отсчета цилиндрического слоя с частотой $f_{osc} = \Omega_{osc}/2\pi$. Безразмерная частота колебаний варьируется в диапазоне от $n = f_{osc}/f \in [-2; 2]$. Изучение структуры течения осуществляется в его диаметральном сечении вдоль оси вращения при помощи PIV-метода. Для этого в жидкость добавляются светоотражающие частицы, плотность которых близка к плотности жидкости. Наблюдение за динамикой системы осуществляется через боковую поверхность внешнего цилиндра посредством скоростной видеокамеры. Скорость видеосъемки синхронизирована с частотой вращения f . В работе определены инерционные режимы в зависимости от частоты n , а также проведено сравнение с теоретическими предсказаниями [1].

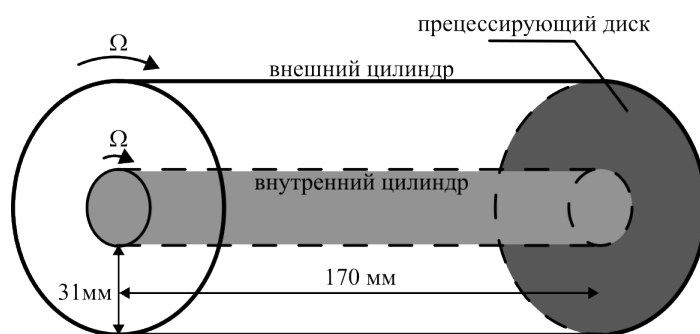


Рис. 1. Схема экспериментальной установки

Работа выполнена при поддержке Российского Научного Фонда (проект 25-11-00358).

ЛИТЕРАТУРА

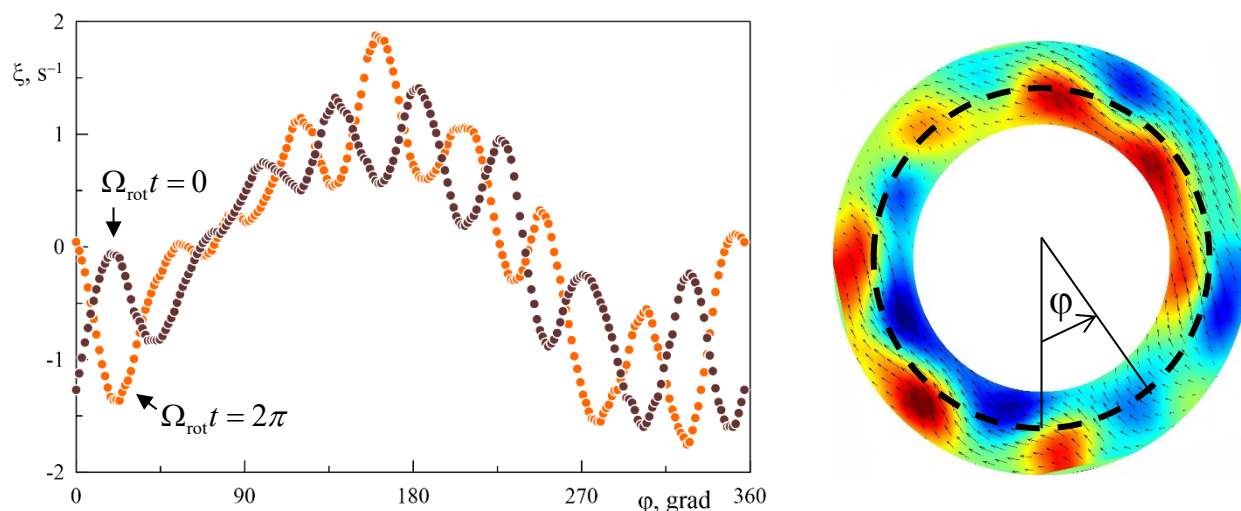
1. Х. Гринспен. Теория вращающихся жидкостей. Л: Гидрометеоиздат, 1975. 304 с.
2. С. Morize, M. Le Bars, P. Le Gal, A. Tilgner. Experimental determination of zonal winds driven by tides. *Phys. Rev. Lett.*, 2010, 104, 214501.
3. В. Favier, A. Barker, C. Baruteau, G. Ogilvie. Nonlinear evolution of tidally forced inertial waves in rotating fluid bodies. *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 2014, 439, 845–860.
4. W. Malkus. Precession of the earth as the cause of geomagnetism: Experiments lend support to the proposal that precessional torques drive the earth's dynamo. *Science*, 1968, 160(3825), 259–264.
5. Y. Lin, J. Noir, A. Jackson. Experimental study of fluid flows in a precessing cylindrical annulus. *Phys. Fluids*, 2014, 26, 046604.
6. J. Boisson, C. Lamriben, L.R.M. Maas, P. P. Cortet, F. Moisy. Inertial waves and modes excited by the libration of a rotating cube. *Phys. Fluids*, 2012, 24, 076602.
7. S. V. Subbotin. Steady circulation induced by inertial modes in a librating cylinder. *Physical Review Fluids*, 2020, 5(1), 014804.
8. М. А. Ширяева, С. В. Субботин. О влиянии неосесимметричных инерционных волн на осредненную циркуляцию жидкости во вращающемся цилиндре. *Вестник Томского государственного университета. Математика и механика*, 2024, №.91, с.153-167.

ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ ЖИДКОСТИ ВО ВРАЩАЮЩЕМСЯ ГОРИЗОНТАЛЬНОМ ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ СЛОЕ

А.А. Вяткин, В.Г. Козлов

Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет,
Лаборатория вибрационной гидромеханики, Пермь

Одним из механизмов генерации осредненных потоков в неизоотермической жидкости является «Вибрационная тепловая конвекция» – осредненная конвекция неизоотермической жидкости, возбуждаемая осциллирующими в системе отсчета полости силовыми полями. Важные с практической точки зрения особенности приобретают осредненные эффекты при наличии вращения благодаря действию сил инерции (центробежной и Кориолиса). Выделим особый класс задач с горизонтальным расположением оси вращения, где колебания неизоотермической жидкости задаются периодическим приливным воздействием внешнего силового поля, статического в лабораторной системе отсчета, в рассматриваемом случае – полем силы тяжести. Одним из эффектов, связанных с силой Кориолиса, является возбуждение инерционных волн [1], которые качественно изменяют виброконвективные течения во вращающихся цилиндрических слоях. В слое не пороговым образом формируется пространственно-периодическая система тороидальных конвективных течений, интенсивность которых заметно возрастает, если геометрия полости (соотношение сторон) удовлетворяет условиям возбуждения одной из инерционных мод. Наличие глобальной завихренности в поперечном сечении слоя (см. рисунок) свидетельствует о наличии в слое тороидальных структур, возбуждаемых инерционно-волновыми колебаниями неизоотермической жидкости с азимутальным волновым числом равным единице и частотой, совпадающей с частотой вращения.



Азимутальные профили и поле мгновенной завихренности в поперечном срезе в различные фазы вращения

В работе [2] показано, что помимо инерционно-волновой моды в слое жидкости возбуждаются параметрические колебания в виде двумерных конвективных валов. На рисунке показаны азимутальные профили мгновенной завихренности вдоль среднего радиуса слоя (пунктирная линия справа). В слое наблюдаются двумерные конвективные валы с чередующимся знаком завихренности вдоль азимута. В течение одного периода вращения знак завихренности продольных валов меняется на противоположный. Параметрические колебания устойчиво стратифицированной в центробежном поле неизоотермической жидкости происходят с частотой, вдвое меньшей частоты вращения полости. Показано, что порог параметрической неустойчивости помимо центробежного числа Релея определяется двумя параметрами: безразмерной частотой осцилляций поля и числом Релея, рассчитанным через амплитуду модуляции статического поля. Пороговое значение последнего возрастает с частотой модуляции.

Работа выполнена при поддержке Российского Научного Фонда (проект 25-11-00358).

ЛИТЕРАТУРА

1. А.А. Вяткин, С.А. Петухов, В.Г. Козлов Inertial Modes in a Rotating Horizontal Annulus with Boundaries of Different Temperatures and Their Effect on the Averaged Convection. *Fluid Dyn. Mater. Process.*, 2025, 21 (4), 783–798.
2. А.А. Вяткин, С.А. Петухов, В.Г. Козлов Experimental Study of Thermal Convection and Heat Transfer in Rotating Horizontal Annulus. *Fluid Dyn. Mater. Process.* 2024, 20 (11), 2475–2488.

ЛАМИНАРНЫЕ И ТУРБУЛЕНТНЫЕ ТРЕХМЕРНЫЕ ПРИСТЕННЫЕ СТРУИ

А.М. Гайфуллин, А.С. Щеглов

Центральный аэрогидродинамический институт им. проф. Н.Е. Жуковского, Жуковский

Пристенные струи – это струи, в которых газ выдувается параллельно бесконечной твердой плоскости. Они могут быть плоскими, если газ выдувается из удлиненного сопла, а могут трехмерными, если газ выдувается из локализованного источника. При этом сопло может находиться как непосредственно на твердой плоскости, так и над ней. В работе рассматриваются незакрученные и закрученные ламинарные и турбулентные пристенные струи.

В случае ламинарной струи трехмерная пристенная струя при больших числах Re , которое рассчитывается по начальному импульсу струи, описывается параболизированными уравнениями Навье–Стокса. Система стационарных параболизированных уравнений Навье – Стокса для трехмерного течения в предположениях автомодельности сводится к системе уравнений в частных производных, зависящих только от двух координат [1]. При этом показатель автомодельности оказывается неизвестным параметром. Численное решение системы уравнений в автомодельных переменных, которое не удавалось получить традиционным конечно - разностным методом, получено с помощью искусственных нейронных сетей. В результате решения определен и показатель автомодельности. Его значение оказалось близким к тому значению, которое дает решение полных трехмерных уравнений Навье - Стокса.

В случае турбулентной трехмерной пристенной струи решение задачи получено численно с помощью метода крупных вихрей (LES) с подсеточной моделью WALE и с пристенным разрешением WRLES [2]. Такая модель для подсеточной вязкости обеспечила правильное асимптотическое поведение коэффициента турбулентной вязкости вблизи твердой поверхности, что позволило проводить расчеты без введения демпфирующих множителей около твердой поверхности. Анализируется скорость выхода различных параметров на автомодельный режим.

Рассматриваются также закрученные трехмерные пристенные струи [3, 4]. Показано, что показатели автомодельности для закрученных и незакрученных струй не отличаются друг от друга. Исследована структура трехмерных закрученных струй.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-11-00210, <https://rscf.ru/project/23-11-00210/>

ЛИТЕРАТУРА

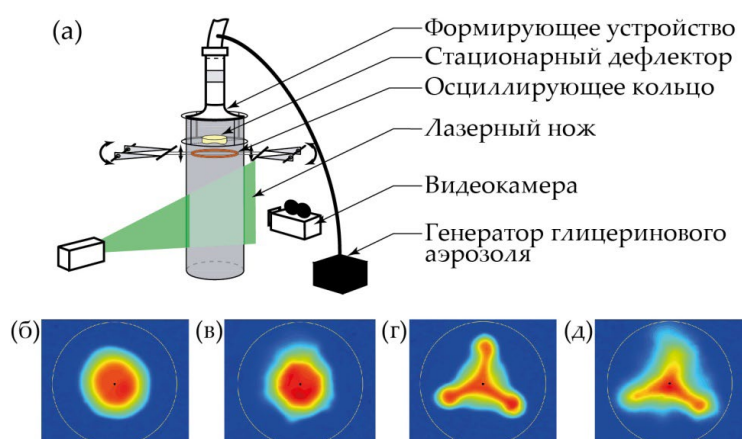
1. Бут И. И., Гайфуллин А. М., Жвик В. В. Дальнее поле трехмерной пристенной ламинарной струи // МЖГ. 2021. №6. С. 51–61.
2. Gaifullin A. M., Sheglov A. S. Swirling Three - Dimensional Turbulent Wall Jet // Lobachevskii Journal of mathematics. 2023. Vol. 44. N5. P. 1616–1620.
3. Гайфуллин А. М., Щеглов А. С. Пристенные ламинарные закрученные струи // МЖГ. 2023. №6. С. 27–74.
4. Гайфуллин А. М., Щеглов А. С. Пристенные турбулентные закрученные струи // МЖГ. 2024. №3. С. 112–121.

ВЛИЯНИЕ КОМБИНИРОВАННОГО СТАЦИОНАРНОГО И ГАРМОНИЧЕСКОГО ВОЗМУЩЕНИЯ НА УСТОЙЧИВОСТЬ ЛАМИНАРНОГО ТЕЧЕНИЯ

Л.Р. Гареев, В.В. Веденеев, О.О. Иванов, В.В. Трифонов
НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

В работе рассматривается влияние контролируемых гармонических и стационарных возмущений на устойчивость осесимметричной затопленной струи воздуха ($D = 0.12$ м, $Re = 5400$) с удлиненным ламинарным участком ($\sim 5D$). В предыдущих работах авторов было показано: внесение продольных гармонических возмущений тонким осциллирующим кольцом приводит к увеличению амплитуды возмущений, развивающихся согласно модовому механизму; при помощи тонкостенных стационарных дефлекторов возможно инициировать немодовый «lift-up» механизм [1], который ранее экспериментально не был изучен в струйных течениях – он вызывает резкий транзитный начальный рост возмущений, существенно превышающий модовый рост [2].

Недавно, в теоретической работе [3], был обнаружен неожиданный эффект снижения инкремента роста собственных мод при модулировании течения стационарными оптимальными возмущениями. В соответствии с этим результатом, в представленном исследовании экспериментально изучается взаимодействие двух типов возмущений на предмет их комбинированного влияния на устойчивость течения.



На рисунке приведена схема проведения визуализации и PIV экспериментов (а), а также показаны поля осредненной продольной компоненты скорости в поперечном срезе струи на расстоянии вниз по течению $x/D=4.5$. Рассматривались четыре режима возбуждения струи: без внесения возмущений (б), внесение возмущений осциллирующим кольцом (в), дефлектором (г) и одновременно кольцом и дефлектором (д). При помощи анемометрических, визуализационных и PIV экспериментов получены: длины ламинарного участка, кривые пространственного нарастания амплитуд гармонических возмущений, развитие спектра возмущений вниз по потоку, поперечная структура струи для четырех режимов течения, проведено сравнение интенсивности перемешивания для этих режимов. По результатам проведенных экспериментов получено, что внесение стационарных возмущений в струю приводит к увеличению инкремента пространственного роста гармонических возмущений, а также к тому, что полоса возбуждаемых частот в спектре становится шире в сравнение со спектром невозмущенной и гармонически возмущенной струй. По поперечным полям продольной скорости, полученным PIV методом, проведена оценка вовлечения внешней среды в струю – наибольший рост достигается за счет внесения комбинированного возмущения.

Исследование выполнено в рамках государственного задания МГУ имени М.В. Ломоносова (AAAA-A19-119012990110-0).

ЛИТЕРАТУРА.

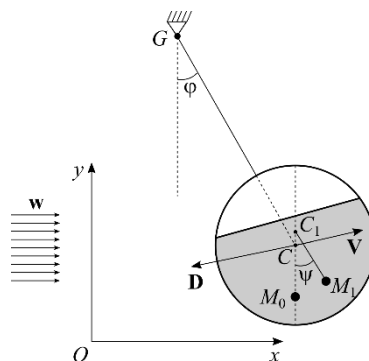
1. Ашуров Д.А., Веденеев В.В., Гареев Л.Р., Иванов О.О. Экспериментальное изучение немодального механизма роста возмущений в ламинарной затопленной струе. // Доклады Российской академии наук. Физика, технические науки. 2023. Т. 509. № 1. С. 28-38.
2. Boronin S.A., Healey J.J., Sazhin S.S. Non-modal stability of round viscous jets. // Journal of Fluid Mech. 2013. V. 716. P. 96–119.
3. Wang C, Lesshafft, L., Cavalieri, A. V., Jordan, P. The effect of streaks on the instability of jets. // Journal of Fluid Mechanics. 2021. V. 910. A14.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ В СФЕРИЧЕСКОМ СОСУДЕ, ПОМЕЩЁННОМ В ВОЗДУШНЫЙ ПОТОК

А.П. Голуб, Ю.Д. Селюцкий

Научно-исследовательский институт механики МГУ, Москва

Исследуется динамика подвешенного маятника со сферической полостью, частично заполненной идеальной жидкостью. Предполагается, что движение происходит в вертикальной плоскости (на рисунке указан вид сбоку). Учитывается сила лобового сопротивления, действующая на оболочку маятника. Для моделирования колебаний жидкости в полости, используется феноменологическая «маятниковая» модель. Такие системы могут использоваться в практических задачах [1].



Чтобы описать динамику жидкости внутри полости, будем действовать по аналогии с «маятниковым» подходом, представленным в работах [2], а также [3]. Выделим в жидкости часть, которая участвует в колебаниях поверхности, и часть, которая не участвует в них. Поведение первой части будем имитировать с помощью математического маятника (так сказать, «жидкого осциллятора»), точка подвеса которого находится на пересечении вертикальной прямой, проходящей через центр полости, и плоскости поверхности жидкости в невозмущенном состоянии. Будем считать, что вторая часть жидкости совершает квазистационарное движение, т.е. во все время движения занимает положение, отвечающее состоянию равновесия при текущем положении маятника. Длина «жидкого осциллятора» определяется таким образом, чтобы собственная частота осциллятора совпала с частотой первой моды собственных колебаний жидкости в полости вблизи состояния равновесия.

Проведена серия экспериментов в аэродинамической трубе А-10 НИИ механики МГУ, по результатам которых удалось идентифицировать описанные выше величины. Исследовано, как жидкость влияет на движение маятника в потоке среды. Как изменяется амплитуда и частота колебаний в зависимости от уровня жидкости в сосуде. Определено, насколько отклоняется жидкость при разных движениях маятника.

Работа выполнена в рамках госзадания НИИ механики МГУ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Голуб А.П., Зудов В.Б., Локшин Б.Я., Селюцкий Ю.Д. О робастной стабилизации движения квадрокоптера с подвешенным грузом // *Мехатроника, автоматизация, управление*. 2024. Т. 25. № 9. С. 490-500. DOI: 10.17587/mau.25.490-500.
2. Moriello L., Biagiotti L., Melchiorri C., Paoli A. Manipulating Liquids with Robots: A Sloshing-Free Solution // *Control Engineering Practice*. 2018. V. 78. P. 129-141. DOI: 10.1016/j.conengprac.2018.06.018.
3. Колесников К.С. Динамика ракет. М.: Машиностроение. 1980. 376 с.

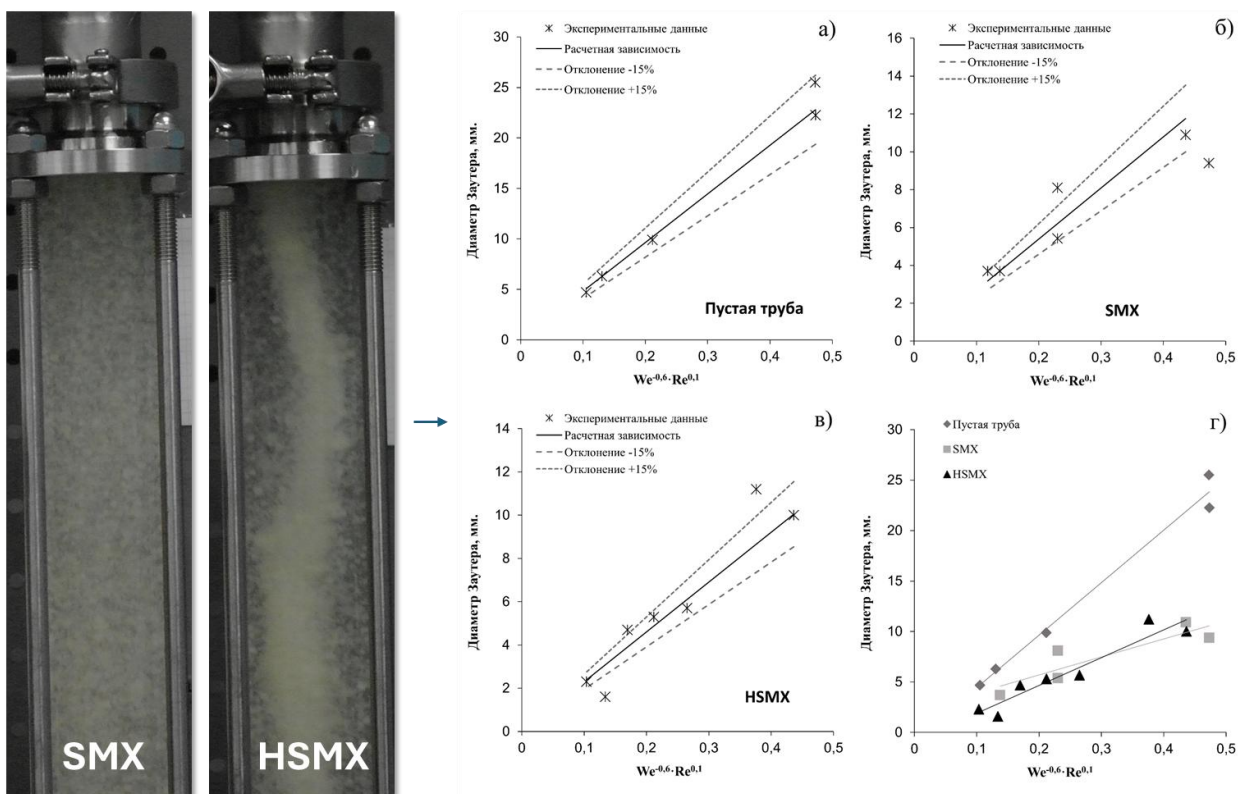
ВЛИЯНИЕ КОНФИГУРАЦИИ СМЕСИТЕЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ СТАТИЧЕСКОГО СМЕСИТЕЛЯ НА ТЕЧЕНИЕ И СРЕДНИЙ РАЗМЕР КАПЕЛЬ ДИСПЕРСНОЙ ФАЗЫ В СИСТЕМЕ «ВОДА-МАСЛО» ПРИМЕНИТЕЛЬНО К ПРОЦЕССАМ ЭКСТРАКЦИИ

Е.С. Гончаров, А.В. Припахайло, Р.Н. Магомедов

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Федеральный исследовательский центр химической физики им. Н.Н. Семенова РАН, Москва

Принципиально важными для процессов экстракции являются стадия развития межфазной поверхности, способствующей интенсификации массообмена, и стадия сепарации фаз экстракта и рафината, препятствующая уносу мельчайших капель флюида при высокоэнергетическом диспергировании. В данной работе произведено сравнение впервые разработанного смесительного элемента, способствующего эффективному диспергированию внутри смесителя, вместе с тем улучшающего сепарацию фаз за счет возникновения центробежной составляющей потока. Характеристики течения, вызванного применением разработанного смесительного элемента (HSMX) сравнивались на гидродинамическом стенде с характеристиками, получаемыми с применением эталонного элемента (SMX) [1], взятого за основу для модификации.

Исследования проводились при стандартных условиях; в качестве исследуемых сред были взяты вода и масло И-20а; течение было исследовано в диапазоне скоростей от 0,15 до 0,65 м/с, чисел Рейнольдса от 5000 до 20000, объемных соотношений вода : масло от 4 до 50. Данные со стенда обрабатывались путем фотофиксации и последующего анализа изображений в специализированном программном обеспечении. По результатам исследований были получены зависимости среднего диаметра Заутера капель от безразмерных критериев подобия для конфигураций смесителя: пустая труба, труба с элементом SMX, труба с элементом HSMX.



На приведенном рисунке представлено сравнение течения на выходе из смесителя со смесительными элементами SMX и HSMX. Видно, что при равных гидравлических диаметрах трубы с данными смесительными элементами и минимальных изменениях в конструктиве картина течения явно меняется – за счет возникающей центробежной составляющей в центре трубы с элементом возникает крупный вихрь, представляющий собой скопление фазы масла. При этом из полученных зависимостей следует, что эффективность диспергирования при высоких скоростях у разработанного смесительного элемента выше, чем у эталонного.

Следует отметить, что полученные результаты не согласуются с существующими зависимостями для элемента SMX [2]. Данное расхождение может быть объяснено тем, что все существующие исследования для SMX проводились с размещением в трубе от 2 до 10 элементов, в отличие от настоящей работы, где

рассматривался лишь 1 элемент, что говорит о необходимости проведения дополнительных исследований с применением большего количества элементов в смесителе и сравнения их эффективности.

Исследование выполнено в рамках Госзадания ФИЦ ХФ РАН №1023110900097-3-2.4.2.

ЛИТЕРАТУРА

1. Pahl M. H., Muschelknautz E. Einsatz und Auslegung statischer Mischer // Chemie Ingenieur Technik. 1979. Т. vol. 51. № no. 5. С. p.p. 347-364..
2. Theron F., Le Sauze N., Ricard A. Turbulent Liquid–Liquid Dispersion in Sulzer SMX Mixer // Industrial & Engineering Chemistry Research. 2009. Т. vol. 49. № no. 2. С. p.p. 623-632..

К ВОПРОСУ О ПЕРЕНОСЕ ГАЗООБРАЗНЫХ КОМПОНЕНТОВ В УСЛОВИЯХ СРЕДНЕГО ВАКУУМА ПРИ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОЦЕССА ПАРОФАЗНОГО СИЛИЦИРОВАНИЯ

В.А. Демин, Т.В. Демина, В.В. Коновалов, Т.П. Любимова
Пермский государственный национальный исследовательский университет
Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь

В условиях среднего вакуума, когда число Кнудсена по порядку величины составляет $K_n = 0.01$, для описания движения газа, хотя и с определенной степенью допущения, но все же можно применять приближение механики сплошных сред. Подобные условия разрежения имеют место в ходе реализации технологии парофазного силицирования углеродных материалов. Ранее предполагалось [1], что диффузионный механизм является главным при переносе паров кремния от зеркала расплава к силицируемому изделию по причине гигантских значений коэффициента диффузии. Однако, результаты расчетов согласно классическому уравнению диффузии пришли в противоречие с экспериментальными данными по привесу изделия в ходе технологического процесса. Предсказываемый поток кремния в изделие оказался на порядок меньше реального. Рекомендации по модернизации технологии, вытекающие из решения уравнения классической диффузии, также оказались неактуальными.

Причиной подобного разногласия является наличие в потоке доли атомов кремния с баллистическими траекториями. Оказалось, что их вклад можно эффективно учесть с помощью слагаемого отвечающего за конвективный массоперенос среды. В результате было получено новое нелинейное уравнение диффузии [2], решение которого более адекватно описывает перераспределение паров кремния в реторте в ходе силицирования. Расчет ключевой характеристики, – плотности потока кремния в изделие, дал наблюдаемое в опыте значение, на порядок превышающее величину, получающуюся из уравнения классической диффузии. Различные вариации постановки задачи, включающие двумерные и трехмерные расчеты [3], подтверждают справедливость предлагаемого подхода.

Работа выполнена в рамках крупного научного проекта при финансовой поддержке Минобрнауки России (соглашение № 075-15-2024-535 от 23.04.2024) задача № 2.10.2.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кулик В.И., Кулик А.В., Рамм М.С., Демин С.Е. Численное исследование градиентных газофазных процессов получения керамоматричных композитов с SiC матрицей // V Межд. конф. “Функциональные наноматериалы и высокочистые вещества”. Сб. матер. конф., М.: ИМЕТ РАН, Суздаль, 2014, с. 128-129.
2. Демин В.А., Демина Т.В., Марышев Б.С. Физико-математическая модель переноса газообразного кремния в ходе высокотемпературного силицирования углеродных композитных материалов // Вестник Пермского университета. Физика. 2022. № 3, с. 48-55.
3. Демин В.А., Демина Т.В. Трехмерное численное моделирование процесса переноса паров кремния в ходе насыщения пористой углеродной матрицы // Теплофизика высоких температур. Т. 62, № 6, 2024. С. 874-883. DOI: 10.31857/S0040364424060102.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ДЛИНЫ ЦИЛИНДРА НА КРУТИЛЬНЫЕ АЭРОУПРУГИЕ КОЛЕБАНИЯ

Демченко Я.В.^{1,2}

¹Механико-математический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

²НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

В последние годы всё более актуальными становятся работы по созданию новых типов ветрогенераторов, в том числе, основанных на явлении резонансных аэроупругих колебаний цилиндра, вызванных дорожкой Кармана (VIV), которая образуется позади плохообтекаемых тел при обтекании их поперечным потоком газа или жидкости [1, 2]. В нашей работе [3] экспериментально исследовалась система, состоящая из круглого цилиндра конечного размаха, закрепленного на консольной балке (Рис. 1а). Данная конфигурация рассматривалась, например, в статье [4], где исследовались классические поперечные колебания при различных длинах цилиндра. Однако мы экспериментально показали в такой экспериментальной системе наличие, помимо классических поперечных колебаний, ранее не исследованного крутильного типа колебаний (Рис. 1б), рассмотрев конфигурацию с фиксированной длиной цилиндра. Этот тип колебаний вызван резонансом аэродинамических сил с вращательными колебаниями цилиндра, в котором балка совершает крутильные движения. Для такой экспериментальной системы в силу конечности длины цилиндра и наличия открытых торцов важное значение играет влияние концевых эффектов на колебания, а также на структуру течения в следе за цилиндром. В работе [4] авторы изучали поведение поперечных колебаний и течения в следе при различных концевых условиях, меняя длину цилиндра, в частности, показав, что чем меньше длина цилиндра, тем больше амплитуда колебаний. В настоящей работе было экспериментально исследовано влияние длины цилиндра на амплитуду крутильных колебаний (Рис. 2). Также был обнаружен ранее не исследованный режим незатухающего смешанного типа VIV, когда резонанс наступает в результате одновременного возбуждения поперечных и крутильных VIV.

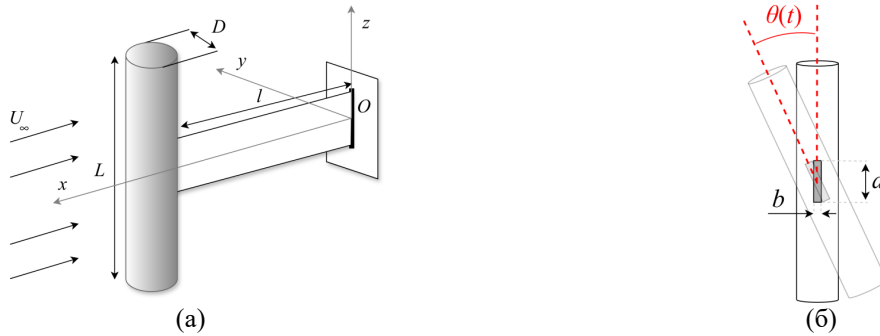


Рис. 1. Круглый цилиндр, закрепленный на конце упругой балки. (а) Геометрия экспериментальной модели, (б) крутильные колебания.

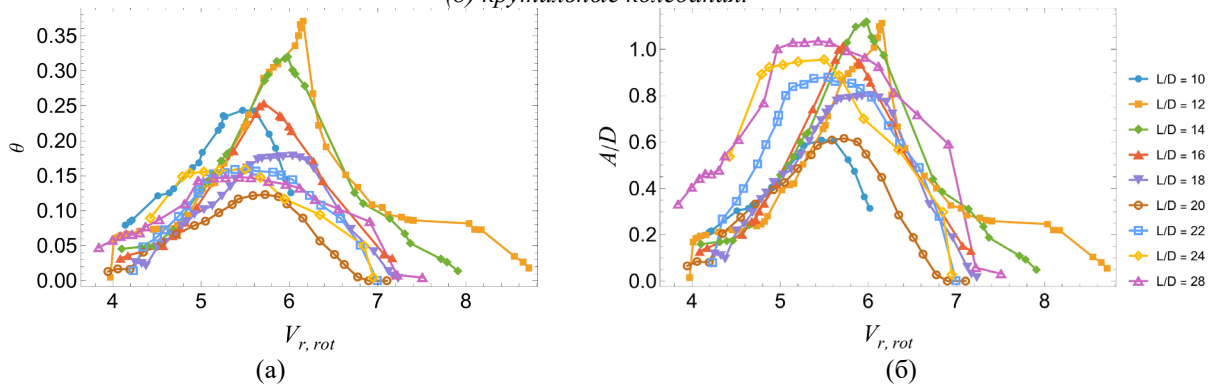


Рис. 2. Зависимость амплитуды угла поворота θ и (б) безразмерной амплитуды A/D колебаний цилиндра от приведенной скорости $V_{r,rot}$ для различных относительных удлинений цилиндра L/D .

1. Bernitsas, M. M., Raghavan, K., Ben-Simon, Y., Garcia, E. M. H., 2008. VIVACE (Vortex Induced Vibration Aquatic Clean Energy): A new concept in generation of clean and renewable energy from fluid flow. *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, 130(4).
2. Williamson, C. H. K., Govardhan, R., 2004. Vortex-induced vibrations. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 36, 413–455.
3. Demchenko, Y., Ivanov, O., and Vedenev, V., 2025. Experimental investigation of rotational vortex-induced vibrations of a circular cylinder attached to an elastic beam. *Journal of Fluids and Structures*, 133, 104266.
4. Azadeh-Ranjbar, V., Elvin, N., Andreopoulos, Y., 2018. Vortex-induced vibration of finitelength circular cylinders with spanwise free-ends: Broadening the lock-in envelope. *Physics of Fluids*, 30(10), 105104.

УЛУЧШЕНИЕ ПОИСКА ОБЛАСТЕЙ ПРИТЯЖЕНИЯ РЕШЕНИЙ ДЛЯ МЕТОДОВ НЬЮТОНОВСКОГО ТИПА В НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧАХ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ НАВЬЕ-СТОКСА

Н. М. Евстигнеев

Федеральный исследовательский центр «Информатика и Управление» Российской Академии Наук (ФИЦ ИУ РАН)

Рассмотрим систему уравнений Навье-Стокса, записываемую в операторном виде:

$$\mathbf{M} \mathbf{u}_t + \mathbf{F}(\mathbf{u}, R) = 0,$$

где \mathbf{u} — вектор решений, \mathbf{M} — линейный оператор, R — некоторый параметр, определяющий характер решений (например число Рейнольдса).

В настоящее время существуют различные эффективные методы численного поиска решений, например [1-8], которые включают в себя поиск стационарных решений, решений вида бегущих или спиральных волн, периодических и квазипериодических решений. Однако все они опираются на выявление решения «вложенного» в некоторое фазовое подпространство, формирующееся траекториями решений исходной системы. При этом сходимость указанных методов сильно зависит от качества и характеристики траекторий, что включает в себя погрешности численных методов интегрирования по времени исходной системы.

В докладе предлагается использовать несколько методов, которые позволят начать поиск решений с произвольного начального приближения, не определяемого прямым численным моделированием исходной системы. Для этих целей предлагаются методы глобализации, основанные на модифицированных алгоритмах градиентного спуска (GD) и методе Ньютона. Дискретизация исходной задачи предполагает формирование нелинейной алгебраической системы уравнений $\mathbf{G}(\mathbf{u}, R) = 0$. Для поиска периодических траекторий аппроксимация производной по времени реализуется в спектральном представлении, что сводит задачу к поиску корней \mathbf{G} в пространстве коэффициентов Фурье. Для исключения сходимости систем к ранее найденным корням применяется метод дефляции решений. Таким образом, подход распадается на два шага. Первый шаг – это применение метода градиентного спуска (и его вариаций) с аддитивной дефляцией. Этот метод предназначен для глобального поиска областей притяжения решений путём минимизации целевого функционала $J(\mathbf{u}) = \frac{1}{2} \langle \mathbf{G}(\mathbf{u}), \mathbf{G}(\mathbf{u}) \rangle$. Для исключения повторной сходимости к уже известным решениям используется *аддитивная дефляция*. В целевой функционал добавляются регуляризующие штрафные слагаемые, основанные на применении метода множителей Лагранжа. Это позволяет алгоритму градиентного спуска обходить ранее найденные решения и исследовать ландшафт функционала для обнаружения новых минимумов. Метод служит для предварительного глобального сканирования и получения начального приближения для метода Ньютона. После получения начального приближения применяется глобализованный метод Ньютона — Крылова (с выбором области линеаризации в рамках построения базиса Арнольди в методе GMRES) который позволяет уже найти решение из найденного начального приближения. Для дефляции решений применяется мультипликативный метод дефляции [9] с применением эффективного вида оператора дефляции и структуры преобуславливания [10, 11].

В качестве тестовых задач рассматриваются задачи А.Н.Колмогорова и течение Куэтта. Данный метод позволяет найти решения относительно эффективно и быстро не проводя длительных DNS вычислений. Пример найденных решений для задачи Колмогорова показан на рис. 1. Данные решения были получены из одного случайного приближения, показанного на верхнем левом рисунке.

ЛИТЕРАТУРА

1. Yohann Duguet, Chris C. T. Pringle, and Rich R. Kerswell. Relative periodic orbits in transitional pipe flow. //PHYSICS OF FLUIDS 20, 114102 2008.
2. M. Farazmand An adjoint-based approach for finding invariant solutions of Navier–Stokes equations. //J. Fluid Mech. (2016), vol. 795, pp. 278–312.
3. Azimi, Sajjad, Omid Ashtari, and Tobias M. Schneider. "Constructing periodic orbits of high-dimensional chaotic systems by an adjoint-based variational method." *Physical Review E* 105.1 (2022): 014217.
4. Nikitin N. V., Pimanov V. O. Numerical study of localized turbulent structures in a pipe //Fluid Dynamics. 2015. Т. 50. №. 5. С. 655-664.
5. Viswanath D. Recurrent motions within plane Couette turbulence //Journal of Fluid Mechanics. – 2007. – Т. 580. – С. 339-358.
6. Lucas D., Kerswell R. Spatiotemporal dynamics in two-dimensional Kolmogorov flow over large domains //Journal of fluid mechanics. – 2014. – Т. 750. – С. 518-554.
7. Lucas D., Kerswell R. Sustaining processes from recurrent flows in body-forced turbulence //Journal of Fluid Mechanics. – 2017. – Т. 817. – С. R3.
8. Chandler G. J., Kerswell R. R. Invariant recurrent solutions embedded in a turbulent two-dimensional Kolmogorov flow //Journal of Fluid Mechanics. – 2013. – Т. 722. – С. 554-595.

9. Farrell, P. E. et.al. Deflation Techniques for Finding Distinct Solutions of Nonlinear Partial Differential Equations. In: SIAM Journal on Scientific Computing, vol. 37, issue 4, pp. A2026-A2045.
10. Evstigneev, N. M. On the convergence acceleration and parallel implementation of continuation in disconnected bifurcation diagrams for large-scale problems. // Communications in Computer and Information Science, pages 122-138. vol 1063, 2019.
11. Evstigneev, N.M. Deflation of Periodic Orbits in Large-Scale Systems: Algorithm and Parallel Implementation. // Communications in Computer and Information Science, pages 76-91, vol 1437, 2021.

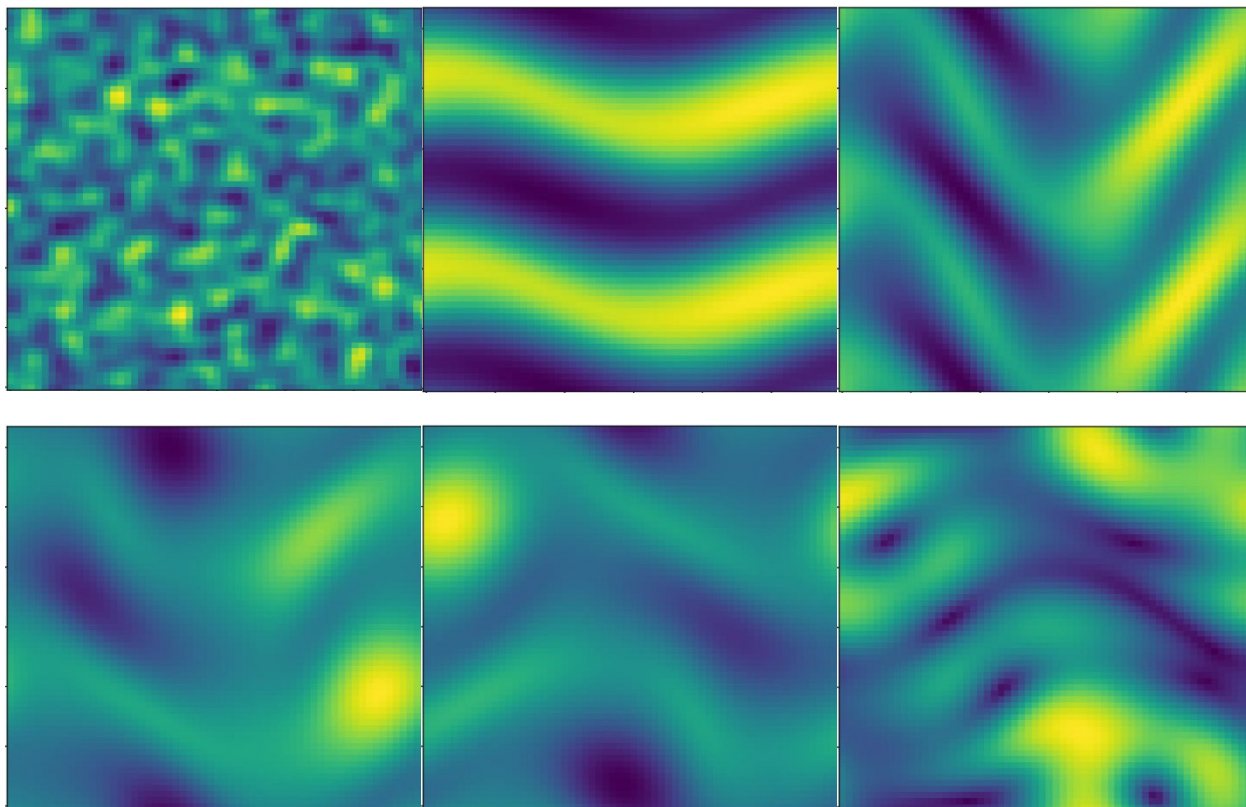


Рис. 1. Примеры стационарного, периодических решений и решения вида бегущей волны (слева — направо, сверху — вниз) для $R = 100$ в задаче А. Н. Колмогорова.

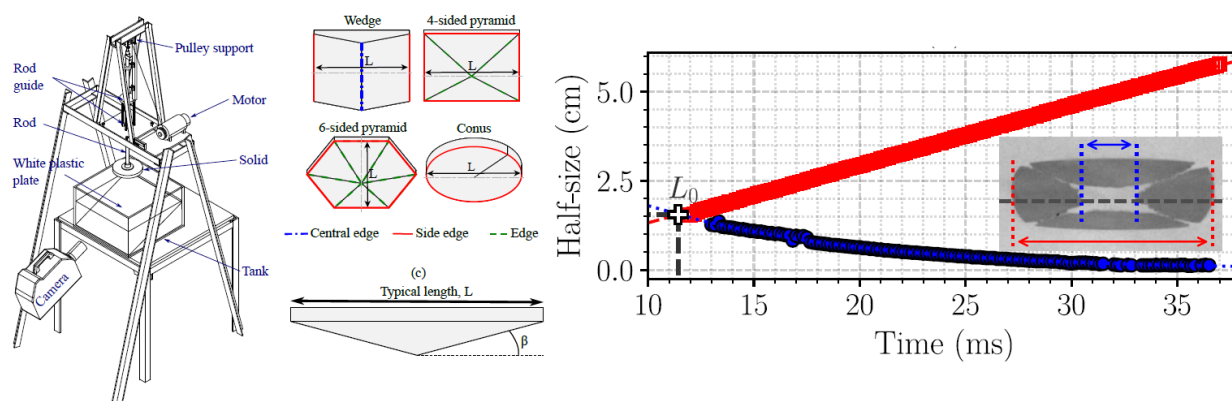
НАЧАЛЬНЫЙ ЭТАП СОУДАРЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА С ПОВЕРХНОСТЬЮ РАЗДЕЛА ГАЗ - ЖИДКОСТЬ

Е.В. Ерманюк^а, Ж.-Б. Карра^а, Н.В. Гаврилов^а, А.В. Черданцев^б, Н.Д. Шмакова^а

^аИнститут гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

^бИнститут теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск

Начальный этап соударения твердого тела со свободной поверхностью, разделяющей газовую и жидкую среды, сопровождается рядом нетривиальных эффектов. Непосредственно перед соударением в тонком слое газа, разделяющем тело и жидкость, возникает значительное давление, под действием которого происходит локальная деформация свободной поверхности, вследствие чего касание (смачивание) происходит на некотором расстоянии от нижней точки тела. В случае тела с вертикальной осью симметрии смачивание на начальном этапе соударения происходит в кольцевой зоне, окружающей носик тела [1]. Схлопывание воздушной прослойки внутри кольцевой зоны под действием капиллярных сил приводит к формированию газового пузырька в районе носика тела. Аналогичное явление имеет место при падении капли на твердую поверхность и на свободную поверхность жидкости [2-4], что имеет большое значение в приложениях (нанесение покрытий спреями, печать с помощью струйных принтеров [5], обледенение самолетов, и т.д.). Интенсивные экспериментальные исследования данного круга задач, проведенные методами скоростной видеосъемки в течение последних двух десятилетий, продемонстрировали чрезвычайное разнообразие наблюдаемых явлений и режимов течений [6], связанных с тонкими эффектами смачиваемости [7], капиллярности [8-10], шероховатости [11], термодинамики тонкого слоя сжимаемого газа [12] и т.д. Описание этих эффектов требует развития новых теоретических и численных подходов, пригодных в соответствующих подобластях исходной многопараметрической задачи.



В докладе приведено обсуждение различных подходов к решению задачи о соударении тел с жидкостью от классических работ Кармана и Вагнера [13] до современных исследований, в которых учитываются процессы в газовой прослойке для тел различной геометрии, включая гладкие тела (сфера [1]), тела с плоским дном [14-16], а также с геометрическими особенностями (конус [17], клин, пирамида).

Схема экспериментальной установки приведена на рисунке слева. Эксперименты проводились в широком диапазоне скоростей соударения тел с жидкостью (дистиллированная вода и раствор бутанола в воде) для тел различной формы (конус, клин, 4- и 6-гранная пирамида); угол килеватости β варьировался от 1° до 5° . Характерный вид зоны контакта жидкости с поверхностью тела, имеющего ребра, показан на рисунке справа для 4-гранной пирамиды, где приведены также характерные виды зависимостей наружного и внутреннего размеров зоны контакта от времени: линейное расширение и экспоненциальное схлопывание. Проведена классификация режимов эволюции воздушной прослойки, выделен диапазон параметров, в котором для расстояния между начальными точками контакта L_0 для всех исследованных в эксперименте случаев геометрии тел существует универсальный закон скейлинга, аналогичный [17]. Полученные результаты [18] позволяют существенно обобщить ранее полученные данные и определить границы существования эффекта «воздушной подушки» при соударении с водой тел, имеющих наклонное дно.

ЛИТЕРАТУРА

1. P.D. Hicks, E.V. Ermanyuk, N.V. Gavrilov, R. Purvis Air trapping at impact of a rigid sphere onto a liquid. *J. Fluid Mech.*, 2012, 695, 310–320.
2. S.T. Thoroddsen, T.G. Etoh, K. Takehara Air entrapment under an impacting drop. *J. Fluid Mech.*, 2003, 478, 125–134.
3. S. Mandre, M. Mani, M.P. Brenner Precursors to splashing of liquid droplets on a solid surface. *Phys. Rev. Lett.*, 2009, 102 (13), 134502.

4. S. Mandre S., M. Mani M., M.P. Brenner Events before droplet splashing on a solid surface. *J. Fluid Mech.*, 2010, 647, 163–185.
5. D. Lohse D. Fundamental Fluid Dynamics Challenges in Inkjet Printing. *Annu. Rev. Fluid Mech.* 2022, 54, 349–382
6. C. Josserand, S.T. Thoroddsen Drop impact on a solid surface. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 2016, 48, 365–391.
7. C. Duez, C. Ybert, C. Clanet, L. Bocquet Making splash with water repellency. *Nature Phys.*, 2007, 3, 180 – 183.
8. W. Bouwhuis, R.C.A. van der Veen, T. Tran, D.L. Keij, K.G. Winkels, I.R. Peters, D. van der Meer, C. Sun, J.H. Snoeijer, D. Lohse Maximal air bubble entrainment at liquid-drop impact. *Phys. Rev. Lett.*, 2012, 109, 264501.
9. J. de Ruiter, D. van den Ende, F. Mugele Air cushioning in droplet impact. II. Experimental characterization of the air film evolution. *Phys. Fluids*, 2015, 27, 012105.
10. A.V. Cherdantsev, N.V. Gavrilov, E.V. Ermanyuk Study of initial stage of entry of a solid sphere into shallow liquid with Synthetic Schlieren technique. *Exp. Therm. Fluid Sci.*, 2021, 125, 110375.
11. E.Q. Li, I.U. Vakarelsky, S.T. Thoroddsen Probing the nanoscale: the first contact of an impacting drop. *J. Fluid Mech.*, 2015, 785, R2.
12. P.D. Hicks, R. Purvis Liquid-solid impacts with compressible gas cushioning. *J. Fluid Mech.*, 2013, 735, 120 - 149.
13. H. Wagner H. Über Stoß- und Gleitvorgänge an der Oberfläche von Flüssigkeiten. *Z. Angew. Math. Mech.*, 1932, 12 (4), 193–215.
14. E.V. Ermanyuk, M. Ohkusu Impact of a disk on shallow water. *J. Fluids Struct.*, 2005, 20(3), 345–357.
15. H.C. Mayer, R. Krechetnikov Flat plate impact on water. *J. Fluid Mech.*, 2018. V. 850 P. 1066–1116.
16. U. Jain, P. Vega-Martinez, D. van der Meer Air entrapment and its effect on pressure impulses in the slamming of a flat disc on water. *J. Fluid Mech.*, 2021, 928, A31.
17. J.-B. Carrat, N.V. Gavrilov, A.V. Cherdantsev, N.D. Shmakova, E.V. Ermanyuk Air entrapment at impact of a conus onto a liquid. *J. Fluid Mech.*, 2023, 966, R1:1-13.
18. J.-B. Carrat, N.V. Gavrilov, A.V. Cherdantsev, N.D. Shmakova, E.V. Ermanyuk Air entrapment at impact of a wedge, pyramids and conus onto a liquid. *J. Fluid Mech.*, 2026 (under revision).

ЗАКОНОМЕРНОСТИ УВЕЛИЧЕНИЯ ИНТЕНСИВНОСТИ ТЕЧЕНИЙ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ВНЕШНЕГО ШУМА

Д.Ю. Жиленко, О.Э. Кривоносова

Институт механики МГУ, Москва

Представлены результаты численного исследования влияния шума в виде случайных во времени широкополосных флуктуаций скорости вращения с нулевым средним значением, добавляемых к постоянной средней скорости вращения внутренней сферы, на изменение свойств течений вязкой несжимаемой жидкости в сферическом слое. Решалась полная система уравнений Навье - Стокса по алгоритму [1] в осесимметричном приближении, поскольку потери осевой и экваториальной симметрии течений при внесении шума в трехмерных расчетах не обнаружено. Рассматривался случай вращения границ с равными угловыми скоростями, при числах Рейнольдса, вычисленных по параметрам внешней границы слоя, $Re_2 = 2000$ и 4000 , и при двух относительных толщинах сферического слоя: $\Delta=(r_2 - r_1)/r_1 = 1$ и 1.76 , где r_1 и r_2 – радиусы внутренней и внешней сфер соответственно. Рассматривались два вида шума, спектры которых имеют наклон 0.1 и 1 . Относительная амплитуда шума N определялась как отношение среднеквадратичных отклонений угловой скорости вращения $\Omega(t)$ к ее среднему значению Ω_0 . Исследуется зависимость моментов сил трения, средних величин кинетической энергии течений, и флуктуаций последних от амплитуды шума. Показано, что, как и при внесении белого шума [2] с нулевым наклоном спектра, добавление шумов с наклоном спектра 0.1 и 1 с увеличением амплитуды N ведет к возрастанию осредненных во времени величин азимутальной E_φ и меридиональной E_ψ компонент кинетической энергии течений.

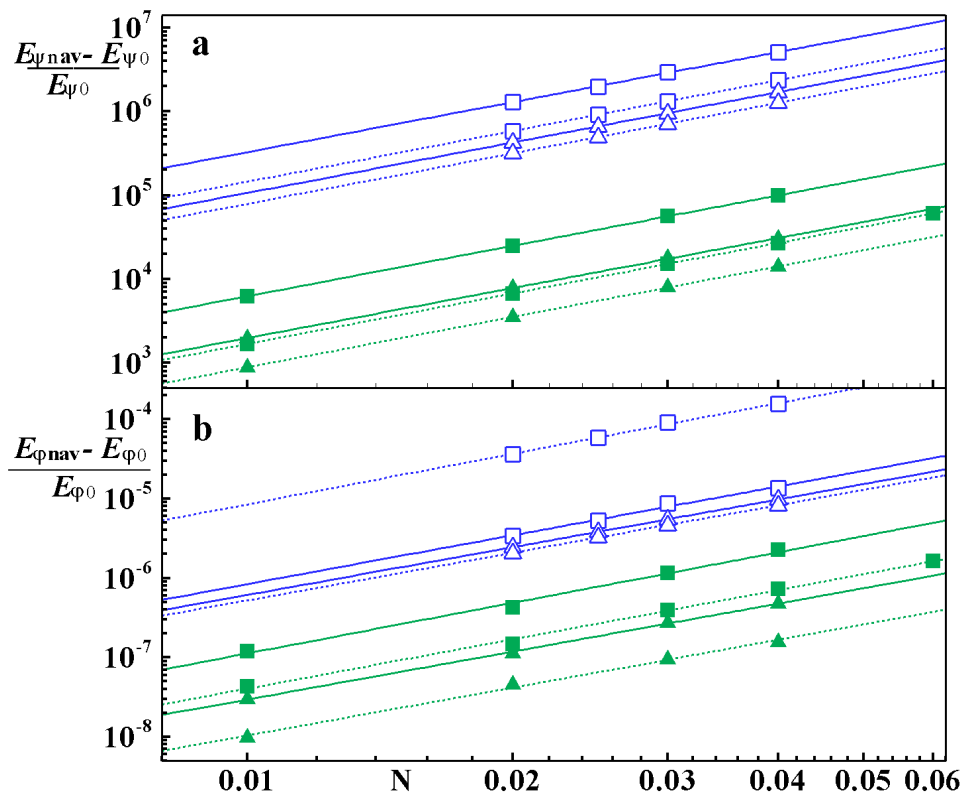


Рис. 1 Относительное изменение осредненных во времени величин меридиональной (a) и азимутальной (b) компонент кинетической энергии течений при возрастании N . Синие символы соответствуют спектру шума с наклоном 1, зеленые – с наклоном 0.1. Квадратные символы – $\Delta=1$, треугольные – $\Delta=1.76$. Сплошные линии – $Re_2 = 4000$, прерывистые линии – $Re_2 = 2000$

На рисунке 1 показано изменение осредненных во времени величин меридиональной и азимутальной компонент кинетической энергии течения под действием шума. При всех используемых в данной работе видах спектра шума, соотношениях размеров сферических границ и числах Рейнольдса увеличение меридиональной компоненты (рис. 1a) на несколько порядков выше, чем азимутальной компоненты (рис. 1b), при одних и тех же амплитудах шума N . Во всех рассматриваемых случаях наблюдаются качественно подобные квадратичные зависимости от амплитуды шума при относительном изменении компонент кинетической энергии течения: $(E_{\varphi n} - E_{\varphi 0}) / E_{\varphi 0} \sim N^2$, $(E_{\psi n} - E_{\psi 0}) / E_{\psi 0} \sim N^2$. Здесь нижний индекс n относится к течениям с шумом, индекс 0 – к течениям без внесения шума. На рисунке 2 показано изменение среднеквадратичных отклонений компонент кинетической энергии течений. Здесь наблюдается противоположное соотношение по сравнению с рисунком 1. При используемых в работе видах спектра шума, соотношениях размеров сферических границ и числах Рейнольдса, увеличение среднеквадратичных отклонений азимутальной компоненты кинетической энергии течений (рис. 2b) на несколько порядков выше увеличения среднеквадратичных отклонений меридиональной компоненты (рис. 2a) при одних и тех же амплитудах шума. Во всех рассматриваемых случаях наблюдаются качественно подобные линейные зависимости от амплитуды шума при относительном изменении среднеквадратичных отклонений компонент кинетической энергии течения: $\text{rms}(E_{\psi n}) / (\Omega_0 r_1)^2 \sim N$, $\text{rms}(E_{\varphi n}) / (\Omega_0 r_1)^2 \sim N$.

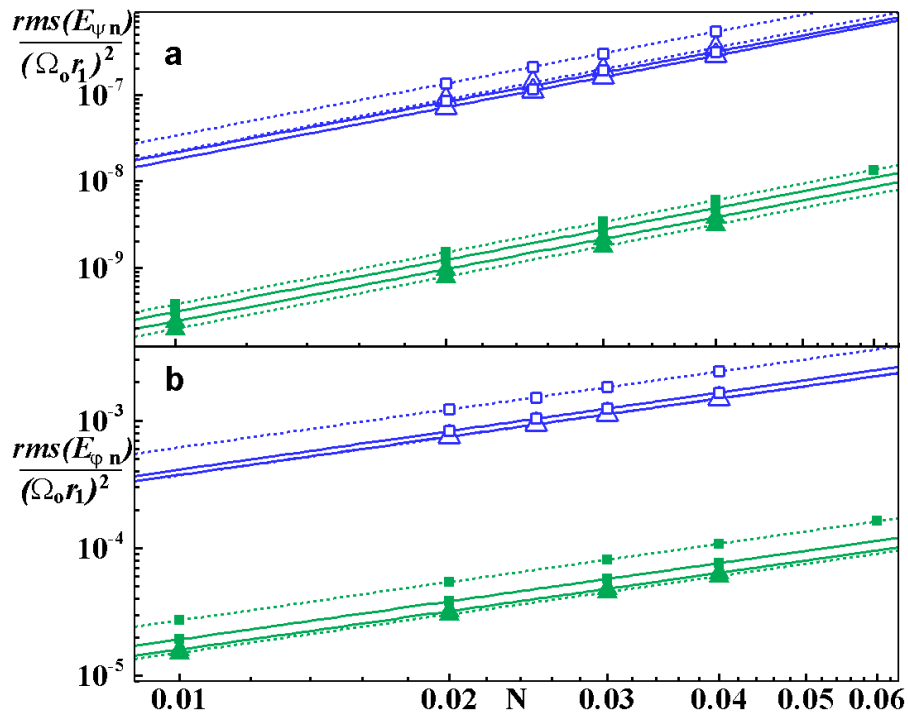


Рис.2 Нормированные величины среднеквадратичных отклонений E_{pn} (a) и $E_{\phi n}$ (b) в зависимости от амплитуды шума N . Все обозначения такие же, как и на рисунке 1.

Из рисунков 1 и 2 видно, что при одних и тех же амплитудах шума влияние вида его спектра на относительное изменение всех рассматриваемых параметров течения значительно сильнее, чем влияние относительной толщины слоя и чисел Рейнольдса [3]. Из представленных численных результатов следует, что при одних и тех же амплитудах шума, возрастание наклона его спектра приводит к увеличению относительных величин кинетической энергии течений и ее флуктуаций. Это качественно подтверждается известными экспериментальными данными [4]. В докладе представлена упрощенная аналитическая модель, которая качественно соответствует полученным численным результатам. Эта модель позволяет объяснить квадратичную зависимость компонент кинетической энергии от амплитуды шума, а также более сильное возрастание меридиональной компоненты кинетической энергии течений по сравнению с азимутальной компонентой при одних и тех же амплитудах шума.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект 25-27-00044).

ЛИТЕРАТУРА

1. N. Nikitin, Finite-difference method for incompressible Navier-Stokes equations in arbitrary orthogonal coordinates. *J. Comp. Phys.*, 2006, 217(2), 759-781.
2. O. Krivosova, M. Gritsevich, D. Zhilenko, P. Read, Noise induced effects in the axisymmetric spherical Couette flow. *Phil. Trans. R. Soc. A.*, 2023, 381, 20220124.
3. Д.Ю. Жиленко, О.Э. Кривоносова, Скейлинг изменения интенсивности течений под воздействием внешнего шума, *Журнал технической физики*, 2024, т.94, 2, 189-196.
4. Д.Ю. Жиленко, О.Э. Кривоносова, Влияние шумов с различными спектрами на течения вязкой несжимаемой жидкости, *Письма в ЖТФ*, 2023, т.49, 8, 21-24.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ МОДУЛЯЦИИ СКОРОСТИ ВРАЩЕНИЯ ДЛЯ ПОДАВЛЕНИЯ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ТЕЧЕНИЙ

Д.Ю. Жиленко, О.Э. Кривоносова
Институт механики МГУ, Москва

Экспериментально исследуется влияние периодической модуляции скорости вращения внутренней границы сферического слоя на неустойчивые течения. Сферический слой образован двумя соосными концентрическими сферами с радиусами 0.075 м и 0.15 м. Жидкость в слое - силиконовое масло с вязкостью $\nu \approx 510^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$ при 22°C . В экспериментах лазерным анемометром измерялась азимутальная компонента скорости течения u_ϕ на расстоянии 0.078 м от плоскости экватора и 0.105 м от оси вращения. Подробное описание установки и методов исследования даны, например, в [1,2]. Рассматривались течения, формирующиеся после первой бифуркации при вращении только внутренней сферы, внешняя покоилась. В этом случае неустойчивые течения представляют собой бегущие азимутальные волны с волновыми числами 3 или 4. После потери устойчивости образуется течение с одной (далее начальной) или двумя указанными волнами, но с течением времени одна из них (далее вторичная) затухает. При стационарном вращении внутренней границы в данной геометрии течение теряет устойчивость при $Re_{1c} = (\Omega_{10} \cdot r^2) / \nu = 460 \pm 2$. Изучались течения при $Re_1 > Re_{1c}$ и $\Omega_1(t) = \Omega_{10} (1 + B \sin(2\pi f t + \varphi))$, где Ω_{10} - среднее значение скорости вращения, B - амплитуда, f - частота модуляции.

На рис. 1 показаны зависимости A_f (амплитуды колебаний u_ϕ в установившемся неустойчивом течении) от Re_1 как при стационарном вращении внутренней границы, так и ее периодической модуляции. Видно, что с увеличением приведенной амплитуды модуляции $\varepsilon = B(Re_1/Re_{1c})$ предел устойчивости смещается в сторону больших значений Re_1 . Стрелками на рис. 1 показаны переходы при выключении и, наоборот, при включении модуляции.

Представленные ниже результаты получены при $Re_1/Re_{1c} = 1.0046$. Было обнаружено, что при $f = 0.1 - 0.25$ Hz амплитуда начальной моды A_f под действием модуляции экспоненциально затухает. Дальнейший сценарий зависит от того, когда прекратится модуляция. При $B < B_c$ со временем исходное неустойчивое течение восстанавливается. Один из сценариев при $B > B_c$ ($B = 0.184$, $f = 0.25$ Hz) показан на рис. 2. Под действием модуляции амплитуда начальной моды ($m = 4$) сравнивается с амплитудой вторичной моды. После прекращения модуляции амплитуды обеих мод в течении длительного времени не растут, т.е. течение остается устойчивым. Проведенные исследования позволили сделать вывод: взаимодействие близких по амплитуде конкурирующих мод является причиной длительного во времени сохранения устойчивости течений. Ранее было обнаружено, что время взаимодействия конкурирующих мод может увеличиваться при увеличении амплитуды вносимого в течение шума [3].

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 25-27-00044.

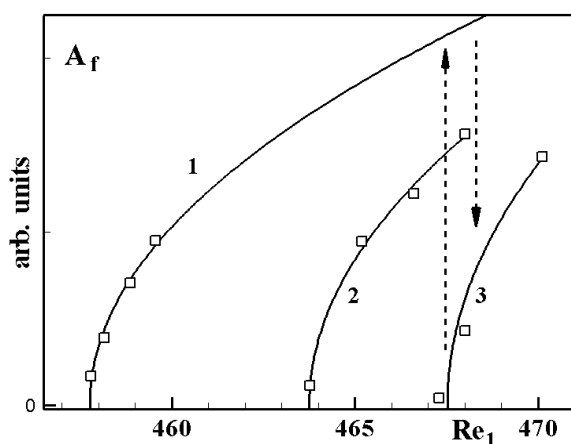


Рис. 1. Зависимость амплитуды A_f от Re_1 при $f = 0.25$ Hz при разных значениях ε : 1) $\varepsilon = 0$; 2) $\varepsilon = 0.123$; 3) $\varepsilon = 0.1845$.

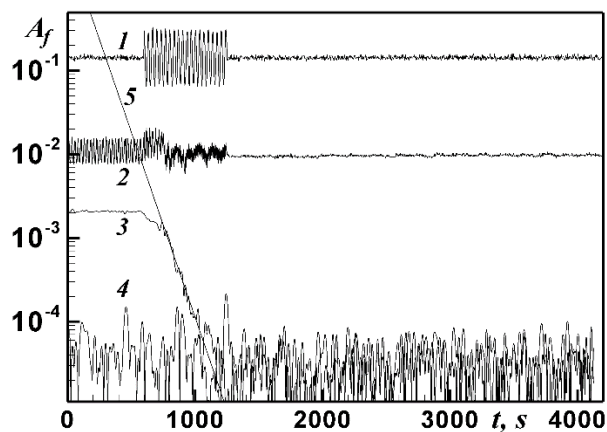


Рис. 2. 1- скорость вращения внутренней сферы $\Omega_1(t)/2\pi$, 2- измеряемая скорость течения, 3,4 - амплитуды начальной и вторичной мод, 5 - экспоненциальная аппроксимация.

ЛИТЕРАТУРА

1. Д.Ю. Жиленко, О.Э. Кривоносова, Смещения предела устойчивости течений при модуляции скорости вращения // Письма в ЖТФ. 2020. т.46. 12. С.22-25.
2. Д.Ю. Жиленко, О.Э. Кривоносова, Подавление неустойчивости течений с вращением // Письма в ЖТФ. 2022. т.48. 6. С.19-23.
3. D. Zhilenko, O. Krivonosova, M. Gritsevich, P. Read, Wave number selection in the presence of noise: Experimental results // Chaos. 2018. 28. 053110.

О САМОВОЗБУЖДАЮЩИХСЯ КОЛЕБАНИЯХ ПЛОСКИХ ЗАТОПЛЕННЫХ СТРУЙ

Ю.С. Зайко, Н.М. Экстер, В.В. Веденеев
НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Затопленные струи при обычных условиях имеют небольшой, как правило длиной 1–2 диаметра, начальный ламинарный участок. В ряде приложений необходима интенсификация перемешивания [1], которая может быть достигнута организацией глобальной неустойчивости струи, в результате которой возникают её автоколебания. Глобальной неустойчивостью течения называется существование в нём локализованного возмущения (удовлетворяющего нулевым граничным условиям на входе и бесконечном удалении от него), зависящего от времени как $e^{i\omega t}$ с $\text{Im } \omega > 0$. Она может возникнуть за счёт нагрева струи [2], противотока на её границе [3], ограниченности струи [4] или её закрутки [1]. Известно, что возможность глобальной неустойчивости течения определяется [5] локальной абсолютной неустойчивостью, при которой локализованное в пространстве и времени возмущение неограниченно растёт в той точке, где возникло, не сносаясь вниз по течению из неё.

В настоящей работе изучается класс начальных профилей скорости плоской затопленной струи, для которых локальный анализ предсказывает абсолютную неустойчивость [6]. Профили скорости рассматриваемого класса задаются двумя параметрами ξ , ζ . Параметр ξ отвечает за положение точки перегиба на профиле, параметр ζ — за градиент скорости в этой точке. С учётом эволюции струй вниз по потоку в рамках плоскопараллельного анализа определяются длины участков локальной абсолютной неустойчивости. Наличие в течении такого участка является необходимым условием для глобальной неустойчивости [5]. На основе уравнения Гинзбурга-Ландау, описывающего зависящие от координаты вдоль струи возмущения, выписывается модельное уравнение [7], которое позволяет аналитически отыскать спектр глобальных собственных мод и найти область параметров, задающих начальные профили скорости, для которых имеет место глобальная неустойчивость (рис. 1).

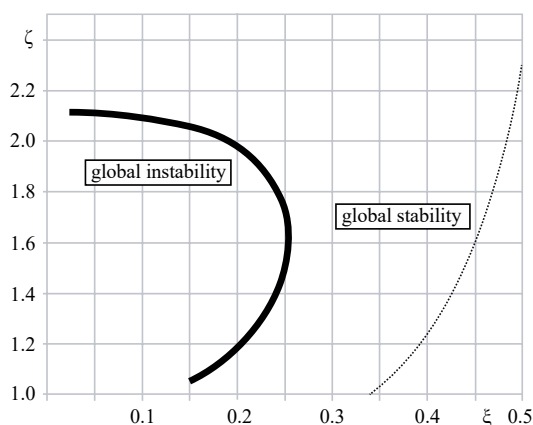


Рис. 1. Жирная (тонкая) кривая — граница глобальной (абсолютной) неустойчивости на плоскости параметров ξ , ζ

Работа выполнена в рамках гранта РФФ, проект № 25-19-00278.

ЛИТЕРАТУРА.

1. Абдуракипов С.С., Дулин В.М., Маркович Д.М. Об автоколебаниях в струе и газовом факеле с сильной закруткой потока. Теплофизика и аэромеханика. 2018. Т. 25. № 3. С. 395 – 402.
2. Monkewitz P.A., Bechert D.W., Barsikow B., Lehmann B. Self-excited oscillations and mixing in a heated round jet. J. Fluid Mech. 1990. V. 213. P. 611 – 639.
3. Jendoubi S., Strykowski P.J. Absolute and convective instability of axisymmetric jets with external flow. Phys. Fluids. 1994. V. 6. P. 3000 – 3009.
4. Rees S.J., Juniper M.P. The effect of confinement on the stability of viscous planar jets and wakes. J. Fluid Mech. 2010. V. 656. P. 309 – 336.
5. Le Dizès S., Huerre P., Chomaz J.M., Monkewitz P.A. Linear global modes in spatially developing media. Phil. Trans. R. Soc. Lond. A. 1996. V. 354. P. 169 – 212.
6. Vedeneev V., Nikitin N. Absolute instability of plane incompressible jets. J. Fluid Mech. V. 962. A4.
7. Веденеев В.В., Гареев Л.Р., Зайко Ю.С., Экстер Н.М. Абсолютная и глобальная неустойчивость плоских затопленных струй. Изв. РАН. МЖГ. 2024. №4. С. 3 – 17.

ДИССИПАТИВНЫЕ СТРУКТУРЫ ПРИГОЖИНА КАК ОБЯЗАТЕЛЬНЫЕ СОСТАВЛЯЮЩИЕ ТУРБУЛЕНТНЫХ ТЕЧЕНИЙ ЖИДКОСТИ В ТОНКИХ СЛОЯХ

В.Б. Заметаев

Центральный аэрогидродинамический институт (ЦАГИ), Жуковский, Россия

В прошлом столетии активно изучались химические и биологические процессы, в которых было обнаружено явление спонтанного нарушения симметрии макроскопического состояния сложных систем. Было найдено, что в результате действия возмущений возникают так называемые ‘диссипативные структуры’, т.е. устойчивые самоподдерживающиеся состояния с некоторыми пространственно-временными формами, причем для их появления система должна быть открытой, а её математическая модель нелинейной. Для изучения таких явлений используют параболические системы уравнений в ограниченных областях (Гленсдорф и Пригожин¹ 1973, Мищенко и др.² 2005).

В гидродинамике в качестве явных диссипативных структур обычно упоминают ячейки Бенара в вязкой жидкости на нагретой поверхности. С другой стороны, в турбулентных течениях экспериментально обнаружены вытянутые вдоль потока медленно меняющиеся ‘когерентные структуры’, существующие несмотря на очевидный случайный характер пульсаций в потоке. Экспериментально такие структуры описаны, например, в монографии Корнилова³ (2013) для угловых конфигураций, и, конечно, упомянуты в обзорах различных турбулентных течений.

В данной работе исследованы турбулентные течения вязкой несжимаемой жидкости в пограничном слое⁴, в слое смешения⁵, в плоской струе, в осесимметричных течениях и в некоторых других случаях⁶. Предполагается, что характерное число Рейнольдса, вычисленное по максимальной скорости потока и характерной длине тела, велико, а толщина турбулентного слоя мала. Для поиска решений уравнений Навье–Стокса используется асимптотический метод многих масштабов, в котором скорости и давление представлены в виде рядов, состоящих из суммы стационарных и возмущенных членов, вместо традиционного разложения решения на осредненные по времени значения и их пульсации. В работе продемонстрировано вязкое самоподдерживающееся стационарное течение, возникающее в турбулентных слоях на фоне быстрых нестационарных возмущений. Найдено решение для нормальной стационарной скорости, которое описывает самоиндуцированный отток жидкости из быстрого ядра потока в зону генерации турбулентности. Как следствие, получены решения для продольной скорости, заметно отличающиеся от ламинарных режимов. Выполнено качественное сравнение с известными экспериментами и работами по численному моделированию DNS.

Такие решения (метод применен к 8 классическим течениям) нужно рассматривать как одномерный случай самоподдерживающихся ‘диссипативных структур’ Пригожина, но для турбулентных течений в тонких слоях. Действительно, течение в тонком слое открыто, в том смысле, что в него поступает масса и энергия извне. Во-вторых, выведенная система уравнений нелинейная и содержит вязкие (диффузионные) члены. В-третьих, такие стационарные решения являются обязательными составляющими нестационарных пульсаций, т.е. возникают только в присутствии внешних возмущений и означают переход течения в новое состояние равновесия.

Диссипативные структуры в тонких турбулентных слоях, может быть, не так наглядны, как в химических опытах, но они возникают всегда после ламинарно-турбулентного перехода и играют принципиальную роль. Именно диссипативные стационарные структуры способны подстраиваться под заданные граничные условия в самых различных задачах и формировать облик турбулентного течения. Нестационарные возмущения генерируются и распространяются именно на фоне таких устойчивых диссипативных стационарных структур.

Работа выполнена при поддержке РФФ (проект № 23-19-00041) в ЦАГИ.

ЛИТЕРАТУРА

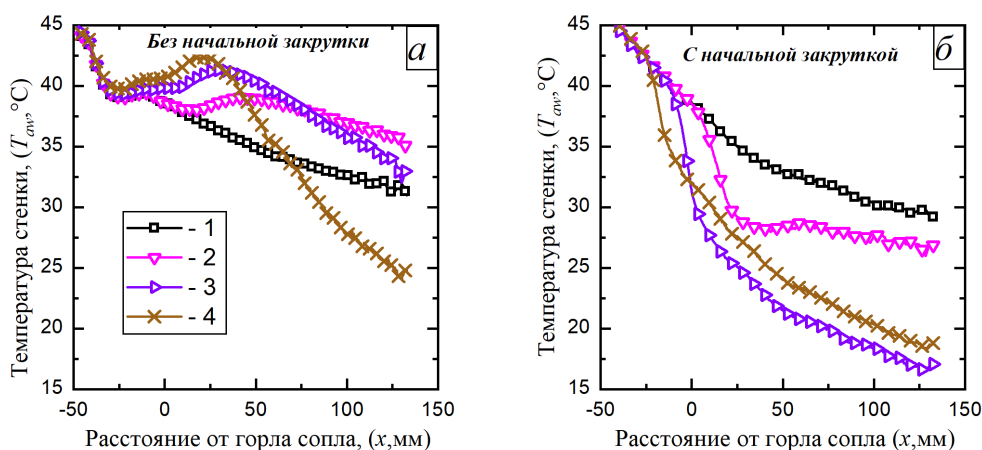
1. Гленсдорф П., Пригожин И. Термодинамическая теория структуры, устойчивости и флуктуаций. Москва: Мир, 1973. – 350 с.
2. Мищенко Е.Ф., Садовничий В.А., Колесов А.Ю., Розов Н.Х. Автоволновые процессы в нелинейных средах с диффузией. Москва: Физматлит, 2005. - 430 с.
3. Корнилов В.И. Пространственные пристенные турбулентные течения в угловых конфигурациях. - 2-е изд., перераб. и доп. / отв. ред. В.М. Фомин; РАН Сиб. отд-ние, Ин-т теор. и прикл. механики. - Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2013. - 431 с.
4. Горбушин А.Р., Заметаев В.Б. Асимптотический анализ вязких пульсаций в турбулентных пограничных слоях. Изв. РАН МЖГ. 2018. №1. С. 11–22.
5. Zametaev V.B., Gorbushin A.R., Lipatov I.I. Steady secondary flow in a turbulent mixing layer. Int. J. of Heat and Mass Transfer. 2019. 132, 655–661.
6. Zametaev V.B. Attached two-dimensional coherent vortices in a turbulent boundary layer. Physics of Fluids, 2024, 36(7), 075157.

ВЛИЯНИЕ ИНТЕНСИВНОСТИ НАЧАЛЬНОЙ ЗАКРУТКИ НА РАСШИРЕНИЕ ВЛАЖНОГО ВОЗДУХА В СВЕРХЗВУКОВОМ СОПЛЕ ПРИ НАЛИЧИИ СПОНТАННОЙ КОНДЕНСАЦИИ

А.Г. Здитовец, Н.А. Киселёв, Ю.А. Виноградов
НИИ механики МГУ, Москва

Процесс расширения в сверхзвуковом сопле сопровождается резким снижением давления и температуры потока. При этом в пограничном слое, нарастающем на стенках сопла, вследствие вязкой диссипации возникает градиент температуры по его высоте - на границе пограничного слоя температура равна значению в ядре потока, у стенки она близка к начальной температуре торможения. Если поток содержит конденсирующийся компонент (например, пары воды в воздухе – влажный воздух), то его расширение может сопровождаться спонтанной объемной конденсацией – образованием большого числа мелких капель (доли микрон) в большинстве случаев из паров воды. Вследствие выделения скрытой теплоты при конденсации заметно возрастают давление и температура сверхзвукового потока, а его скорость снижается. При определенных начальных условиях выделение скрытой теплоты может приводить к образованию ударных волн и колебательных режимов течения. Неравномерность в распределении температуры в пограничном слое приводит к невозможности распространения процесса конденсации на всю его глубину. Таким образом, в канале возникают две области. В первой (ядро потока и верхняя часть пограничного слоя) присутствует вторая фаза в виде капель конденсата, во второй (нижняя часть пограничного слоя или пристенная область) конденсирующийся компонент находится в парообразном состоянии. Так как при сверхзвуковых скоростях перепад температур в ядре и на адиабатной стенке может быть значительным (100-200 °С при числах Маха 1.2 - 2.0, соответственно), то проникновение второй фазы в «горячие» пристенные слои вызывает ее испарение и, как следствие, снижение температуры газа в этом слое [1].

В работе [2] проведено измерение адиабатной температуры стенки сверхзвукового сопла при расширении в нем влажного воздуха. Было показано, что на режимах расширения влажного воздуха со сверхкритическим тепловыделением и высоким начальным влагосодержанием адиабатная температура стенки сопла может снижаться относительно значений, полученных на сухом воздухе при идентичных начальных параметрах. Однако это снижение было не более десяти градусов. Одна из причин столь незначительного снижения температуры – это низкая интенсивность проникновения капель конденсата в пристенные слои вследствие турбулентной диффузии. В предлагаемой работе влажному воздуху на входе в сопло придавалась начальная закрутка, с целью интенсификации процесса проникновения капель конденсата в пристенные слои под действием центробежных сил.



На приведенном рисунке показано измеренное тепловизором распределение адиабатной температуры стенки сверхзвукового сопла при расширении сухого и влажного воздуха (RH_0 – начальная относительная влажность) без начальной закрутки (а) и с начальной закруткой (б) при идентичных начальных значениях давления и температуры торможения $T = 46 \text{ С}$, $P = 300 \text{ кПа}$.

Исследование выполнено в рамках государственного задания Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова. (АААА-А19-119012990115-5).

ЛИТЕРАТУРА

1. Golubkina I.V., Osiptsov A.N. Compressible gas-droplet flow and heat transfer behind a condensation shock in an expanding channel // Int. J. Therm. Sci. 2022. Vol. 179, p. 107576.
2. Zditovets A.G. et al. Adiabatic wall temperature in the supersonic flow of moist air with spontaneous condensation // Exp. Therm. Fluid Sci. 2024. Vol. 150, p. 111057.

ИНЕРЦИОННЫЕ ВОЛНЫ ВО ВРАЩАЮЩЕЙСЯ СИСТЕМЕ С ГРАНИЦЕЙ РАЗДЕЛА

А.Р. Зимасова, С.В. Субботин, В.Г. Козлов
Лаборатория вибрационной гидромеханики,

Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, Пермь

Динамике инерционных волн в однофазных средах посвящено значительное количество исследований. Так, в работе [1] анализируются линейные и нелинейные режимы инерционных волн во вращающейся цилиндрической полости. Обнаружено, что наличие внутреннего волнового движения существенно влияет на характеристики осреднённого зонального течения и его устойчивость. Причём форма торцевых стенок определяет многообразие режимов. Наличие даже их небольшого наклона относительно плоскости поперечного сечения приводит к возникновению эффектов фокусировки волн в аттрактор или возбуждению несимметричных глобальных инерционных мод [1, 2]. Последние являются собственными модами вращающейся жидкости, значения частот которых полностью определяется геометрией полости. Кроме того, отражение волн от стенок полости индуцирует сильную осреднённую геострофическую циркуляцию жидкости [3]. В свою очередь вращающиеся двухжидкостные системы характеризуются наличием деформируемой границы раздела, которая также поддерживает волновое движение на самой границе. Например, в [4] обнаружено, что действие внешнего инерционного поля приводит к потере осевой симметрии центрифугированной границы раздела в результате развития центробежных азимутальных волн.

Целью данной работы является экспериментальное изучение внутренних инерционных волн во вращающейся двухжидкостной системе и их влияние на границу раздела. Для этой цели рассматривается центрифугированное состояние двух несмешивающихся маловязких жидкостей разной плотности во вращающемся вокруг горизонтальной оси цилиндре. Для возбуждения инерционных колебаний скорость вращения модулируется по гармоническому закону $\Omega = \Omega_{rot}(1 + \varepsilon \cos \Omega_{lib}t)$, где Ω_{rot} – средняя угловая скорость вращения, Ω_{lib} – циклическая частота модуляции скорости, ε – амплитуда модуляции скорости.

Обнаружено, что наиболее сильный инерционный отклик жидкостей наблюдается при совпадении частоты модуляции с одной из собственных частот осесимметричных инерционных мод. На Рис. 1 представлены фотографии границы раздела жидкостей при частоте $\sigma = \Omega_{lib} / \Omega_{rot} = 1.14$ и амплитуде $\varepsilon = 0.09$, полученные в двух противоположных фазах осцилляций. Для сравнения синей сплошной линией обозначена граница при равномерном вращении, а красной пунктирной – её текущая форма. Можно заметить, что в фазах максимального и минимального углового положения полости (в равномерно вращающейся системе отсчёта) внутренний столб жидкости сильно деформируется. В фазе $\Omega_{lib}t = 0$ в центральной части формируется осесимметричная шейка, при этом вблизи торцов диаметральный размер внутренней жидкости увеличивается. В противоположной фазе $\Omega_{lib}t = \pi$ ситуация противоположная. Процесс деформации границы периодически повторяется с частотой модуляции σ .

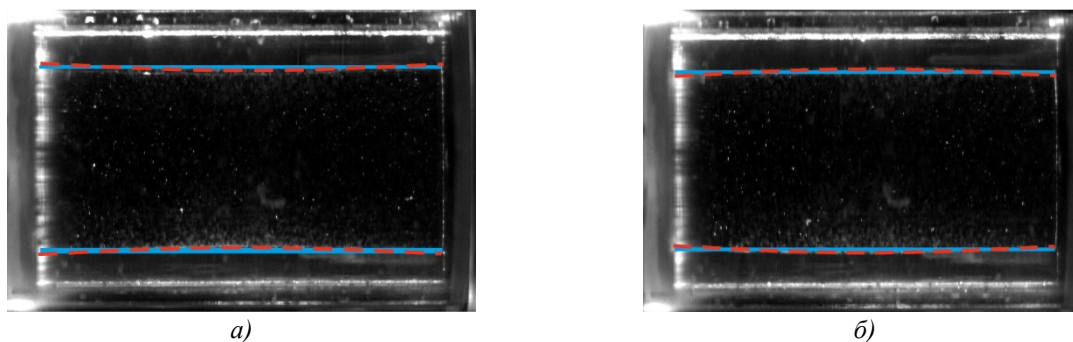


Рис. 1. Форма границы раздела при $\varepsilon = 0.09$ в противоположных фазах либраций $\Omega_{lib}t$: а) – 0; б) – π

Интересным является изучение структуры мгновенного течения при различных относительных заполнениях двух жидкостей. Для сравнения структуры потоков и формы границы на Рис. 2 приведены мгновенные поля скорости в фазе $\Omega_{lib}t = 0$ для различных наполнений. Видно, что структура течений одинакова, при этом резонансные колебания границы возникают на одной и той же частоте. Таким образом, наличие границы раздела не влияет на форму потоков, структура которых полностью определяется геометрией полости. На это также указывает сравнение с теоретически рассчитанной частотой инерционных колебаний жидкости в цилиндре с аспектным соотношением $a = R/L = 0.405$. Для осесимметричной моды с осевым $n = 2$, радиальным $m = 1$ собственная частота составляет $\sigma^* = 1.10$, при этом в экспериментах наибольший отклик границы наблюдается при $\sigma^* = 1.14$. Показано, что амплитуда колебаний границы раздела линейно возрастает с повышением амплитуды модуляции скорости вращения.

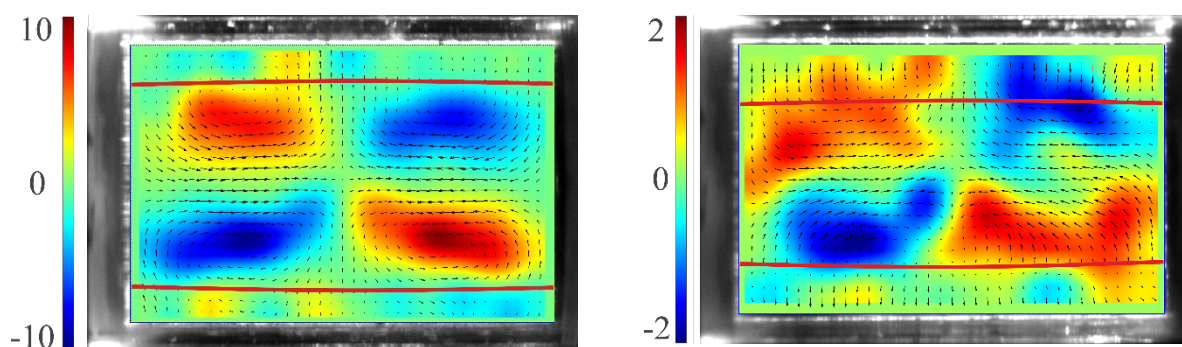


Рис. 2. Мгновенные поля скорости в фазе $\Omega_{lib}t = 0$ для двух наполнений; цветом показана завихренность

Работа выполнена при поддержке Российского Научного Фонда (проект 25-11-00358).

ЛИТЕРАТУРА

1. S. Subbotin, M. Shiryayeva, N. Shmakova, E. Ermanyuk. Zonal flow instability induced by nonlinear inertial waves in a librating cylinder with sloping ends // *Phys. Fluids*. 2024. Vol. 36. P. 12.
2. С. Субботин, М. Ширяева. О влиянии геометрии полости на режимы фокусировки инерционных волн // *Конвективные течения ... 2023*. Вып. 11. С. 59–76.
3. S. Subbotin, M. Shiryayeva. Steady vortex flow induced by inertial wave attractor in a librating cylinder with sloping ends // *Microgravity Sci. Technol.* 2022. Vol. 34(5). P. 89.
4. N. V. Kozlov, A. N. Kozlova, D. A. Shuvalova. Dynamics of im-miscible liquids in a rotating horizontal cylinder // *Phys. Fluids*. 2016. Vol. 28. P. 11.
5. Х. Гринспен. Теория вращающихся жидкостей. Л: Гидрометеиздат, 1975. 304 с.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ МАССОПЕРЕНОСА ЧЕРЕЗ МЕЖФАЗНУЮ ГРАНИЦУ В УСЛОВИЯХ ВОЗБУЖДЕНИЯ ОСЦИЛЛЯЦИОННОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ КЕЛЬВИНА-ГЕЛЬМГОЛЬЦА

А.Р. Зимасова, М.А. Петухова, В.Г. Козлов
Лаборатория вибрационной гидромеханики,

Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, Пермь

Интенсификация массопереноса через границу раздела жидкостей является актуальной проблемой современных химических и биологических технологий, в частности, жидкостной экстракции. Эффективным методом является генерация вихревых потоков по обе стороны межфазной границы, когда на смену диффузионному массопереносу приходит конвективный. Вихревые потоки обеспечивают доставку примесей (реагентов) к границе раздела и удаление продуктов реакций. Эффективными в этом плане являются осредненные потоки, генерируемые вибрациями тел в жидкости [1, 2].

Другой механизм связан с потерей устойчивости межфазной границы при осцилляциях жидкостей вблизи нее, сопровождающейся генерацией интенсивных осредненных потоков. Примерами могут служить осцилляционная неустойчивость Саффмана [3], осцилляционная параметрическая неустойчивость границы раздела [4] и осцилляционная неустойчивость Кельвина-Гельмгольца [5,6].

Целью настоящего исследования является изучение массопереноса в условиях развития осцилляционной неустойчивости Кельвина-Гельмгольца границы раздела жидкостей с высоким контрастом вязкостей в вертикальном щелевом зазоре круглой формы. Последний совершает модулированное вращение по закону $\Omega = 2\pi f_{rot}(1 + \varepsilon \cos(2\pi f_{lib}t))$ вокруг расположенной горизонтально оси симметрии. В отсутствие модуляции (при равномерном вращении) под действием центробежной силы граница раздела жидкостей разной плотности принимает осесимметричную цилиндрическую форму (рис. 1а). Либрации вызывают высокочастотные азимутальные тангенциальные колебания маловязкой жидкости относительно высоковязкой и пороговому возбуждению квазистационарного рельефа на границе раздела (рис. 1б).

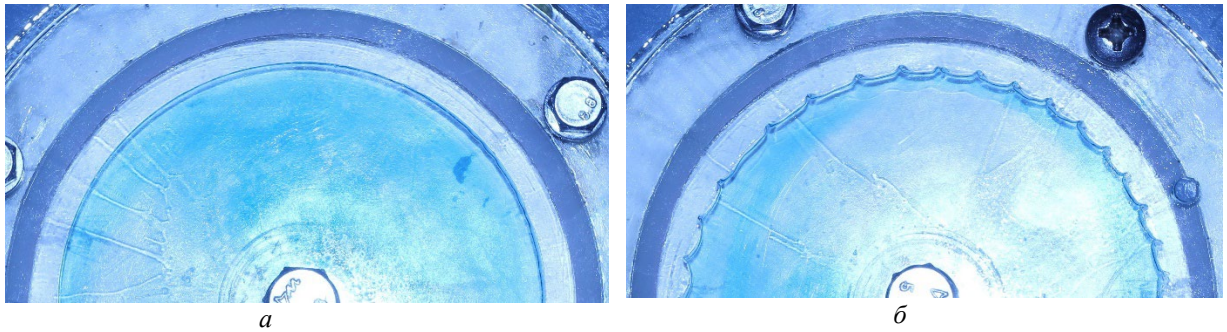


Рис.1. Граница раздела касторового масла (внутри) и более плотной маловязкой жидкости Novex 7100 при $f_{\text{rot}}=5$ об/сек и $f_{\text{lib}}=10$ Гц: а) до порога, $\varepsilon=0.1$; б) над порогом, $\varepsilon=0.15$.

Исследования показывают, что пороговое развитие квазистационарного рельефа на границе раздела сопровождается генерацией интенсивных осредненных потоков, которые, в свою очередь, обеспечивают повышение темпа массопереноса примеси через границу. Наряду с маловязкой жидкостью осредненные потоки генерируются также в вязкой жидкости. Представлены результаты исследования: структуры и интенсивности квазистационарного рельефа в зависимости от скорости вращения, параметров либраций и относительного наполнения; структуры осредненных потоков, изученных методом PIV; а также влияния осредненных потоков на массоперенос через границу растворимой в обеих средах примеси, *родамина Б*.

Исследование выполнено в рамках гранта Российского научного фонда № 23-11-00242.

ЛИТЕРАТУРА

1. A.A. Ivanova, et al. The Concept of a Vibrational Cell for Studying the Interface Chemical Kinetics. *Vibrational Flow Structure // Fluid Dynamics & Materials Processing*, 2008, 4(3), 211–220.
2. A.A. Ivanova, et al. Heat transfer in a closed cavity under conditions of forced vibrational convection // *Fluid Dynamics*. 2009, 44(4), 481–489.
3. V. Kozlov, O. Vlasova. Oscillatory dynamics of immiscible liquids with high viscosity contrast in a rectangular Hele-Shaw channel // *Phys. Fluids*, 2022, 34(3), 032121.
4. V. Kozlov, O. Vlasova, V. Dyakova. Oscillatory excitation of Faraday waves on the interface of immiscible fluids in a slotted channel // *Phys. Fluids*, 2024, 36(10), 102117.
5. V. Kozlov, M. Petukhova, N. Kozlov. Dynamics of liquids with high viscosity contrast in unevenly rotating Hele-Shaw cell // *Phil. Trans. R. Soc. A*. 2023, 20220082.
6. V. Kozlov, A. Zimasova and N. Kozlov. Stability of a Viscous Liquid Film in a Rotating Cylindrical Cavity under Angular Vibrations // *Fluid Dynamics & Materials Processing*, 2024, 20(12), 2693–2707.

ВИЗУАЛИЗАЦИЯ ВОЗМУЩЕНИЙ В КРУГЛОЙ ЗАТОПЛЕННОЙ СТРУЕ, СОЗДАВАЕМЫХ ДЕФЛЕКТОРАМИ, ТАБАМИ И МИНИСТРУЯМИ

Иванов О.О., Гареев Л.Р., Трифионов В.В., Веденеев В.В.
НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Струйные течения и, в частности, затопленные струи являются достаточно распространенным классом течений, встречающихся в различных технических аппаратах. Обычно в технологических процессах, где имеется два потока среды, ставится задача наилучшей их турбулизации и перемешивания, например, в задачах горения топлива в двигателе и т.д. В то же время возможна противоположная постановка задачи – создать течение, которое наименьшим образом перемешивается с окружающим воздухом, например, в чистых зонах предприятий или медицинских учреждений, где важна чистота рабочей области. Эти задачи решаются с помощью различных способов управления струей – пассивных (без дополнительных энергозатрат на управление), активных или комбинированных. К настоящему времени выработано немало способов воздействия на струи: акустическое воздействие, микроструи (в т.ч. синтетические), профилирование выходного канала (сопла), использование шевронов и выступов (щитков, tabs [1]), которые могут приводить к увеличению перемешивания, уменьшения шума струи и т.д. Представляет большой интерес изучить воздействие на струю не только одиночных способов управления, но и их комбинации для обнаружения синергетических эффектов.

В данной работе исследуется воздействие нескольких способов управления на дозвуковую затопленную струю, обладающую длинным ламинарным участком [2]. В качестве таковых были выбраны дефлекторы [3], прямоугольные табы (или выступы), а также министрui. Дефлекторы представляют собой тонкостенные конструкции, входное сечение которых представляет окружность, а выходное – синусоидально возмущенную окружность с заданным азимутальным числом и амплитудой возмущения. Табы – это набор из

m симметрично (относительно поворота на $2\pi/m$) расположенных прямоугольных пластин, закрепленных вне струи и частично выступающих в струю. Министруи – это активный способ управления, использующий расположенные вне основной струи маленькие струи, установленные с определенным шагом по азимутальному углу. Министруи направлены по оси основной струи, их расход и режим действия (частота включений/выключений) может варьироваться.

С помощью методов лазерного ножа и PIV (Particle Image Velocimetry) исследуется структура внесенного возмущения. Показана его эволюция вниз по сечению, изменены основные характеристики струи. Обсуждается влияние геометрии выступов на вид внесенного возмущения.

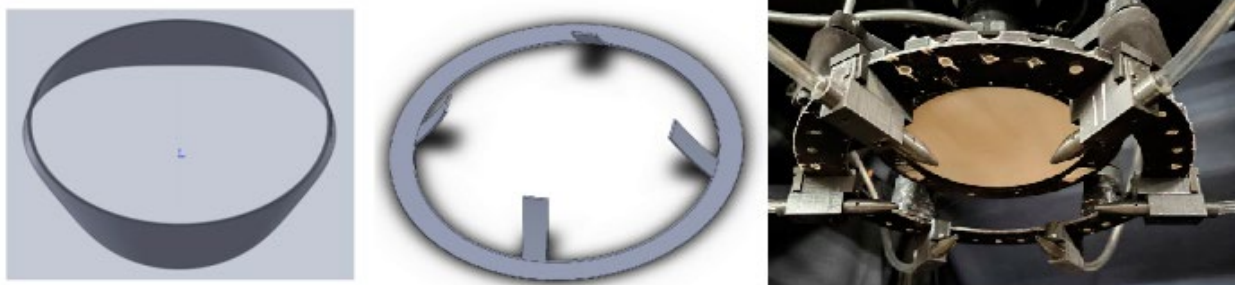


Рис. 3D-модель дефлектора с азимутальным числом $m=3$ (слева); модель прямоугольных табов, наклоненных к оси струи, на кольцевом основании (центр); фотография выходного сечения формирующего устройства с установленными ниже шестью министруями (справа).

Работа поддержана грантом РФФИ, проект №25-19-00278.

ЛИТЕРАТУРА

1. K. Zaman, J. E. Bridges, D. L. Huff. Evolution from ‘tabs’ to ‘chevron technology’-a review. International Journal of Aeroacoustics, 2011, 10(5-6), 685-709.
2. J. Zayko, S. Teplovodskii, A. Chicherina, V. Vedeneev, A. Reshmin. Formation of free round jets with long laminar regions at large Reynolds numbers. Physics of Fluids, 2018, 30(4), 043603.
3. O. Ivanov, D. Ashurov, L. Gareev, V. Vedeneev. Non-modal perturbation growth in a laminar jet: an experimental study. Journal of Fluid Mechanics, 2023, 963, A8.

О ВИБРАЦИОННОЙ ТЕПЛОВОЙ КОНВЕКЦИИ ПРИ ДЕЙСТВИИ ОСЛОЖНЯЮЩИХ ФАКТОРОВ

А.А. Иванова, В.Г. Козлов, А.А. Вяткин

Лаборатория вибрационной гидромеханики,
Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, Пермь

«Вибрационная тепловая конвекция» - область науки, сформировавшаяся и получившая широкое развитие в Пермской гидродинамической школе [1,2]. Суть явления заключается в появлении осредненных массовых сил, генерируемых колебаниями неизотермической жидкости под действием осциллирующих силовых полей, к примеру – в вибрирующих полостях.

Настоящее сообщение направлено на краткое описание специфических особенностей осредненной тепловой конвекции в осциллирующих силовых полях при действии дополнительных факторов. Наряду с теоретическими моделями, значительное внимание уделяется результатам экспериментов.

Обсуждаются следующие осложняющие факторы, приводящие к изменению природы осредненной тепловой конвекции: вращающиеся силовые поля [3,4], комбинированные поступательно – вращательные вибрации полости [5,6]; вращение полости при одновременном воздействии осциллирующих силовых полей [7]. Как показывают теоретические и экспериментальные исследования, перечисленные факторы приводят к качественной трансформации «виброконвективного» механизма, а также генерации новых вибрационных механизмов тепловой конвекции, нередко превосходящих по эффективности классический случай поступательных вибраций полости.

В случае вибраций круговой поляризации порог возбуждения в эксперименте [4] согласуется с результатами линейной теории устойчивости [3], однако эксперименты демонстрируют качественно новую надкритическую динамику конвективных структур.

Теоретические [5] и экспериментальные [6] исследования комбинированных поступательно-вращательных колебаний полости (например, маятниковых) обнаруживают появление дополнительного и

независимого механизма виброконвективной природы, который в определенных условиях значительно превосходит классический (при поступательных вибрациях) и легко конкурирует с гравитационным.

Большой теоретический и практический интерес представляет осредненная тепловая конвекция во вращающихся системах [7], в которых сила Кориолиса влияет не только на осредненные конвективные структуры, но и на сами колебания жидкости – «мотор» осредненной конвекции. К примеру, специфическое действие на тепловую конвекцию оказывают возбуждаемые вибрациями инерционные волны [8, 9].

Самостоятельную область занимает осредненная тепловая конвекция в системах, равномерно вращающихся во внешних силовых полях [9-11]. В этом случае неоднородная по плотности (неизотермическая) жидкость совершает приливные колебания, которые генерируют осредненную конвекцию. Механизм генерации последней можно условно считать «вибрационным», хотя система совершает равномерное вращение в отсутствие вибраций.

Описанные вибрационные эффекты ценны тем, что в плане интенсификации теплопереноса они не менее эффективны, чем гравитационная (центробежная) тепловая конвекция.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда №25-11-00358.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г.З. Гершуни, Е.М. Жуховицкий. О свободной тепловой конвекции в вибрационном поле в условиях невесомости. Докл. АН СССР, 1979, Т.249, №3, с. 580-584.
2. G. Z. Gershuni and D. V. Lyubimov, Thermal vibrational convection (N.Y., Wiley 1998).
3. V.G. Kozlov. Vibrational convection in a cavity undergoing spatial pendulum oscillations. Heat Transfer – Soviet Research, 1991, 23(7), 999–1008.
4. V. Kozlov, K. Rysin, A. Vjatkin. Vibroconvective Patterns in a Layer under Translational Vibrations of Circular Polarization. Fluids, 2021, 6(3), 108.
5. В.Г. Козлов. О вибрационной тепловой конвекции в полости, совершающей высокочастотные вращательные качания. Изв. АН СССР. МЖГ, 1988, № 3, с. 138–144.
6. А.А. Иванова, В.Г. Козлов. Вибрационная тепловая конвекция при непоступательных колебаниях полости. Изв. РАН. МЖГ, 2003, № 3, с. 26–43.
7. В.Г. Козлов. Вибрационная конвекция во вращающихся полостях. Изв. РАН. МЖГ, 2004, № 1, с. 5–14.
8. K. Rysin, A. Vjatkin and V. Kozlov, Inertial-Wave Regime of Averaged Thermal Convection in a Rotating Vertical Flat Layer, Fluid Dyn. Mater. Process., 2025, 21(3), 605-621.
9. V. Kozlov, A. Vjatkin and R. Sabirov. Convection of liquid with internal heat release in a rotating container. Acta Astronaut., 2013, 89, 99-106.
10. А.А. Вяткин, А. А. Иванова, В. Г. Козлов. Конвективная устойчивость неизотермической жидкости во вращающемся горизонтальном коаксиальном зазоре. Изв. РАН. МЖГ, 2010, № 1, С. 12–21.
11. А.А. Вяткин, R. R. Siraev and V. G. Kozlov. Theoretical and experimental study of thermal convection in rotating horizontal annulus. Microgravity Sci. Technol. 2020, 32(6), 1133–1145.

СРЫВНОЕ ОБТЕКАНИЕ РЕШЕТКИ ПЛАСТИН С КОНЕЧНОЙ ТОЛЩИНОЙ КРОМКИ

А.В. Ивановский

РГУ нефти и газа (НИУ) им. И.М. Губкина Москва

Срывное число кавитации, при котором происходит струйное обтекание решетки пластин, позволяет определить критический кавитационный запас (при известных значениях абсолютной и относительной скоростях потока жидкости перед решеткой пластин) [1,2]:

$$\Delta h_{III} = \frac{c_1^2}{2g} + K_{crit} \cdot \frac{W_1^2}{2g}$$

Данный параметр особенно важен для характеристик динамических насосов, поскольку определяет антикавитационные качества [3].

Существуют работы, где рассматривалось влияние входной кромки на срывной кавитационный режим. На основании уравнений сохранения массы, количества движения и энергии определялась связь между параметрами решетки, безразмерной скоростью на бесконечности и коэффициентом полноты эпюры давления по ширине кромки [4-6].

В связи с тем, что зависимость коэффициента полноты эпюры давления от геометрических и режимных параметров неизвестны, использовались различные способы его приближенного определения. Однако автору не известны такие работы, в которых учитывалось воздействие решетки на формирование потока, обтекающего входную кромку.

В работе предлагается решение задачи струйного обтекания решетки пластин с конечной толщиной входной кромки, позволяющее определить срывное число кавитации, коэффициент полноты эпюры давления

на входной кромке пластины, а также критический кавитационный запас электроприводного лопастного насоса для добычи нефти осевого типа, рабочие органы которого составлены из пластин.

ЛИТЕРАТУРА

1. К.К. Шальнев. Кавитация: физические стороны явления, вредность в технике, методы борьбы с кавитацией: дисс. ... д.т.н. М. 1960. 627 с.
2. И.В. Матвеев. Расчет всасывающей способности осевого лопастного насоса. Труды НИИхиммаш, 1980, Вып. 40, с. 3-20.
3. В.М. Касьянов. Гидромашины и компрессоры. М.: Недра, 1981, 295 с.
4. М.И. Гуревич. Теория струй идеальной жидкости. М.: Наука, 1979, 536 с.
5. Высокооборотные лопаточные насосы. М.: машиностроение, 1975, 336 с.
6. Стриплинг. Исследования кавитирующих решеток профилей. Труды АОИМ, Серия Д, 1964, №1, с. 29-41.

ВАЛИДАЦИОННЫЕ ТЕСТЫ ДЛЯ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ОТРЫВНЫХ ДО-И СВЕРХЗВУКОВЫХ ТЕЧЕНИЙ И ТЕПЛООБМЕНА. АНАЛИЗ 45-ЛЕТНЕГО ОПЫТА

С.А. Исаев

Санкт-Петербургский государственный морской технический университет, Санкт-Петербург
Санкт-Петербургский государственный университет гражданской авиации имени Главного маршала авиации А.А. Новикова, Санкт-Петербург

Валидационные тесты для численного моделирования отрывных течений формируются на основе математических задач, имеющих физические аналоги. Классические тесты касаются до-, транс- и сверхзвукового осесимметричного обтекания тел простой геометрии типа кругового цилиндра, шара, острого и затупленного конуса, диска, представленных в статьях Рошко и Кармоди, атласе Ван-Дайка, монографиях К.Петрова, П.Чжена, С.Девнина, О.Белоцерковского, Н.Краснова и др. Они акцентируют внимание на вихревой структуре и локальных параметрах ближнего следа за телами, их интегральных аэродинамических характеристиках, полученных в результате статических испытаний в аэродинамических трубах и экспериментах на аэробаллистической трассе. В частности, бросковые испытания моделей огуречной формы выполнены А.Михалевым на трассе в ФТИ им.А.Ф.Иоффе. Вторая группа классических валидационных тестов касается отрывных течений в кавернах различной формы (прямоугольных и круговых), в которых формируются уловленные вихри. Известны фундаментальные работы Бэтчелора, Лаврентьева и Шабата, циклы экспериментальных работ С.Гувернюка и М.Зубина, выполненные в НИИ механики МГУ. Все перечисленные исследования характеризуются весьма умеренными скоростями возвратных течений (примерно до 30% от характерных величин скорости).

Управление до-, транс- и сверхзвуковым обтеканием затупленных тел при формировании перед ними крупномасштабных вихревых структур имеет целью снижение их аэродинамического сопротивления и повышения статической устойчивости в полете. Тесты, в которых рассматривается срывное обтекание тандемов тел в виде соосных дисков, диска и цилиндра, моделей высотных сооружений представлены в экспериментальных работах Рошко и Кенига, Мореля и Бона, Коновалова, Бобышева, Белова, Исаева, Гувернюка, в монографии Хуга, Любимова и др. Интерференция следа за выступающими щитовыми и дисковыми элементами с расположенными затупленными телами инициирует уловленные в зазорах высокоинтенсивные вихри со скоростями возвратных токов, сопоставимых со скоростью набегающего потока. В результате созданного в зазоре разрежения на заднее тело действует тянущая сила, почти полностью компенсирующая лобовую силу на выступающий элемент. При малых углах атаки деформация вихревой структуры в передней части ступенчатого тела вызывает эффект головной стабилизации, связанный с образованием восстанавливающего момента.

Заключительный цикл валидационных тестов связан с проблематикой по интенсификации отрывного течения и теплообмена вблизи луночных и траншейных рельефов. Классические примеры единичных и пакетных сферических лунок на стенках каналов рассмотрены в экспериментальных работах Терехова, Кикнадзе, Лиграни, Банкера и др. Однако как и ранее упомянутых случаях типовых отрывных течений скорости возвратных токов оказываются низкими (порядка 20-30% от характерных), а теплообмен угнетенным. Повышение теплоотдачи достигается на наветренных склонах лунок и в промежутках между ними. Поэтому плотность нанесения сферических лунок на стенки структурированных энергоэффективных поверхностей максимальны и составляют 60-70%, а тепловая эффективность оказывается невысокой (порядка 1.5-2).

Открытие с помощью численного моделирования явления аномальной интенсификации отрывного течения и теплообмена (АИОТТ) в наклонных канавках на стенке канала и пластинах стимулировало несколько типов валидационных тестов. Эксперименты в НИИ механики МГУ, выполненные Гувернюком и Зубиным, подтвердили самоорганизацию смерчеобразных вихревых структур в головной части единичных наклонных канавок с полусферическими концами на пластине и образование экстраординарных перепадов

статического давления между близкими зонами торможения потока на наветренных склонах и разрежения (отрицательного давления) в ядре смерча на сходном сферическом сегменте. Измерениями продольной скорости в оптически прозрачном канале с 26-ю двухрядными наклонными канавками, выполненными Михеевым и Душиным в КазНЦ РАН, установлено ускорение в ядре ламинарного и турбулентного потока над входами в канавки при достижении максимальных величин порядка 1.5-1.9 от входного значения. Эксперименты методом градиентной теплотрии на теплофизическом стенде СПбПУ Петра Великого, проведенные Митяковым и Сероштановым, подтвердили многократный рост относительной теплоотдачи в головных частях наклонных канавок на изотермической пластине для единичных и в ограниченных пакетах канавок. Исследования в НИИ механики МГУ и СПбПУ установили диапазоны углов наклона канавок, при которых реализуется явление АИОТТ. Численные расчеты показали, что скорости возвратных токов и закрученных потоков в канавкам приближаются и даже превосходят характерную скорость.

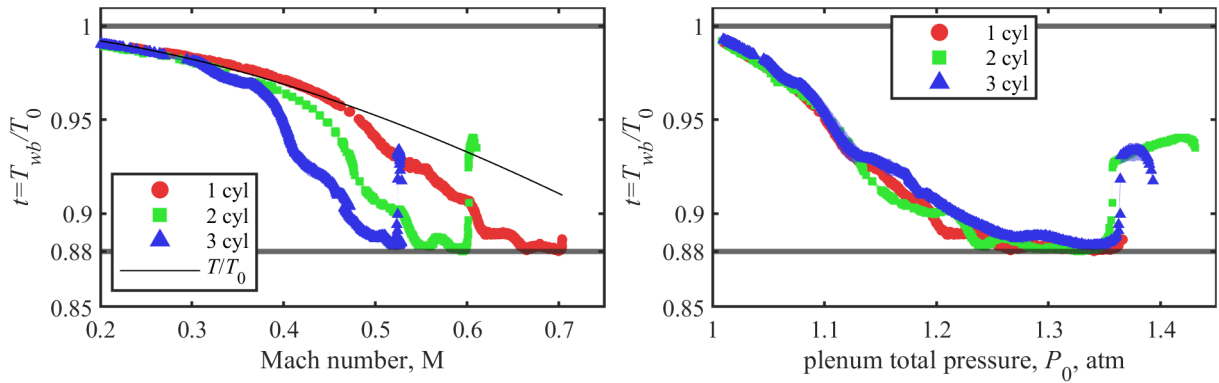
Совместные базы расчетных прогнозов и экспериментальных данных представлены в 7 монографиях и 62 статьях. Таким образом, последняя группа тестов может служить эффективным инструментом оценки пакетов прикладных программ, расчетных методов и моделей турбулентности.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТА ЭККЕРТА–ВАЙЗА ДЛЯ РАСПОЛОЖЕННЫХ БОК О БОК ЦИЛИНДРОВ

Н.А. Киселёв, Н.С. Маластовский, А.Г. Здитовец, А.С. Новокшионов
Научно-исследовательский институт механики МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва
kiselev.nick.a@gmail.com

Явление перераспределения полной энергии (полной энтальпии, полной температуры) в газовом потоке, при котором в различных областях или подсистемах потока формируются зоны с повышенной и пониженной полной температурой без подвода или отвода внешней энергии и без совершения внешней работы принято называть энергоразделением. В результате энергоразделения один и тот же газовый поток самопроизвольно разделяется на «горячие» и «холодные» части. Эккерт [1] выделил два основных физических механизма, ответственных за энергоразделение. Первый связан с дисбалансом между теплопроводностью и вязкой диссипацией. Примерами являются высокоскоростные сдвиговые течения с числами Прандтля, отличными от единицы. Второй механизм проявляется в нестационарных вихревых течениях и связан с пульсациями давления $\partial p/\partial t$. Эккерт и Вайзе [2] экспериментально обнаружили значительную неоднородность температуры поверхности теплоизолированного цилиндра, помещённого в поперечный поток. Температура стенки уменьшается от температуры торможения в лобовой точке до значений, близких к статической температуре свободного потока или даже ниже неё в донной области при числах Маха до $M < 0.9$. Это существенное охлаждение донной части цилиндра получило название эффекта Эккерта–Вайзе. В настоящей работе представлены экспериментальные исследования эффекта Эккерта–Вайзе для одиночного и нескольких цилиндров, расположенных бок о бок. Числа Маха набегающего потока составляли $M = 0.25 - 0.75$, числа Рейнольдса $-9 \cdot 10^4 - 4.6 \cdot 10^5$.

Эксперименты проводились в аэродинамической трубе баллонного типа Института механики МГУ имени М. В. Ломоносова. Число Маха в рабочем канале регулировалось изменением полного давления в форкамере и числа Рейнольдса и Маха не могли изменяться независимо. Рабочий канал имел плоские стенки и постоянное сечение (ширина 250 мм, высота 173 мм). Исследовались цилиндры диаметром $D = 20$ мм. Рассматривались конфигурации с одним, двумя и тремя цилиндрами, оси которых были перпендикулярны направлению набегающего потока, при относительном расстоянии между цилиндрами $p/D = 3$. Цилиндры перекрывали всю высоту канала ($L = 173$ мм). Отношение длины к диаметру составляло $AR = L/D = 8.65$. Степень загромождения канала составляла 8 %, 16 % и 24 % для одного, двух и трёх цилиндров соответственно. Цилиндры устанавливались симметрично относительно средней плоскости канала без торцевых шайб, что обеспечивало более равномерное распределение температуры по высоте и более устойчивый характер течения. Цилиндры изготавливались из нетеплопроводного материала - оргстекла. Встроенные термопары и дренажные отверстия позволяли измерять температуру и давление поверхности в донной области в плоскости симметрии. Однородность температуры по высоте цилиндров регистрировалась с помощью инфракрасной камеры. Эксперименты проводились в квазистационарном режиме при монотонном снижении полного давления в форкамере.



Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-79-10035, <https://rscf.ru/project/24-79-10035/>.

ЛИТЕРАТУРА

1. E.R.G. Eckert, Energy separation in fluid streams, *Int. Commun. Heat Mass Transf.* 13 (1986) 127–143. [https://doi.org/10.1016/0735-1933\(86\)90053-9](https://doi.org/10.1016/0735-1933(86)90053-9).
2. E. Eckert, W. Weise, Messungen der Temperaturverteilung auf der Oberfläche schnell angeströmter unbeheizter Körper, *Forsch. Auf Dem Gebiete Des Ingenieurwesens.* 13 (1942) 246–254. <https://doi.org/10.1007/BF02585343>.

ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ ТЕЧЕНИЯ ПЛОТНОЙ СУСПЕНЗИИ В ПЛОСКОМ КАНАЛЕ

Ю.Т. Клименко, С.А. Боронин
Сколковский институт науки и технологий, Москва

Исследование направлено на изучение устойчивости течений плотных суспензий в узких каналах, с особым вниманием к их применению в нефтесервисных технологиях, в частности, к технологии гидроразрыва пласта (ГРП). Научная значимость работы состоит в анализе устойчивости течений двухфазной среды в широком диапазоне изменения объемной концентрации частиц в суспензии.

Сформулирована система уравнений, описывающая изотермическое течение суспензии с малоинерционными частицами в плоском канале в рамках односкоростной модели взаимопроникающих континуумов. Суспензия рассматривается как двухфазная среда, состоящая из несущей фазы, ньютоновской жидкости, и дисперсной фазы с объемной долей частиц C . Частицы считаются одинаковыми, сферическими, неброуновскими и нейтральноплавучими. В этом случае уравнение движения суспензии принимает следующий вид:

$$\rho_f \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \nabla_j \sigma^{ij} \mathbf{e}^i + \rho_f \mathbf{g}, \quad (1)$$

где σ^{ij} – тензор напряжений суспензии, ρ_f – плотность несущей фазы, равная плотности вещества частиц. Уравнения неразрывности для суспензии и дисперсной фазы при условии несжимаемости суспензии имеют вид:

$$\text{div}(\mathbf{v}) = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \text{div}(C\mathbf{v}) = 0. \quad (3)$$

Для описания реологии плотной суспензии использована модель, полученная ранее другими авторами на основе экспериментальных данных по аналогии с моделью реологии гранулированных сред [1]. Реология плотной суспензии полностью определяется двумя функциями, зависящими от безразмерного числа вязкости: объемной доли частиц и коэффициента трения, выражающего отношение сдвиговых напряжений к нормальным напряжениям. В этом случае тензор напряжений суспензии имеет следующий вид [2]:

$$\sigma^{ij} = -\eta_n(C)\eta_f \dot{Q}^{ij} - p\delta^{ij} + 2\eta_s(C)\eta_f e^{ij}, \quad (4)$$

где P – давление в несущей фазе, $\eta_s(C)$ и $\eta_n(C)$ – безразмерные сдвиговая и нормальная вязкости, Q^{ij} – диагональный тензор, учитывающий анизотропию нормальных напряжений, возникающую вследствие шероховатости частиц.

В установившемся режиме течения получены профили объемной концентрации частиц и скорости суспензии в поперечном направлении канала (Рис. 1).

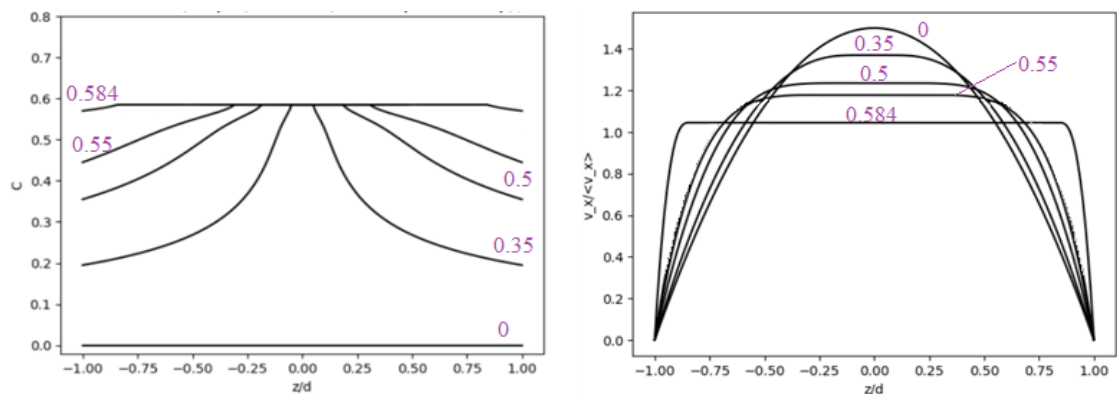


Рис.1. Профили концентрации частиц и скорости суспензии при значениях концентрации частиц на входе 0, 0.35, 0.5, 0.55, 0.584

Полученные результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными и результатами предыдущих исследований [3]. В частности, наблюдается характерное достижение максимальной концентрации частиц вдоль оси канала, а также выравнивание профиля скорости при увеличении объемной доли частиц на входе в канал.

Рассмотрена задача линейной устойчивости течения плотной суспензии в плоском канале. Уравнения (1)–(3) были линеаризованы с помощью представления потока в виде суммы основного течения и малых возмущений. Сформулирована система уравнений, описывающая распространение малых возмущений в виде бегущих волн в плоскопараллельном потоке суспензии (классический метод Фурье). Получено, что теорема Сквайра неприменима для сформулированной системы уравнений при учете анизотропных нормальных напряжений в среде частиц, требуется исследование трехмерных возмущений.

Полученная система обыкновенных дифференциальных уравнений относительно амплитуды возмущения дискретизована посредством метода конечных разностей. Задача устойчивости сведена к решению обобщенной задачи на собственные значения матриц. Применяется QZ-алгоритм для численного поиска собственных значений. С использованием предложенного алгоритма для плоскопараллельного течения Пуазейля в отсутствие частиц был получен спектр мод Орра-Зоммерфельда и Сквайра. Полученные численные значения с высокой точностью согласуются с полученными ранее опубликованными результатами других авторов.

Результаты исследования позволят определить зависимость границы области неустойчивости от безразмерных параметров течения плотной суспензии, таких как число Рейнольдса и средняя по сечению канала объемная доля частиц. Ожидается, что течение плотной суспензии будет неустойчивым в широком диапазоне входных параметров из-за пространственной неоднородности объемной доли частиц и переменной эффективной вязкости суспензии.

ЛИТЕРАТУРА

1. Boyer F., Guazzelli É., Pouliquen O. Unifying suspension and granular rheology // Physical Review Letters. 2011. Vol. 107, No. 18. P. 188301.
2. Morris J. F., Boulay F. Curvilinear flows of noncolloidal suspensions: The role of normal stresses // Journal of Rheology. 1999. Vol. 43, No. 5. P. 1213-1237.
3. Lecampion B., Garagash D. I. Confined flow of suspensions modelled by a frictional rheology // Journal of Fluid Mechanics. 2014. Vol. 759. P. 197-235.

ЭВОЛЮЦИЯ БЕГУЩИХ ВОЛН ОБОБЩЕННОГО УРАВНЕНИЯ КОРТЕВЕГА-ДЕ ВРИЗА-БЮРГЕРСА С ПЕРЕМЕННОЙ ДИССИПАЦИЕЙ

Г.В. Коломийцев, В.А. Шаргатов

Национальный Исследовательский Ядерный Университет «МИФИ», Москва

Обобщенное уравнение Кортевега де Вриза-Бюргера (оКдВБ)

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial \phi(v)}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu(v) \frac{\partial v}{\partial x} \right) - m \frac{\partial^3 v}{\partial x^3}$$

возникает в ряде задач механики сплошной среды как обобщение скалярных законов сохранения на случай диссипативных и диспергирующих сред, а также при анализе устойчивости численных методов решения этих гиперболических законов сохранения. В этом уравнении $\mu(v) > 0$ – параметр диссипации, вообще говоря, зависящий от величины решения, а $m > 0$ – коэффициент дисперсии. Важным классом решений оКдВБ

являются решения, имеющие постоянные асимптотики при $x \rightarrow \pm\infty$. Такие решения в сингулярном пределе $\mu \rightarrow 0$, $m \rightarrow 0$ соответствуют разрывным решениям исходного гиперболического закона сохранения

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial \phi(v)}{\partial x} = 0.$$

Существует два широких класса асимптотически постоянных решений: нестационарные пульсирующие решения и стационарные бегущие волны $v(x, t) = u(\xi)$, $\xi = (x - Wt)/\sqrt{m}$, причем

$$W = \frac{\phi(u_+) - \phi(u_-)}{u_+ - u_-}; \quad u_{\pm} = \lim_{\xi \rightarrow \pm\infty} u(\xi), \quad u_- > u_+ > 0.$$

Необходимость изучения диффузно-дисперсных бегущих волн оКдВБ возникает, если функция потока $\phi(v)$ имеет несколько точек перегиба. В этом случае решение задачи Римана для гиперболического закона сохранения становится неоднозначным для некоторых наборов кусочно-постоянных начальных условий. Изучение структуры множества решений оКдВБ в виде бегущих волн и анализ их устойчивости необходимы для построения однозначного решения задачи о распаде произвольного разрыва в начальных условиях.

Важную роль среди решений в виде бегущих волн имеют неклассические разрывы, нарушающие соотношения Лакса. Скорость распространения таких разрывов оказывается больше характеристической скорости в среде позади фронта, т.е. $W > \phi'(u_+) > \phi'(u_-)$. Такие волны, как описывается ниже, являются состояниями-аттракторами для определенного класса начальных условий задачи Римана.

Ранее уже рассматривались аналогичные задачи для случаев, когда коэффициент диссипации постоянен $\mu = \text{const}$ [1], либо зависит от координаты бегущей волны $\mu = \mu(\xi)$ [2]. В этой работе получены результаты для случая, когда параметр диссипации зависит от величины решения $\mu = \mu(v)$. Такой случай иллюстрирует распространение волн в среде, в которой диссипативные свойства изменяются под действием распространяющихся в ней возмущений.

Исследовано множество всех решений в виде бегущих волн в случае, когда функция потока имеет две точки перегиба. Доказано утверждение, что если существуют решения, соответствующие неклассическим разрывам, то ровно одно из этих решений имеет монотонный профиль.

В решение задачи Римана не могут входить неустойчивые решения в виде бегущих волн. Поэтому полное исследование этой задачи требует также анализа линейной устойчивости полученных бегущих волн. В этой работе этот анализ проведен на примере использованной ранее функции потока с двумя точками перегиба и параметра диссипации, монотонно зависящего от решения. В результате подтверждена сформулированная ранее в случае постоянных коэффициентов дисперсии и диссипации гипотеза об устойчивости монотонного особого разрыва. Непосредственное численное решение оКдВБ позволяет классифицировать множество бегущих волн по свойствам их устойчивости и, тем самым, сформулировать подход к построению решения задачи Римана гиперболического закона сохранения.

Уравнение для бегущих волн оКдВБ

$$u'' - G(u)u' = W(u - u_+) - (\phi(u) - \phi(u_+)), \quad G(u) = \frac{\mu(u)}{\sqrt{m}},$$

допускает решения типа седло-фокус, соответствующие классическим разрывам:

$$\phi'(u_+) < W < \phi'(u_-).$$

Такие волны имеют кусочно-непрерывный спектр скоростей. Кроме того, возможно существование решений типа седло-седло, соответствующих неклассическим разрывам. Количество этих решений всегда конечно, а сами эти решения соответствуют некоторому дискретному набору скоростей. Для них

$$W > \phi'(u_+) > \phi'(u_-).$$

Из всех возможных значений скорости $(\phi'(u_+), \infty)$ выделяется интервал, где уравнение для u_- имеет три ветви решений. Неклассические разрывы могут быть сосредоточены только в этом интервале скоростей. Типичный спектр значений $u_-(W)$ в этом интервале представлен на Рис. 1.

Оказывается, что для немонотонных решений производная $\partial u'(\xi)/\partial W > 0$ на всем интервале (ξ_0, ∞) , где ξ_0 – первый справа максимум. Бегущие волны, соответствующие скоростям, меньшим чем наименьшая скорость существующего неклассического разрыва, имеют в качестве левой асимптотики наименьшее решение для u_- («младшая» ветвь решений). Поэтому если допустить, что при скоростях выше некоторой существуют немонотонные решения, соответствующие «старшей» ветви u_- (наибольшие решения), то обязательно должна существовать единственная выделенная интегральная кривая в плоскости (u, u') , в окрестности $u(\xi_0)$ пересекающая ось $u' = 0$ под острым углом. Это решение и соответствует монотонному неклассическому разрыву, причем такое пересечение возможно лишь для одного значения W .

Исследование линейной устойчивости осуществлялось посредством применения функции Эванса $D(\lambda)$, где λ – спектральный параметр малого возмущения. Нули этой функции в правой комплексной полуплоскости соответствуют положительным инкрементам малых возмущений, т.е. их наличие означает наличие неустойчивости.

Проведенный анализ показал, что бегущие волны со скоростями, меньшими чем скорость первого неклассического разрыва, а также сам этот разрыв, линейно устойчивы. Немонотонные неклассические разрывы неустойчивы. Также неустойчивыми являются

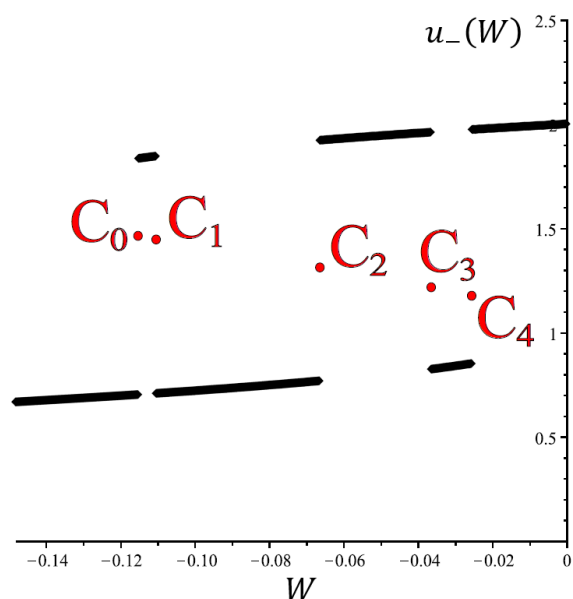


Рис. 1. Типичный спектр левых асимптотических значений решения u_- . Красными маркерами C_i показаны неклассические разрывы.

все классические разрывы, соответствующие «младшей» ветви u_- , скорость которых выше скорости монотонного особого разрыва. Бегущие волны, соответствующие «старшей» ветви u_- могут быть как устойчивы, так и неустойчивы. Описанное исследование проведено для нескольких наборов параметров, характеризующих профиль параметра диссипации $\mu(u)$.

Прямое численное решение оКдВБ позволяет непосредственно как подтвердить результаты исследования линейной устойчивости, так и классифицировать типы неустойчивостей бегущих волн. Неустойчивые волны «старшей» ветви эволюционируют к пульсирующим нестационарным профилям. Неустойчивые волны «младшей» ветви распадаются на последовательность волн, одна из которых соответствует монотонному неклассическому разрыву с левой асимптотикой $u_{-,0}$, а вторая, бегущая с меньшей скоростью – некоторой бегущей волне «младшей» ветви, соответствующей $u_+ = u_{-,0}$. Исследование было проведено для нескольких наборов параметров, характеризующих профиль параметра диссипации $\mu(u)$.

Основные результаты работы опубликованы в [3].

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (проект государственного задания № FSWU-2026-0006).

ЛИТЕРАТУРА

1. A.P. Chugainova, G.V. Kolomiytsev, V.A. Shargatov. On the Instability of Monotone Traveling-Wave Solutions for a Generalized Korteweg–de Vries–Burgers Equation. *Russ. J. Math. Phys.*, 2022, 29, 342 – 357.
2. V.A. Shargatov, A.P. Chugainova, G.V. Kolomiytsev. Global stability of traveling wave solutions of generalized Korteweg–de Vries–Burgers equation with non-constant dissipation parameter. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 2022, 312, 114354.
3. V.A. Shargatov, G.V. Kolomiytsev, A.M. Tomasheva. Stability of undercompressive shock solutions of the generalized Korteweg–de Vries–Burgers equation with a variable dissipative coefficient. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2025, 109430.

О ВИХРЕВОМ ПЕРЕМЕШИВАНИИ В ОКРЕСТНОСТИ ФОКУСА ПОЛИГОНАЛЬНОЙ УДАРНОЙ ВОЛНЫ ПРИ НАРУШЕНИИ СИММЕТРИИ

А.В. Конюхов

Объединенный институт высоких температур Российской Академии наук

Сходящиеся ударные волны являются инструментом создания высоких давлений и температур и рассматриваются как способ инициирования реакций (детонации, инерциального термоядерного синтеза) [1-3]. Считается, что эффективность сходящейся ударной волны в качестве способа инициирования реакций чувствительна к нарушению ее цилиндрической или сферической симметрии. Для цилиндрического случая существуют нарушения симметрии, которые не приводят к ограничению кумуляции (неограниченного роста давления и температуры за фронтом сходящейся ударной волны в окрестности фокуса) [4]. Такие возмущения имеют группу симметрий правильного n -угольника при ограничении $n_r < n < n_c$. Она включает в себя n поворотов относительно фокальной оси и n отражений относительно плоскостей симметрии, проходящих через эту ось. Если ударная волна (система ее генерации) обладают такой группой симметрий, асимптотическим течением в окрестности фокуса является так называемая полигональная ударная волна. При этом n_c соответствует низшей устойчивой моде возмущения цилиндрической ударной волны, при $n \geq n_c$ поверхность ударной волны восстанавливает в малой окрестности фокуса цилиндрическую форму, а граница n_r определяется типом ударно-волновых взаимодействий сегментов полигональной волны, при $n \leq n_r$ маховское отражение от плоскостей симметрии сегментов полигональной волны в окрестности фокуса сменяется правильным (регулярным) отражением, что приводит к ограничению кумуляции. Такая схема, являясь нестрогой по ряду причин (кривизна сегментов, влияние двойного маховского отражения и др.), согласуется с результатами теории полигональных волн [4], полученными с использованием метода геометрической динамики и результатами экспериментов, см. [5-7]. В частности, в [6] применен способ генерации ударных волн с полигональной группой симметрий взаимодействием цилиндрической ударной волны с n цилиндрами, распределенными по окружности на некотором расстоянии от фокуса, в [7] рассмотрен переход от маховского к регулярному взаимодействию сегментов при уменьшении n .

Осредненное по поверхности полигональной ударной волны давление в зависимости от среднего расстояния от точек ее поверхности до фокуса, а также, зависимость среднего расстояния до фокуса от времени соответствуют решению Гудерлея для цилиндрической волны, при этом давление и температура, достигаемые за волной Маха (при отражении сегментов сходящейся ударной волны от плоскостей симметрии) превышают давление и температуру за фронтом цилиндрической ударной волны при одинаковом расстоянии до фокуса [4]. Другим важным отличием полигональной ударной волны от цилиндрической является завихренность течения. Завихренность первоначально генерируется в виде вихревых поверхностей, исходящих из узловых линий трехволновой конфигурации на поверхности ударной волны, и вихрей в структурах двойного маховского отражения [8]. Вихревое перемешивание за фронтом отраженной ударной волны определяется ее взаимодействием с энтропийными и вихревыми неоднородностями при определяющем влиянии гидродинамических неустойчивостей. Оба перечисленных фактора, неоднородность фронтальных параметров и вихревое перемешивание, позволяют рассматривать полигональные ударные волны в качестве альтернативы симметричной ударной волне в тех случаях, когда указанные отличия способствуют инициированию конкретной реакции.

Управляемое нарушение полигональной симметрии ударной волны (устройства генерации) сдвигом вдоль одной из плоскостей симметрии позволяет при заданной величине достигаемого в сходящейся ударной волне давления (температуры) изменить интенсивность вихревого перемешивания за фронтом отраженной ударной волны на масштабе регулярного отражения, где достигаются экстремальные параметры ударно-волнового сжатия. В настоящей работе эта гипотеза проверяется с использованием численного моделирования сходящихся ударных волн на основе уравнений Эйлера сжимаемого газа. Проведено сравнение вихревой структуры и распределения температуры по массе за отраженной ударной волной в случае полигональной ударной волны ($n=6$), полигональной ударной волны при нарушении полигональной симметрии сдвигом вдоль одной из плоскостей симметрии и цилиндрической ударной волны при нарушении симметрии аналогичным сдвигом. В области изоэнтропического течения энтропия сохраняется на траектории частиц и используется в настоящей работе для визуализации вихревого перемешивания высокоэнтропийного ударно-сжатого газа за отраженной ударной волной. Сходящаяся ударная волна генерируется распадом разрыва. Тип волны определяется отклонением формы поверхности разрыва от цилиндрической. Во всех расчетах используется отношение давлений на разрыве $p_1/p_0=160$, при одинаковой начальной плотности. Используется уравнение состояния идеального газа с показателем адиабаты $\gamma=5/3$. На рисунке 1 показано распределение энтропии в окрестности фокуса на масштабе 0.005 начального радиуса. Рисунок 1а соответствует моменту регулярного отражения цилиндрической ударной волны, возмущенной малым сдвигом (0.02 начального радиуса), рисунок 1б - моменту времени после отражения ударной волны в том же масштабе. Вихревая структура (две вихревые пары и вихревое перемешивание в области сдвигового течения) определяется боковым взаимодействием двух противоположно направленных струй. Направление струй показано стрелками.

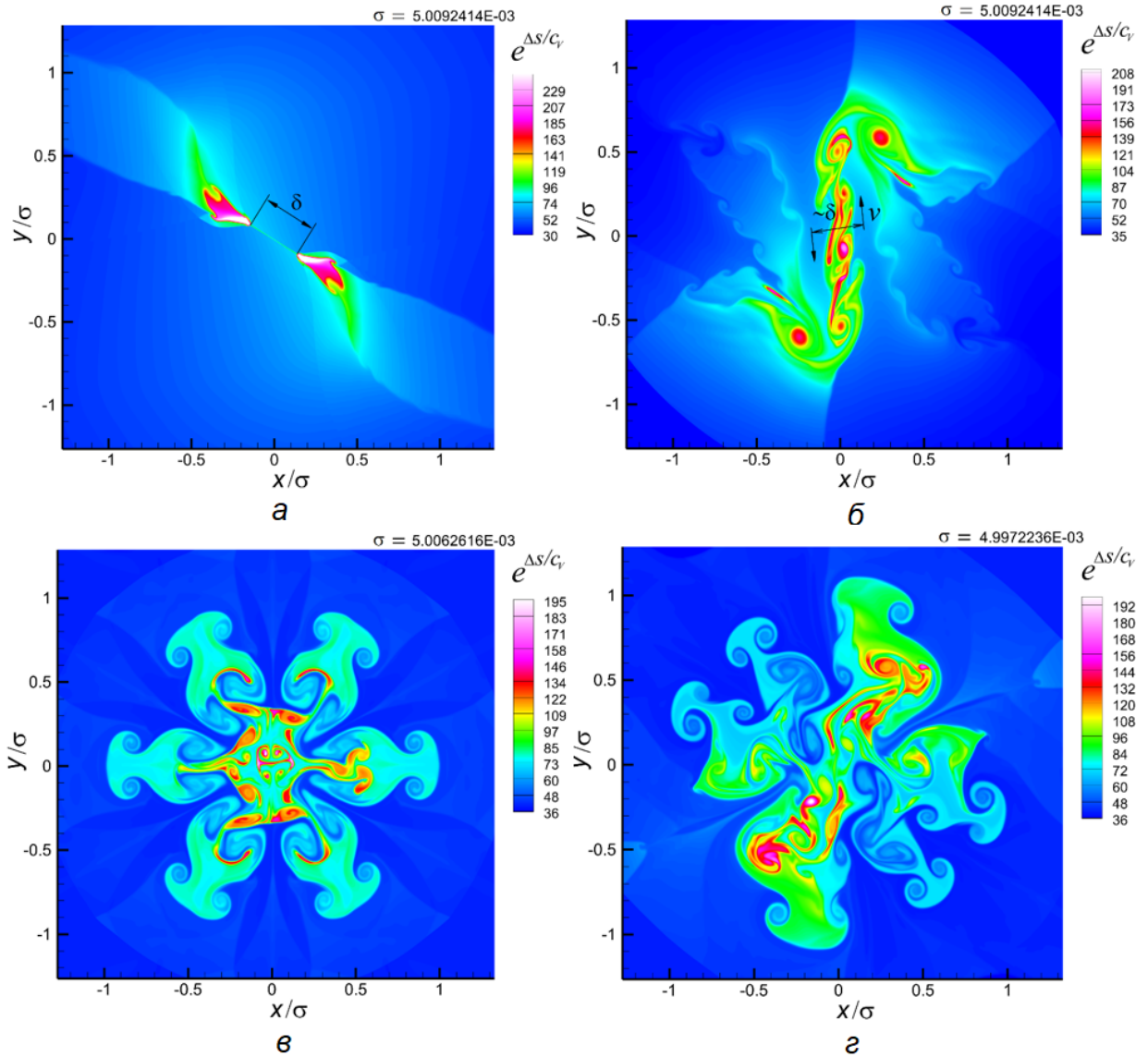


Рисунок 1 – Распределение функции энтропии в окрестности фокуса на масштабе 0.005 начального радиуса. δ – расстояние между узловыми точками четырехволновых конфигураций регулярного отражения в момент их формирования

Боковой сдвиг струй относительно фокуса на рисунке 1б является следствием нарушения зеркальной симметрии. Так как решение на этапе сходящейся ударной волны, когда влияние гидродинамических неустойчивостей незначительно, сохраняет группу симметрий, определяемую начальными данными, наличие зеркальной симметрии и симметрии относительно поворота на угол π привело бы к соосности сходящихся струй. На рисунке 1в на этом же масштабе показано распределение энтропии за фронтом отраженной полигональной ударной волны с $n=6$. Нарушение полигональной симметрии вблизи фокуса обусловлено гидродинамической неустойчивостью и наличием малых численных возмущений. При этом картина крупных вихрей сохраняет исходную полигональную группу симметрий. Рисунок 1г показывает влияние возмущения полигональной ударной волны, полученное аналогичным сдвигом. Хотя боковое взаимодействие струй выражено не так отчетливо, как на рисунке 1б, оно проявляется в анизотропии вихревой картины течения (рисунок 2а). В результате нарушения соосности сходящихся струй вихревое перемешивание является более интенсивным, чем в случае невозмущенной полигональной волны. В случае цилиндрической ударной волны вихревое перемешивание отсутствует

Рассматривается функция распределения температуры по массе $f(T)$ такая, что $f(T)dT$ – массовая доля газа за фронтом отраженной ударной волны, имеющего температуру в интервале $(T, T+dT)$. Пример таких функций распределения для фиксированного объема, ограниченного поверхностью отраженной ударной волны, на масштабе 0.005 начального радиуса, полученных на основе численного решения для полигональной волны (кривая 1), полигональной волны с нарушенной симметрией (кривая 2), цилиндрической ударной волны (кривая 3), показан на рисунке 2б. Можно отметить заметное отличие распределений в рассмотренных случаях. Полученное в 2D расчете интенсивное перемешивание в

окрестности фокуса сходящейся полигональной ударной волны при одинаковом по сравнению с цилиндрической ударной волной уровне достигаемых средних значений давлений и температур способно оказывать влияние на инициацию химических реакций. Система крупных параллельных вихрей на рисунке 1, рассматриваемая в трех измерениях с учетом осевой координаты, является неустойчивой, что должно приводить к турбулизации течения. Уточнение вихревой структуры течения в окрестности фокуса сходящихся полигональных волн требует 3D расчетов.

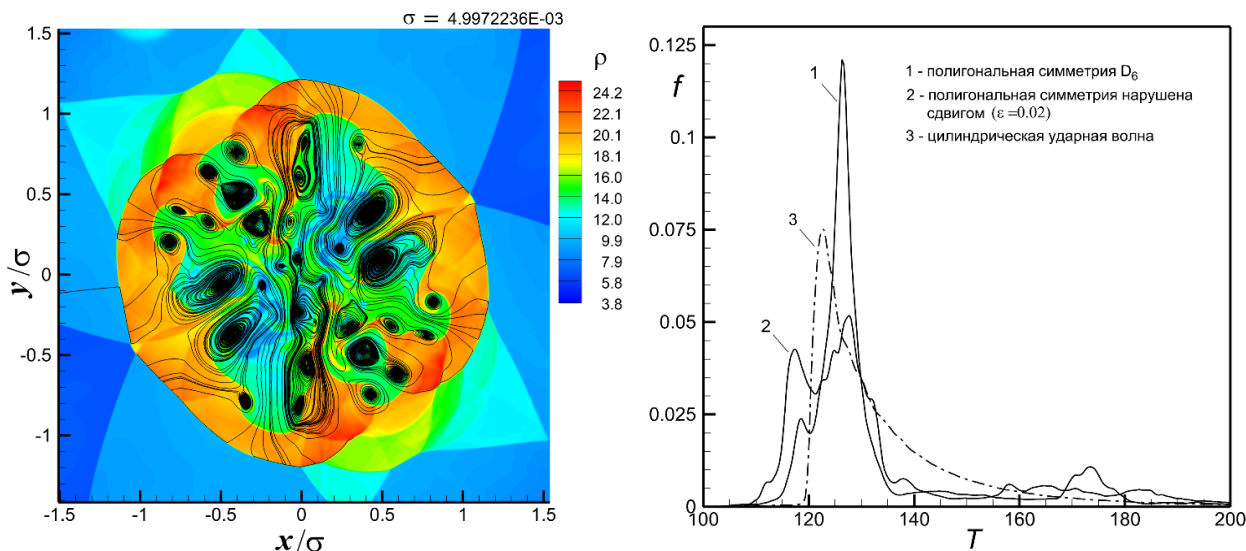


Рисунок 2 – а) Визуализация линиями тока вихревой структуры течения за отраженной полигональной волной с нарушением симметрии сдвигом ($\epsilon=0.02$), распределение безразмерной плотности; б) функция распределения температуры по массе за фронтом отраженной ударной волны

ЛИТЕРАТУРА

1. N. Apazidis, V. Eliasson. Shock Focusing Phenomena. In book series: High Energy Density Phenomena and Dynamics of Converging Shocks, Springer Cham, 2019.
2. Z. Yang, B. Zhang. Numerical and experimental analysis of detonation induced by shock wave focusing. Combustion and Flame, 2023, 251, p. 112691.
3. E. P. Hartouni, O. A. Hurricane. Azimuthal Drive Asymmetry in Inertial Confinement Fusion Implosions on the National Ignition Facility. Phys. Rev. Lett., 2020, 124, p. 145002.
4. D.W. Schwendeman, G.B. Whitham. On converging shock waves. Proc. R. Soc. Lond. A., 1987, 413, p. 297.
5. N. Apazidis, M.B. Lesser. On generation and convergence of polygonal-waves. J. Fluid Mech., 1996, 309, p.301.
6. N. Apazidis, M.B. Lesser, N. Tillmark, N. Johansson. An experimental study of converging polygonal shock waves. Shock Waves, 2002, 12, p.39.
7. V. Eliasson, M. Kjellander, N. Apazidis. Regular versus Mach reflection for converging polygonal shocks. Shock Waves, 2007, 17, p.43.
8. Колюхов А.В., Ростилев Т.А. Ограничение кумуляции и генерация вихревых структур в сходящейся ударной волне с нарушенной симметрией. Динамические процессы в геосферах. 2025, 17(4), 54-70.

МАРКЕРЫ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ИЗОТРОПИИ В ТУРБУЛЕНТНОМ ПОТОКЕ

А.В. Копьев, А.С. Ильин, Д.С. Агафонцев, В.А. Сирота, К.П. Зыбин
Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, Москва

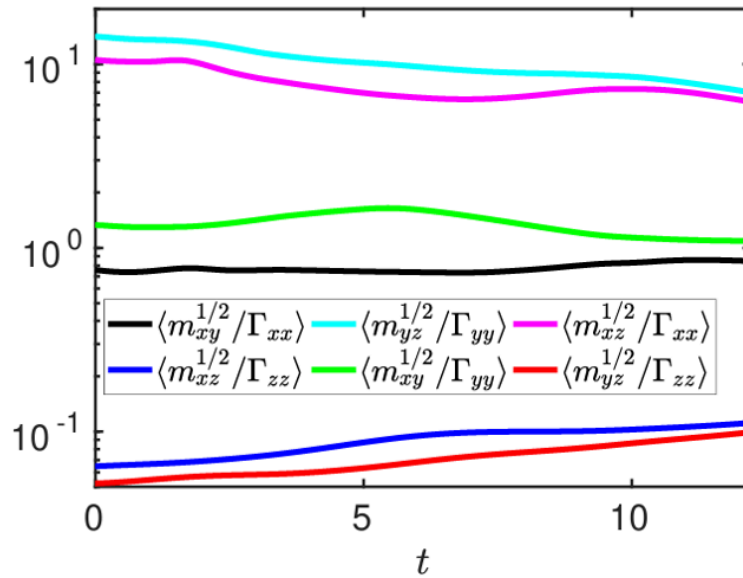
В докладе предлагается метод анализа статистических свойств турбулентности на основе стохастических тождеств, связывающих математические ожидания компонент случайных тензоров в изотропных потоках. Рассмотрим произвольный невырожденный трехмерный тензор второго ранга A и симметричную положительно определенную квадратичную форму $\Gamma=A^T A$. Пусть теперь A случайный, и его вероятностная мера инвариантна относительно вращений (изотропна). Тогда справедливы следующие стохастические тождества [1, 2]:

$$\begin{aligned}\langle \Gamma_{ii}^{1/2} (\det \Gamma)^{1/2} / m_{ij} \rangle &= 1, \\ \langle m_{ij}^{1/2} / \Gamma_{ii} \rangle &= 1, \\ \langle (\det \Gamma)^{1/2} / \Gamma_{ii}^{3/2} \rangle &= 1,\end{aligned}$$

где $m_{ij} = \Gamma_{ii} \Gamma_{jj} - \Gamma_{ij}^2$. Более того, для выполнения первого тождества требуется только осевая симметрия вероятностной меры относительно оси i , а для второго – относительно третьей оси $\neq i, j$. Эти тождества для корреляторов справедливы для произвольных изотропных вероятностных мер в любой фиксированный момент времени. Их существование целиком обусловлено геометрическими свойствами группы $O(3)$, независимо от динамики поля. Доказательство тождеств связано с обнаруженным нетривиальным свойством меры Хаара на группе вращений [1].

В работе [3] было показано, что при анализе стохастического потока, в котором, вообще говоря, не выполняются тождества, корреляторы миноров могут использоваться в качестве *маркеров* изотропии. В качестве пробного тензорного поля A исследовалась статистика тензора градиентов скорости. Было проверено, что, если взять статистику градиентов вблизи оси канального течения, маркеры равны единице благодаря изотропности тензора градиентов вдали от стенок. В то же время вблизи стенки маркеры испытывают систематическое изменение, напрямую связанное со сдвиговым течением.

Метод применим к исследованию широкого класса случайных тензорных полей разной физической природы. Так, в работе [4] исследованы трехмерные уравнения Эйлера для несжимаемой жидкости, которые описывают возникновение очень тонких областей, похожих на блины, с экспоненциально увеличивающейся завихренностью [5]. Характерная толщина таких областей экспоненциально уменьшается со временем, в то время как два других измерения существенно не меняются, что делает течение вблизи каждого блина сильно анизотропным. Со временем количество блинов увеличивается, что может усилить анизотропию общего потока, особенно если они одинаково ориентированы в пространстве.



На приведенном рисунке показана эволюция маркеров изотропии в невязком течении со значительной изначальной сдвиговой закруткой вокруг оси z [4]. Несмотря на то, что за время расчета максимальная завихренность в течении возрастает почти на порядок, маркеры изотропии медленно приближаются к единице. Это указывает на процесс медленной изотропизации, который происходит еще до влияния вязкого масштаба, несмотря на схожую ориентацию формирующихся блинных структур.

Работа выполнена при поддержке РФФ, проект 24-72-00068.

ЛИТЕРАТУРА

1. Sirota, V. A., Il'yn, A. S., Kopyev, A. V., Zybin, K. P. Lagrangian stochastic integrals of motion in isotropic random flows. *Physics of Fluids*, 2024, 36(2), 021701.
2. Ильин, А. С., Копьев, А. В., Сирота, В. А., Зыбин, К. П. Перемежаемость в случайных потоках и стохастические интегралы движения. *Успехи физических наук*, 2025, 195(8), 794-806.
3. Il'yn, A. S., Kopyev, A. V., Sirota, V. A., Zybin, K. P. Stochastic identities for random isotropic fields. *Physical Review Fluids*, 2025, 10(2), L022602.
4. Agafontsev D. S., Il'yn A. S., Kopyev A. V. Drift towards isotropization during the 3D hydrodynamic turbulence onset. *arXiv preprint arXiv:2512.04665*, 2025.
5. Brachet, M. E., Meneguzzi, M., Vincent, A., Politano, H., Sulem, P. L. Numerical evidence of smooth self-similar dynamics and possibility of subsequent collapse for three-dimensional ideal flows. *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics*, 4(12), 2845-2854, 1992.

МЕЛКОМАСШТАБНАЯ ТУРБУЛЕНТНАЯ ДИФФУЗИЯ ПОЛЯ ТЕМПЕРАТУРЫ ПРИ БОЛЬШИХ ЧИСЛАХ ПРАНДТЛЯ В МОДЕЛИ КАЗАНЦЕВА-КРАЙЧНАНА

А.В. Копьев, А.А. Огинов, К.П. Зыбин

Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, Москва

В работе исследуется диффузия пассивного скаляра на примере поля температуры в изотропном турбулентном потоке в вязком масштабе и предпринимается попытка перехода к интегральному масштабу. При этом рассматривается случай большой кинематической вязкости по сравнению с температуропроводностью ($Pr \gg 1$), что соответствует процессам турбулентного перемешивания температуры в жидкости. Для аппроксимации поля скоростей используется модель Казанцева-Крайчнана, в рамках которой поле скоростей предполагается несжимаемым и изотропным, стационарным, гауссовым и дельта-коррелированным по времени [1,2]. Используется стандартное уравнение транспорта скаляра и формула Фурутцу-Новикова для получения уравнения динамики парного коррелятора скаляра из коррелятора для поля скоростей. С помощью математических преобразований это уравнение сводится к задаче Штурма-Лиувилля с постоянным положительным потенциалом на положительной полуоси. Для перехода к интегральному масштабу предлагается занулить парный коррелятор скоростей при расстоянии ρ между точками потока большем некоторого характерного L . Это является упрощенной моделью, отвечающей независимости скоростей точек при сравнительно большом расстоянии между ними.

В рамках предложенной модели находятся решения преобразованных уравнений в зависимости от начальных условий на двух интервалах $0 \leq \rho < L$ (с постоянным положительным потенциалом) и $\rho \geq L$ (с нулевым потенциалом). Анализ решений показывает их различное поведение во времени, что затрудняет их корректную сшивку как решение задачи на положительной полуоси с кусочным потенциалом. В докладе представлен один из методов преодоления этой трудности, заключающийся в рассмотрении приближения кусочного потенциала гладкими аналитическими функциями. В данной работе известные результаты, полученные для вязкого колмогоровского интервала, продолжают на интегральный масштаб и исследуется эволюция парного коррелятора скаляра, как ключевого элемента статистики поля температуры при турбулентной диффузии. Дается интерпретация временного экспоненциально быстрого затухания пассивного скаляра как виртуального состояния полученной задачи Штурма-Лиувилля (аналогично задаче с поведением пассивного вектора [3]).

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект 24-72-00068).

ЛИТЕРАТУРА.

- [1] Казанцев, А. П. (1967). Об усилении магнитного поля проводящей жидкостью. ЖЭТФ, 53(5 (11)), 1806.
- [2] Kraichnan, R. H. (1968). Small-scale structure of a scalar field convected by turbulence. *The Physics of Fluids*, 11(5), 945-953.
- [3] Kopyev, A. V., Sirota, V. A., Il'yn, A. S., & Zybin, K. P. (2025). Virtual states and exponential decay in small-scale dynamo. arXiv preprint arXiv:2509.13206.

АЭРОДИНАМИЧЕСКИЙ ШУМ ВИХРЕВЫХ КОЛЕЦ И ЭКСПЕРИМЕНТЫ С КРУПНОМАСШТАБНЫМИ ВИХРЯМИ

В.Ф. Копьев, С.А. Чернышев, М.Ю. Зайцев

Центральный аэрогидродинамический институт им. проф. Н.Е. Жуковского, Москва

Вихревое кольцо является хорошо известным и очень популярным объектом гидродинамики. Исследования вихревых колец начались в 19 веке, когда вихревое кольцо рассматривалось как модель вихревой теории атомов. Хотя квантовая теория отменила многие идеи, разработанные в тот период, вихревое кольцо, по-видимому, остается одним из наиболее интересных и удобных объектов для исследований в гидродинамике [1, 2]. Действительно, вихревое кольцо пригодно для экспериментальных исследований и в то же время его поведение может быть теоретически описано в рамках основных уравнений сплошной среды. Самая важная особенность заключается в том, что, будучи порожденным, этот вихрь развивается только под воздействием собственной динамики и не испытывает влияния жестких границ. Это позволяет использовать вихревое кольцо для исследования многих задач аэродинамики и аэроакустики в чистом виде. Некоторые аспекты свойств вихревого кольца можно найти в работе [3].

Теория шума изотермического вихревого кольца, основанная на детальном описании собственных колебаний вихревого кольца в невязком приближении, была разработана в [4]. Полученные в этой работе результаты позволили понять механизм генерации звука трехмерным вихрем и сформулировать новую концепцию излучения звука вихревыми структурами. Оказалось, что шум даже одного вихря, который на первый взгляд выглядит довольно простой колебательной системой, на самом деле представлял собой весьма сложный процесс с определенными особенностями, которые могут быть зарегистрированы экспериментально и предсказаны теоретически [5].

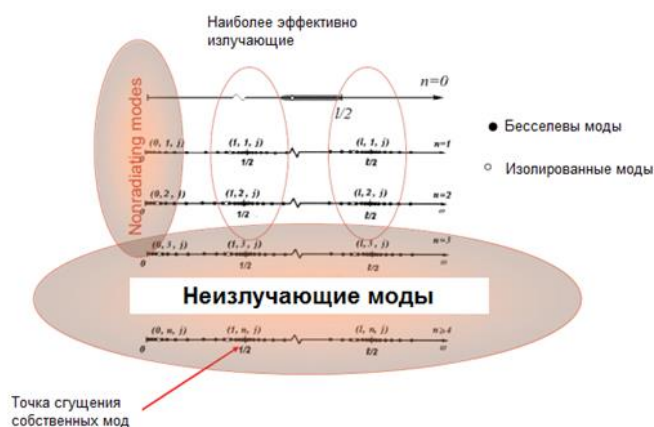


Рисунок 1 – Семейства собственных мод вихревого кольца согласно [4]. Излучающие квадрупольные моды отмечены незакрашенными овалами. Наиболее эффективные моды с точки зрения излучения звука расположены вблизи безразмерной частоты 1/2 для всех трех типов азимутальных мод.

В экспериментах с использованием акустических безэховых камер ЦАГИ и ПНИПУ было установлено, что изолированное маломасштабное турбулентное вихревое кольцо излучает звук, и этого уровня излучения достаточно для его надежной регистрации [6]. Шум кольца определялся по усредненному по ансамблю спектру и проявлялся в появлении заметного пика в узкой полосе частот (Рисунок 2).

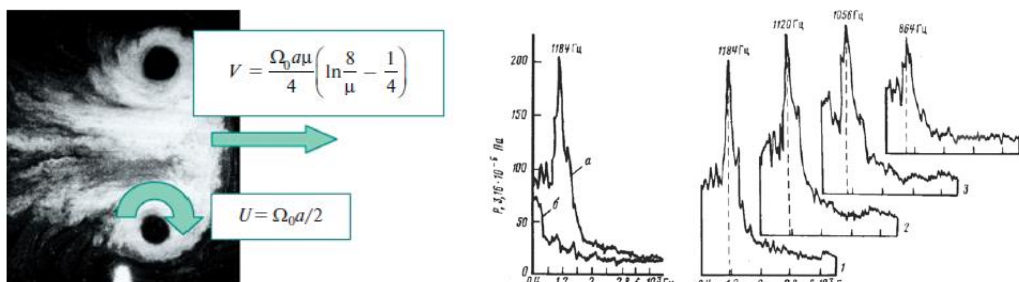


Рисунок 2 – Данные измерений для маломасштабных колец, образуемых с помощью поршневого генератора в заглушенной камере [5,6]. Турбулентное вихревое кольцо и его характерные скорости (а); Шум вихревого кольца в сравнение с выборкой “без кольца” и смещение частоты пика по мере движения кольца (б).

При наличии малой убывающей завихренности вблизи ядра возникает неустойчивость по механизму, аналогичному механизму Майлса образования ветровых волн на воде [7]. Эта неустойчивость приводит к

самоподдержанию возмущений, черпающих энергию из среднего течения, турбулизации атмосферы кольца и генерации звукового излучения на значительной части траектории кольца (Рисунок 3).

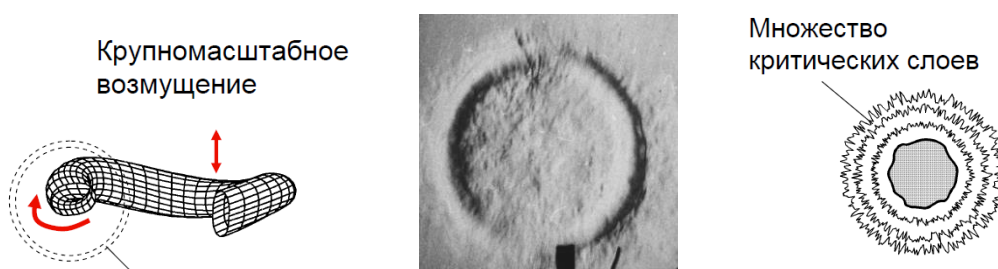


Рисунок 3. – Образование турбулентной атмосферы за счет майлсовской неустойчивости колебаний ядра при их взаимодействии с возмущениями в критических слоях. Критические слои сгущаются к границе ядра, образуя при нелинейном развитии возмущений турбулентную «шубу» вне ламинарного ядра.

Измерения средних параметров вихревого кольца и данные об их медленном изменении в процессе его движения позволили сопоставить основные характеристики пика в спектре излучения с теоретической моделью для значительной части траектории. В рамках полученной теории оказалось возможным объяснить основные экспериментальные факты [7]: существование пика в спектре, ширину пика и его узкополосную структуру, дрейф пика в низкочастотную область спектра при движении вихря (Рисунок 2). Также получила объяснение особенность структуры турбулентности вихревого кольца, которая характеризуется резкой границей между ламинарным вихревым ядром и турбулентной областью, окружающей ядро. Это связано с наличием возмущений большой амплитуды в множественных критических слоях вследствие майлсовской неустойчивости колебаний вихревого ядра при взаимодействии с возмущениями в критических слоях. Именно сгущение критических слоев к границе вихревого ядра и их отсутствие в ядре определяет резкую границу между ламинарной и турбулентной областями течения.

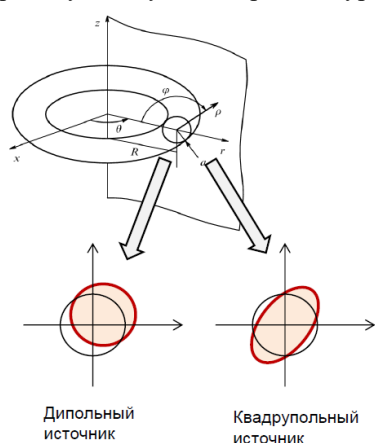


Рисунок 4

Поскольку запуск вихревого кольца часто связан с интенсивным тепловыделением, например, при выталкивании расширяющегося газа из трубы или при вулканическом образовании вихревого кольца, представляет интерес рассмотреть влияние возможного различия температуры ядра (области, имеющей те же параметры газа, что и в генераторе) и температуры «атмосферы» вихря (турбулентной области, заполненной частицами среды, в которой движется вихрь). Известно [8], что в 2D задачах различие температуры или плотности газа в ядре вихря и его окрестности приводит к появлению дипольного излучения.

В настоящей работе впервые рассмотрены наиболее простые осесимметричные колебания горячего вихревого кольца (Рисунок 4). Показано, что звуковое поле осесимметричных колебаний вихревого кольца наряду с квадрупольным излучением [4] имеет также и дипольную составляющую, обладающую направленностью с максимумом на оси кольца. При равных амплитудах возмущений дипольное излучение существенно более интенсивно, чем квадрупольное. Представляет интерес анализ возможности появления

этого эффекта в экспериментах с горячими вихрями.

В 2017 году авторами были проведены уникальные измерения шума вихревых колец, образуемых с помощью подрыва небольшого количества ВВ в цилиндрической металлической трубе, заглушенной с одного конца [9] (Рисунок 5а). В отличие от маломасштабных экспериментов, в которых шум кольца определялся по спектрам, усредненным по ансамблю из нескольких реализаций, в случае крупномасштабных колец, полученных с помощью взрыва, удастся исследовать акустические явления, анализируя только одну реализацию, что существенно расширяет круг анализируемых параметров. Вместе с тем процесс взрывной генерации вихревых колец имеет свои особенности, включая быстрый нагрев, образование ударной волны и ее дифракция на открытом конце и т.д. Существует также проблема измерения геометрических параметров (диаметра кольца, диаметра вихревого ядра) и динамики движения таких колец (начальная скорость свыше 100 м/с), которая до сих пор полностью не решена. Следует иметь в виду, что такие кольца могут иметь более высокую температуру, чем температура окружающего воздуха, а учитывая ламинарный характер течения в ядре и подавление процесса теплообмена между ядром и «атмосферой», эффекты различия температуры могут играть особую роль, о чем речь шла выше.

После первых результатов 2017-2018 гг, продемонстрировавших факт излучения звука крупномасштабным летящим вихревым кольцом [9], аналогичного звуку пролетающего самолета, в настоящей работе была предпринята новая попытка выделить количественную информацию из проведенных

уникальных измерений, учитывая при этом ограниченное количество полученных данных по скорости и траектории. Параметрические исследования шума крупномасштабных вихревых колец с различным диаметром труб показали, что характерные особенности спектра акустического излучения аналогичны тем, что получаются в лабораторных экспериментах. Однако существуют также и особенности, которые не были выявлены в маломасштабном эксперименте: для некоторых режимов истечения в спектре шума можно распознать два или даже три пика, что характерно для труб меньшего диаметра. Следует также отметить, что основные особенности излучения для крупномасштабных колец, полученных взрывом, во многом согласуются с выводами теории генерации звука изотермическими объектами.

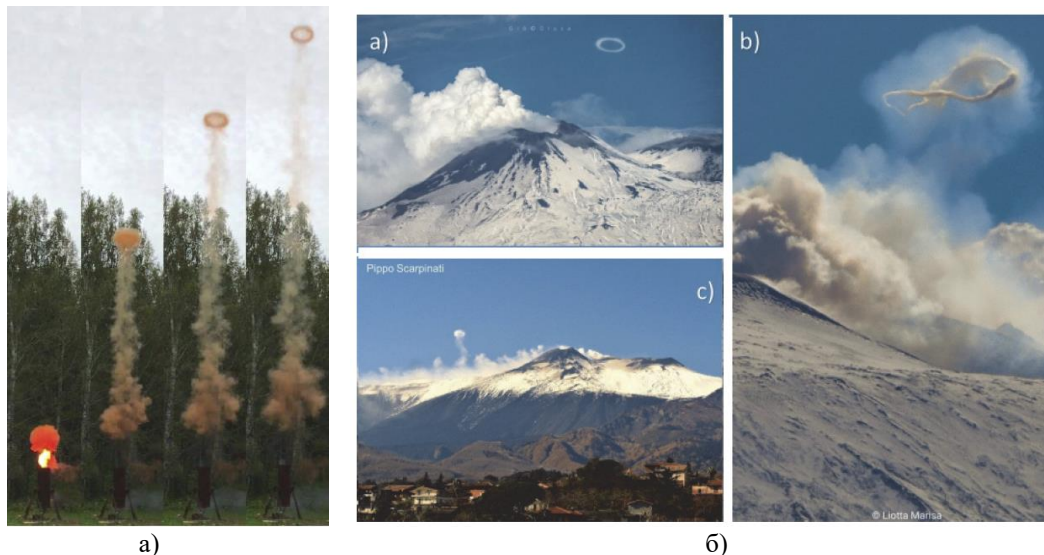


Рисунок 5 - Примеры рождения крупномасштабных вихревых колец: кольца диаметром порядка метра, образующиеся при взрыве ВВ в трубе (а) и вихревые кольца диаметром до нескольких метров, образующиеся за счет вулканических процессов (вулкан Этна) (б).

Таким образом, в настоящей работе проведен анализ генерации шума вихревыми кольцами, в том числе с учетом неизотермичности течения. Впервые рассмотрена задача о колебаниях горячего трехмерного вихря в простейшем случае осесимметричных колебаний. Проведен анализ измерений шума, генерируемого крупномасштабными вихревыми кольцами, получаемыми взрывом в цилиндрических трубах разного диаметра, и исследована возможная роль нагрева ядра вихря в приведенных экспериментах. Сделан вывод о необходимости получения дополнительных данных о структуре завихренности в маломасштабных вихревых кольцах и траекторных данных в измерениях с крупномасштабными вихрями, что предполагает организацию новой серии крупномасштабных экспериментов с опорой на достигнутое понимание. Также представляет интерес вопрос о справедливости полученных результатов применительно к «горячим» вихрям, имеющих вулканическое происхождение (Рисунок 5, б). Такие кольца образуются при взрывных вулканических извержениях, и их динамика и акустическое излучение представляют значительный интерес [10,11] с точки зрения дистанционного мониторинга вулканических процессов.

ЛИТЕРАТУРА.

1. P.G. Saffman Vortex dynamics. Cambridge: University press. 1992. 378 p.
2. T Kambe. Acoustic emissions by vortex motions. J. Fluid Mech. 1986. V.173. P. 643–666.
3. D.G. Akhmetov. Vortex rings. Springer-Verlag. Berlin-Heidelberg. 2009. 151 p.
4. V.F. Kopiev, S.A. Chernyshev. Vortex ring eigen-oscillation as a source of sound. J. Fluid Mech, 1997, V. 341, p.19–57.
5. V.F. Kopiev. Aeroacoustics of the vortex ring. Applied Mechanics Reviews. 2000. V. 53 (7), p. 195–205.
6. Копьев В.Ф., Храпцов И.В., Зайцев М.Ю., Черенкова Е.С., Кустов О.Ю., Пальчиковский В.В. Параметрическое исследование шума вихревых колец различного диаметра. 2018, Акуст. ж, №4, с. 499-507
7. В.Ф. Копьев, С.А. Чернышев. Колебания вихревого кольца, возникновение в нем турбулентности и генерация звука. Успехи физических наук 2000, Т. 170. № 7. С. 713-442.
8. Howe M.S. Contributions to the theory of aerodynamic sound, with application to excess jet noise and the theory of the flute. J. Fluid Mech. 1975. V. 71(4). P. 625-673.
9. Victor Kopiev, Mikhail Zaytsev, Darvin Akhmetov, Victor Nikulin. Aerodynamic noise of large-scale vortex ring produced by explosion in cylindrical chamber. AIAA_2019-2739
10. Pena Fernández, J., & Sesterhenn, J. (2017). Compressible starting jet: Pinch-off and vortex ring–trailing jet interaction. Journal of Fluid Mechanics, 817, 560–589.
11. Pena Fernández, J. J., Cigala, V., Kueppers, U., & Sesterhenn, J. (2020). Acoustic analysis of starting jets in an anechoic chamber: Implications for volcano monitoring. Scientific Reports, 10(1), 13576.

О ПРОБЛЕМЕ ИЗЛУЧЕНИЯ ШУМА ТУРБУЛЕНТНЫМ ПОГРАНИЧНЫМ СЛОЕМ

В.Ф. Копьев, М.А. Миронов, И.В. Беляев, И.В. Панкратов
Центральный аэрогидродинамический институт им. проф. Н.Е. Жуковского, Москва

Исследование механизмов генерации аэродинамического шума турбулентным пограничным слоем (ТПС) является фундаментальной задачей аэроакустики. Она была впервые рассмотрена в работе Крейчнана [1] применительно к ТПС на жесткой бесконечной плоскости, где было показано, что плоскость выступает в роли зеркала, которое отражает звук, излучаемый объемной турбулентностью, что приводит к дополнительному квадрупольному излучению для одних квадрупольей и сокращению других. Кроме того, плоскость создает дипольно излучающие силы, не сводящиеся к эффекту отражения. Эти силы направлены по касательной к границе и вызваны переменными вязкими напряжениям. Если пренебречь вязкостью для течений с большими числами Рейнольдса, то плоская граница является зеркальным отражателем. Более выпукло этот анализ приведен в работе Пауэлла [2], где говорится, что эти касательные силы, хотя, в принципе, и могут существовать, но должны быть очень малы для течений с большими числами Рейнольдса, так как по данным многочисленных измерений пульсационные касательные напряжения на порядок меньше по амплитуде, чем пульсационные нормальные напряжения. Поэтому в работе [2] был сделан вывод, что на плоской границе турбулентность излучает только квадрупольно, а дипольного излучения нет.

С другой стороны, в работе К.А. Наугольных и С.А. Рыбака [3] приведен очень веский теоретический аргумент в пользу дипольного излучения для турбулентного течения над пластиной. Идея заключалась в том, чтобы более детально учесть влияние вязкости среды вблизи плоской границы. Взаимодействие турбулентности с границей было сведено к отражению плоских сдвиговых (вязких, вихревых) волн от границы. При отражении возникала, помимо сдвиговой волны, продольная волна, которую можно интерпретировать как звук (обратный эффект Константинова).



Рисунок 1 – Генерация звука при отражении сдвиговой волны от плоской границы

Фактически, результаты Крейчнана – Пауэлла и Наугольных – Рыбака не противоречат друг другу, так как первые утверждают, что, формально, на плоской границе под ТПС могут существовать касательные диполи, излучающие звук. Далее можно задаваться параметрами касательных диполей, в частном случае, считать, что амплитуда диполей равна нулю. Второй подход указывает на конкретный путь возникновения звука – преобразование вязких волн в продольные на границе. Таким образом, основной вопрос заключается в количественной оценке роли вязкости (касательных диполей на поверхности границы) при излучении звука ТПС.

Следует ли принимать касательные напряжения во внимание при практических оценках? Этот вопрос имеет принципиальное значение для течений со скоростями, малыми по сравнению со скоростью звука. Простые оценки с использованием анализа размерностей показывают [4], что излучаемая мощность дипольного излучения в $\sim 1/M^2$ раз больше квадрупольного (M – число Маха потока). Если M – малая величина, то наличие дипольных источников должно существенно увеличивать интенсивность излучаемого звука. В результате, как отмечено уже в [1], большая эффективность излучения касательных диполей может компенсировать малость амплитуды дипольных источников и обеспечить их значительный вклад в суммарное акустическое поле пристенной турбулентности.

Основная идея настоящей работы состоит в анализе возможности физического существования касательных диполей как источников звука в ТПС в реальном эксперименте. Разрабатываемая теория [5] представляет собой обобщение теории Лайтхилла, в котором учитывается также генерация лайтхилловскими квадрупольями вязких волн. В неограниченной среде эти вязкие волны не играют роли в генерации звука, т.к. они экспоненциально быстро затухают при удалении от места генерации

$$P = P_0 \exp\left(-h\sqrt{\frac{\omega}{2\nu}}\right) \quad (1)$$

где h – расстояние до стенки, ω – частота волны, ν – коэффициент кинематической вязкости. Однако если в пределах достижимости вязких волн есть жесткая граница, возникает новый (дипольный) источник звука.

В ТПС расстояние h от границы области турбулентности до обтекаемой границы равно, по порядку величины, толщине вязкого подслоя. Проведенный анализ показал, что при уменьшении вязкости (и, следовательно, при увеличении числа Рейнольдса) показатель экспоненты в (1) уменьшается как

$$h\sqrt{\frac{\omega}{2\nu}} \sim \nu^{3/7} \quad (2)$$

так что волна P в (1) затухает слабее, и, в результате, эффективность переизлучения вихревых волн в звук увеличивается. Это очень важный вывод, который говорит о том, что даже при больших числах Рейнольдса эффект излучения звука касательными диполями может быть существенен.

Построена теория [5], связывающая спектр звукового давления, излучаемого ТПС на жесткой стенке, и параметры пограничного слоя в канале. Считается, что параметры турбулентности, в том числе, спектры касательных сил в канале, локально похожи на параметры турбулентности в ТПС на плоской границе при его толщине, равной радиусу канала. Как следствие, можно определить энергетический спектр касательных сил на стенке канала $\tau(\omega)^2$ с помощью измерения спектра мощности звука, излучаемого из канала $W(\omega)$. В двух предельных случаях, когда длина канала L много меньше или много больше длины затухания звуковой волны в канале, связь спектров звуковой мощности с энергетическим спектром касательных сил имеет следующий простой вид:

$$W(\omega) = \begin{cases} \frac{\Pi L}{2S\rho c} \pi\tau(\omega)^2, & \alpha L \ll 1 \\ \frac{\Pi}{2S\rho c\alpha} \pi\tau(\omega)^2 \frac{k^2 S}{4\pi}, & \alpha L \gg 1 \end{cases} \quad (2)$$

Здесь Π и S – периметр и площадь сечения канала, ρ и c – плотность и скорость звука среды, α – мнимая часть волнового числа (обратная величина – длина затухания звука в канале).

Для проведения экспериментальных исследований по определению $\tau(\omega)$ в канале была выполнена модернизация уникальной научной установки (УНУ) АК-2 ЦАГИ (рисунок 2).

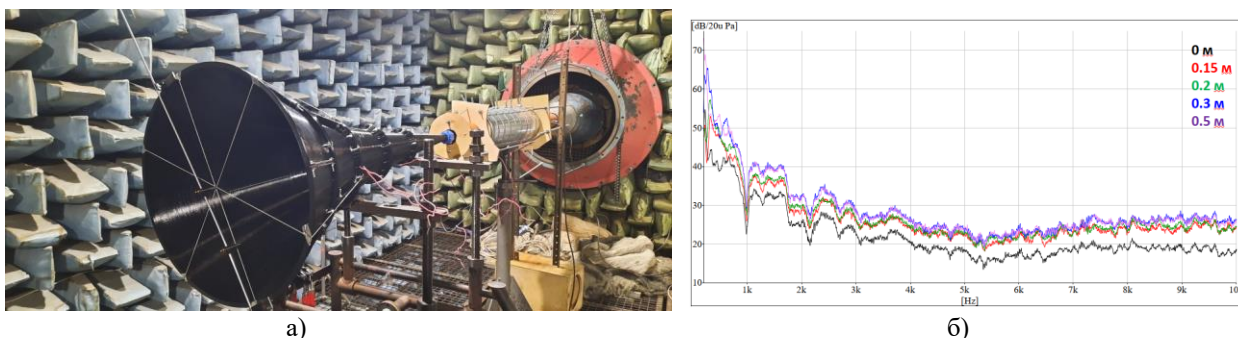


Рисунок 2 – Установка для исследования шума ТПС в АК-2 ЦАГИ (а); спектры шума на выходе из рупора для различных длин канала $L = 0 \dots 0.5$ м (б).

Были проведены предварительные экспериментальные исследования по определению шума ТПС для скоростей воздушного потока 60 м/с и 100 м/с внутри цилиндрического канала диаметром 28 мм для разных длин канала L : от 0 до 16 м. Показано, что с увеличением длины канала шум растет, однако некоторые параметры, в частности длина насыщения, начиная с которой шум перестает нарастать, не вполне соответствует известным соотношениям для потерь и генерации в круглом волноводе.

ЛИТЕРАТУРА

1. R.H. Kraichnan. Pressure fluctuation in turbulent flow over a flat plate. Journal of Acoustical Society of America. 1956, 28(3), 378-390.
2. A. Powell. Aerodynamic noise and the plane boundary. Journal of Acoustical Society of America, 1960, 32(8), 982-990.
3. К.А. Наугольных, С.А. Рыбак. Об излучении звука турбулентным пограничным слоем. Акустический журнал, 1980, т.26, №6, с.890-894.
4. А.Г. Мунин, В.М. Кузнецов, Е.А. Леонтьев. Аэродинамические источники шума. М.: Машиностроение. 1981. 288 с.
5. И.В. Беляев, В.Ф. Копьев, М.А. Миронов. Акустическое излучение турбулентного пограничного слоя, образующегося над плоской гладкой границей. Акустический журнал, 2024, т.70, №6, с.865-877.

КОГЕРЕНТНЫЕ СТРУКТУРЫ В ОБЛАСТИ ПЕРЕХОДА К ТУРБУЛЕНТНОМУ ТЕЧЕНИЮ НА СКОЛЬЗЯЩЕМ КРЫЛЕ

В.А. Коробков, А.Я. Котвицкий, А.А. Абдуллаев, И.А. Моралев
Объединенный институт высоких температур РАН, Москва

Переход к турбулентности в пограничном слое на скользящем крыле при благоприятном градиенте давления происходит в результате развития неустойчивости поперечного течения (ПТ) [1]. Моды неустойчивости поперечного течения представляют собой вихри, оси которых наклонены под малым углом к линиям тока вне пограничного слоя. Перенос продольного импульса в этих возмущениях приводит к существенной деформации поля скорости и формированию модулированного по размаху пограничного слоя со слоями сильного сдвига на границе областей пониженной и повышенной скорости потока. Непосредственно переходу к турбулентному режиму течения предшествует развитие локальной вторичной неустойчивости (ЛВН), для которой частоты возмущений более чем на порядок превышает частоту первичных нестационарных вихрей ПТ. Несмотря на то, что аналитические методы указывают на наличие целого набора неустойчивых мод ЛВН, их принято делить на три типа, в соответствии с характерной локализацией относительно распределения средней скорости в пограничном слое [2,3]. Первый тип возмущений соответствует неустойчивости типа Кельвина-Гельмгольца в сбое сильного сдвига в области подъема пограничного слоя на внешней стороне вихря, второй локализован в верхней части области низкоскоростного течения и, определяется вертикальным градиентом скорости потока. Наконец, моды третьего типа развиваются внутри первичных вихрей неустойчивости и соответствуют либо трехмерным вязким возмущениям, либо неустойчивости самого вихревого движения. Показано, что соотношение скоростей нарастания и порогов возникновения мод ЛВН определяется детальной структурой поля скорости в деформированном пограничном слое, и может меняться при изменении спектра начальных возмущений [4].

В данной работе исследовано развитие естественных мод вторичной неустойчивости вихрей поперечного течения, а также когерентные структуры в турбулентном клине, возникающем в области перехода за одиночной неровностью. Пограничный слой формировался на пластине с углом скольжения 40° при скорости набегающего потока 25 м/с. Разгон потока организован посредством профилирования стенки рабочей части аэродинамической трубы. Развитие возмущений исследовалось с помощью термоанемометра и PIV. Для возбуждения начального пакета вихрей использовалась одиночная цилиндрическая неровность высотой 260 мм, наклеенная в области потери пограничным слоем устойчивости. Высота неровности примерно соответствовала 1.5 толщине вытеснения пограничного слоя, переход за неровностью имел эволюционный характер и происходил с формированием вихрей поперечного течения.

Сравнение роста энергии пульсаций в разных спектральных диапазонах показало, что в первую очередь в пограничном слое усиливаются возмущения III типа, однако инкремент их нарастания сравнительно невелик. Ниже по потоку начинается развитие высокочастотных возмущений II типа с частотой порядка 8-9 кГц. Непосредственно перед точкой перехода к турбулентности происходит рост возмущений в полосе 3-5 кГц, которая соответствует модам I типа. Собственно переход к турбулентности, который можно ассоциировать с наполнением спектра пульсаций и наполнением профиля средней скорости, происходит в «основании» слоя сильного сдвига в области подъема пограничного слоя вихрем ПТ.

Параметры мод ЛВН были определены с помощью корреляционных измерений. Для вычисления корреляции использовался второй датчик термоанемометра, расположенный на пластине немного в стороне от вершины турбулентного клина. Показано, что двум высокочастотным максимумам в спектре пульсаций соответствуют возмущения с различными фазовыми скоростями: 0.8 скорости потока вне пограничного слоя для возмущений в области 8 кГц и 0.66 для возмущений в области 6 кГц. Также показано, что волновые фронты для возмущений двух разных типов имеют разный угол по отношению к оси вихря ПТ. Параметры наблюдаемых вторичных мод, а также последовательность их развития в пограничном слое находятся в удовлетворительном согласии с измерениями Вайта и Сарика [4] для вихрей за массивом «редких» неровностей, а также с анализом структуры и локализации возмущений за одиночной неровностью, выполненным в недавней работе Качанова [5].

Кратное соотношение частот пульсаций для мод I и II типа позволяют задаться вопросом о том, насколько независимым является их развитие. Для анализа данного вопроса были исследованы биспектры сигнала ниточного датчика, а также пары датчиков (ниточного и поверхностного). Показано, что бикогерентность двух сигналов для частот 7.2 и 3.6 кГц в некоторой области может достигать 0.4. Также исследовано нарастание биспектра в пространстве для пары датчиков и фазовые соотношения для этой величины. Полученные результаты позволяют предположить, что на нарастание мод первого типа оказывает влияние субгармонический резонанс с модой II.

Развитие возмущений в слое сильного сдвига не прекращается с формированием турбулентного клина и продолжается уже на границе турбулентной области. При этом с удалением от точки перехода длина волны этих возмущений растет. Развитие возмущений в этой области напоминает по характеристикам волны неустойчивости, хорошо исследованные для турбулентных струй.

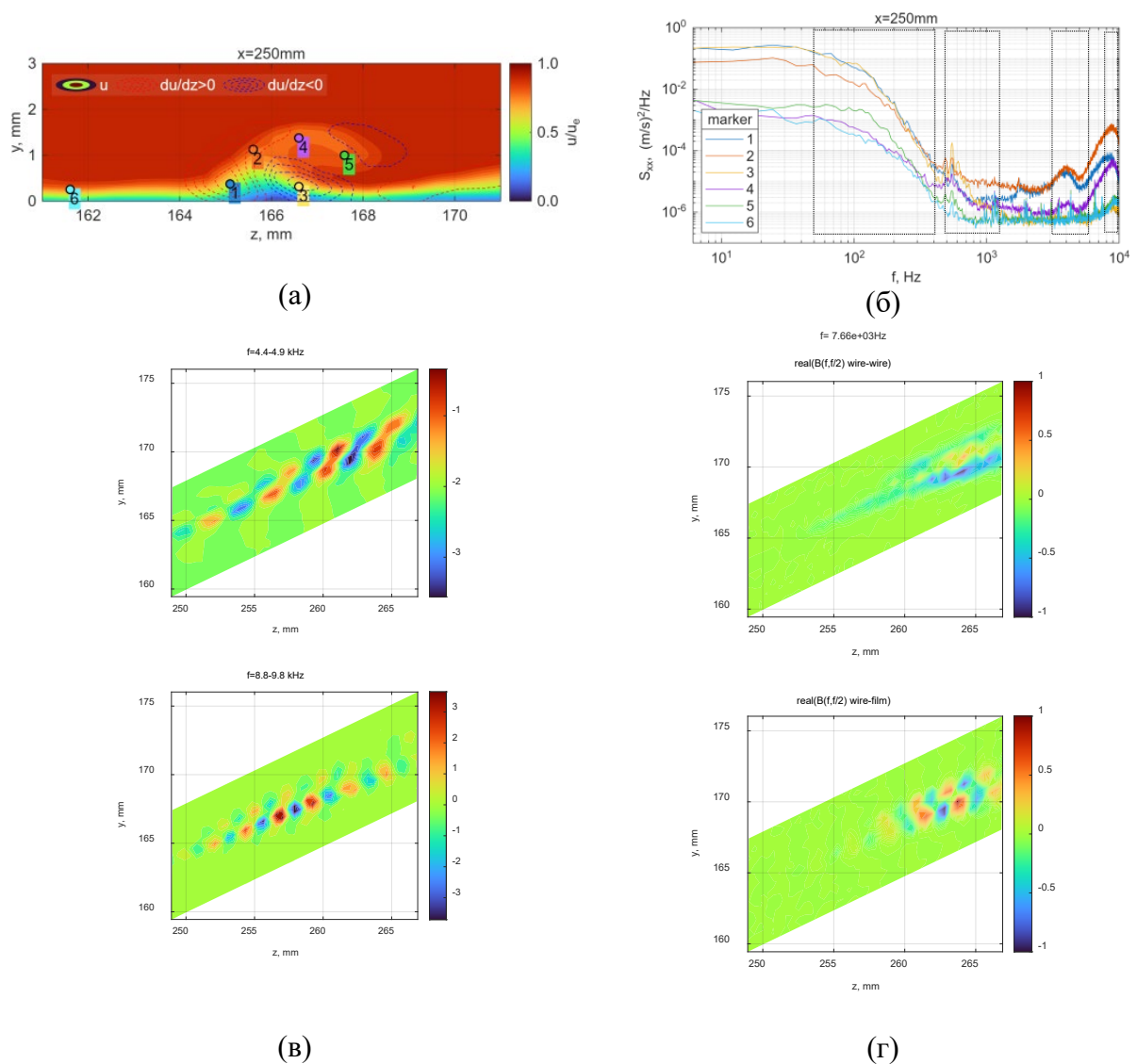


Рисунок 1. (а) Поле скорости потока в плоскости, нормальной пластине и параллельной ее кромке. Точками обозначены позиции, в которых построены спектры на рисунке справа (б) Спектры пульсаций в последнем сечении по хорде модели, предшествующей переходу к турбулентности, (в) структура мод I и II типа в зоне перехода (г) Действительная часть биспектра для частоты 7.6 и 3.2 кГц, рассчитанного для сигнала одноточечного датчика (сверху) и для сигналов поверхностного датчика и одноточечного термоанемометра.

Работа поддержана Российским Научным Фондом, грант 24-19-00627.

ЛИТЕРАТУРА

1. Deyhle, H., and Bippes, H., "Disturbance Growth in an Unstable Three-Dimensional Boundary Layer and Its Dependence on Environmental Conditions," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 316, 1996, pp. 73–113. <https://doi.org/10.1017/S0022112096000456>
2. Koch, W., "On the Spatio-Temporal Stability of Primary and Secondary Crossflow Vortices in a Three-Dimensional Boundary Layer," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 456, 2002, pp. 85–111. <https://doi.org/10.1017/S002211200100756X>
3. Malik, M. R., Li, F., Choudhari, M. M., and Chang, C. L., "Secondary Instability of Crossflow Vortices and Swept-Wing Boundary-Layer Transition," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 399, 1999, pp. 85–115. <https://doi.org/10.1017/S0022112099006291>
4. White, E. B., and Saric, W. S., "Secondary Instability of Crossflow Vortices," *J. Fluid Mech.*, Vol. 525, 2005, pp. 275–308. <https://doi.org/10.1017/S002211200400268X>
5. Бородулин, В. И., Иванов, А. В., Качанов, Ю. С., Мищенко, Д. А., "Типы и Свойства Локальных Вторичных Неустойчивостей Пограничного Слоя Скользящего Крыла," *Теплофизика и Аэромеханика*, Vol. 32, No. 5, 2025, pp. 805–832. <https://doi.org/10.63430/TIA202505001>

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАТЯГИВАНИЯ ЛАМИНАРНО-ТУРБУЛЕНТНОГО ПЕРЕХОДА НА СКОЛЬЗЯЩЕМ КРЫЛЕ ПРИ ПОВЫШЕННОМ УРОВНЕ ТУРБУЛЕНТНОСТИ С ПОМОЩЬЮ ГАЗОРАЗРЯДНЫХ АКТУАТОРОВ

А.Я. Котвицкий¹, И.А. Моралев¹, М.В. Устинов², О.И. Вишняков³

¹Объединенный институт высоких температур РАН, Москва

²Центральный аэрогидродинамический институт, Жуковский МО

³Институт теоретической и прикладной механики, Новосибирск

Переход к турбулентности в пограничном слое на стреловидном крыле при повышенном уровне турбулентности может вызваться развитием двух типов неустойчивости: волнами Толлмина-Шлихтинга и неустойчивостью поперечного течения, причем в разгонной части течения доминирует последняя. При высоком уровне турбулентности (более 0.02% и более) в набегающем потоке вихри неустойчивости поперечного течения возбуждаются турбулентными вихрями в результате распределенной восприимчивости к ним пограничного слоя.

Одной из стратегий, позволяющей затянуть переход к турбулентности, является снижение амплитуды начальных возмущений методом их противофазного подавления. Для этого с помощью системы сенсоров в пограничном слое регистрируются возмущения (скорости, давления, поверхностного трения), а затем на основе этих мгновенных измерений синтезируется вектор управления, позволяющий снизить амплитуду возмущений в пограничном слое за счет линейной суперпозиции вносимых и естественных возмущений. Такие системы были предложены для управления волнами Толлмина-Шлихтинга [1] и стационарными вихрями неустойчивости на скользящем крыле [2]. В настоящей работе исследован вопрос о возможности создания такой системы для управления бегущими модами неустойчивости на скользящем крыле и оценке алгоритмов и требований к компонентам такой системы.

Для этого была смоделирована следующая задача (рис.1а). На плоской скользящей пластине с углом стреловидности 40° при наличии ускоряющего потока градиента давления развиваются бегущие моды неустойчивости поперечного течения. Расчет распространения возмущений производился при скорости потока 25м/с и числе Рейнольдса, рассчитанном по длине пластины, порядка 10^6 . На некотором расстоянии от передней кромки модели установлен плазменный актуатор, который состоит из набора ограниченных по размаху областей горения барьерного разряда. Характерный шаг элементов в актуаторе – 1.5 мм, что соответствует четверти длины волны наиболее нарастающей моды. Кроме того, пограничный слой возбуждается вблизи точки потери устойчивости широкополосным дельта-коррелированным по пространству и времени сигналом. Суммарные возмущения в пограничном слое регистрируются датчиком поверхностного трения, расстояние между сенсорами в котором также составляет 1.5мм.

Порождение актуатором бегущих вихрей неустойчивости в пограничном слое, а также развитие искусственных и естественных возмущений моделировалось с помощью параболизированных уравнений устойчивости пограничного слоя [3]. Воздействие разряда на поток моделировалось объемной силой, направленной преимущественно от кромки коронирующего электрода вдоль поверхности пластины [4]. Импульсная характеристика пограничного слоя моделировалась на основе предварительно вычисленных комплексных коэффициентов усиления мод с различными значениями частоты и поперечного волнового числа. Была выполнена оценка минимального набора дискретных гармоник двумерного Фурье-преобразования, взятых вблизи максимума коэффициента усиления, позволяющих адекватно предсказывать импульсную характеристику пограничного слоя.

Показано, что для описания распространения возмущений в пограничном слое на дискретной сетке по времени достаточно 12 Фурье-гармоник (рис.1б). Сопоставлены результаты минимизации объема вычислений для двух ортогональных базисов: Фурье- гармоник и базиса, полученного методом сингулярного разложения истории сигнала. Показано, что при использовании второго типа базисных функций для описания передаточных функций и подавления возмущений достаточно всего двух мод.

Результаты численного моделирования характеристик возмущений в пограничном слое были сопоставлены с экспериментальными измерениями, выполненными парой термоанемометров с помощью корреляционного метода. Эксперименты проводились на установке Д-3 в ОИВТ РАН на пластине с углом стреловидности 40° при скорости 25м/с. Ускорение потока создавалось с помощью накладки на стенку трубы, длина зоны ускорения потока использовалась в качестве масштаба задачи. На входе в рабочую часть установки устанавливалась сетка, которая позволяла поднять уровень турбулентности на входе в рабочую часть с 0.06% до 0.4%. На стенке трубы на расстоянии 230мм от передней кромки устанавливался поверхностный датчик скорости, а сами нестационарные волны неустойчивости в пограничном слое визуализировались с помощью второго датчика, который выполнял сканирование в плоскости пластины на высоте 1.2мм, примерно соответствующей максимуму амплитуды бегущих мод ПТ (рис.1в).

Было проведено моделирование подавления возмущений в пограничном слое с помощью подобной системы. Предполагалось, что сложение бегущих мод неустойчивости от актуатора и естественной турбулентности происходит по линейному закону, при этом потеря когерентности возмущений по длине пластины на данном этапе не учитывалась. Модель пограничного слоя возбуждалась в точке потери устойчивости белым шумом, информация о структуре возмущений регистрировалась многоканальным датчиком в точке $x/L=0.4$. Оптимальное распределение напряжений по секциям актуатора определялось с помощью редуцированного базиса из 24 мод Фурье, искусственные возмущения добавлялись в поток в точке $x/L=0.6$. Начиная с этой координаты продемонстрировано снижение амплитуды возмущений до уровня в 10% от их исходной амплитуды (рис. 1г).

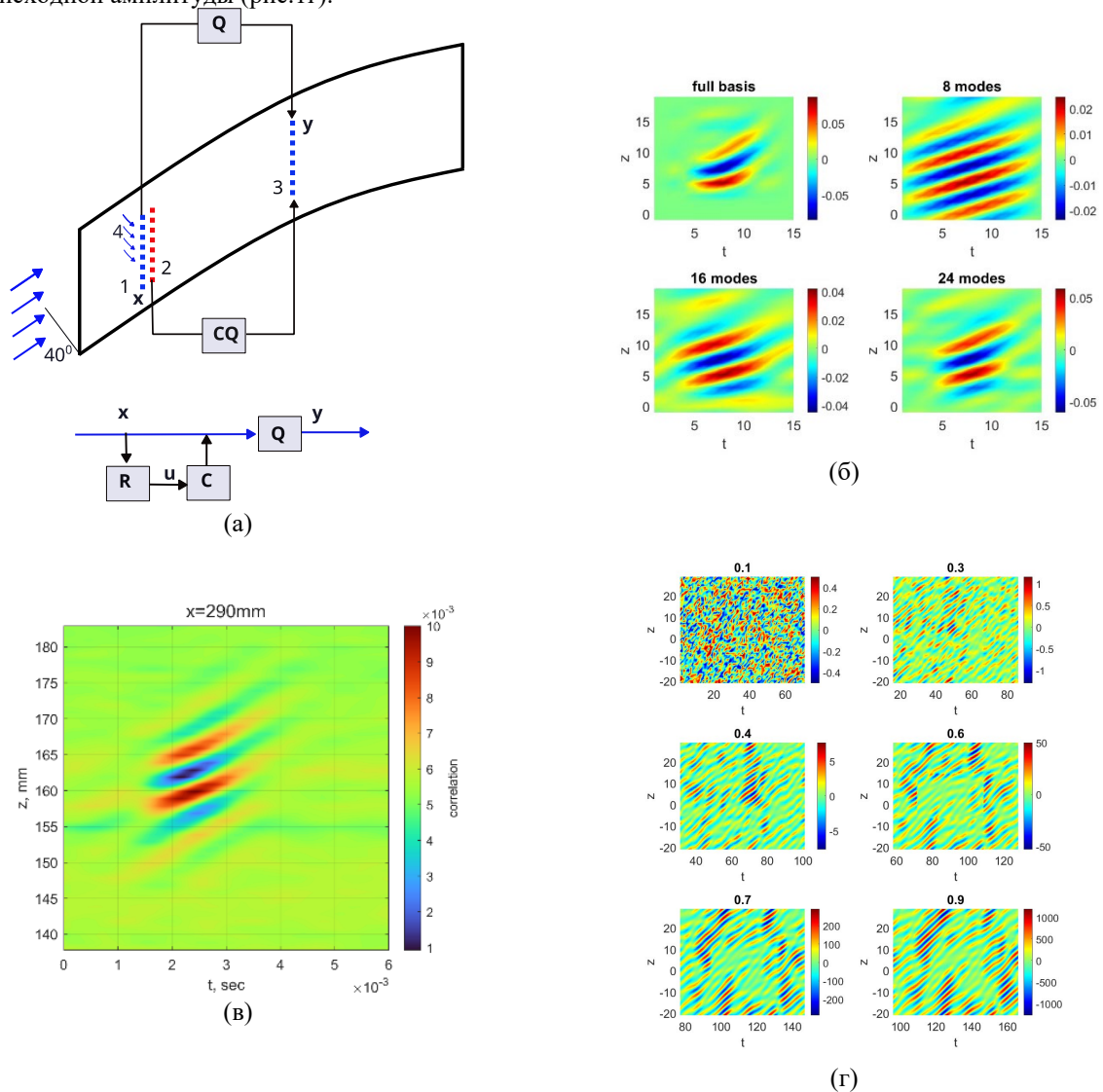


Рисунок 1. (а) Постановка задачи подавления нестационарных мод неустойчивости поперечного течения, Q- распространение возмущений в пограничном слое, R_r- приближенный оператор оценки возмущений, C- закон управления, (б) Импульсная характеристика пограничного слоя, смоделированная между двумя сечениями 0.4 и 0.6 L, где L=610- протяженность области разгона потока, с помощью разного набора Фурье-мод, (в) Импульсная характеристика, полученная в эксперименте между одиночным сенсором поверхностного трения и скоростью в пограничном слое, (г) Модельные результаты управления – z-t диаграммы для поверхностного трения, смоделированные на разном расстоянии от передней кромки для случая, когда и сенсор установлен на расстоянии 0.4L, актуатора- на 0.6L, а для вычисления вектора управления используется 24 моды Фурье-разложения.

Работа поддержана Российским Научным Фондом, грант 24-19-00627.

ЛИТЕРАТУРА

1. D. Sturzebecher, and W. Nitsche, "Active cancellation of Tollmien-Schlichting instabilities on a wing using multi-channel sensor actuator systems," *Int J Heat Fluid Flow* 24(4), 572–583 (2003).
2. A. Abdullaev, A. Kotvitskii, I. Moralev, and M. Ustinov, "On the Possibility of Cross-Flow Vortex Cancellation by Plasma Actuators," *Aerospace* 10(5), 469 (2023).

3. Herbert Th., Bertolotti F.P. “Stability analysis of non-parallel boundary layers”, Bull. Am. Phys. Soc. 1987. V.32, p. 2079.
4. Moralev, I. et al. Localized micro-discharges group dielectric barrier discharge vortex generators: Disturbances source for active transition control. Proc IMechE Part G J Aerosp. Eng. 234, 42–57 (2020).
5. A. Kotvitskii, A. Abdullaev, V. Korobkov, M. Ustinov, and I. Moralev, “Experimental study of closed loop control of cross-flow instability driven transition by plasma actuator,” Phys. Fluids, vol. 37, no. 07, p. 074127, 2025, doi: 10.1063/5.0275974.

ПОДАВЛЕНИЕ НЕУСТОЙЧИВОСТИ В СФЕРИЧЕСКОМ СЛОЕ СЛУЧАЙНЫМИ ФЛУКТУАЦИЯМИ СКОРОСТИ ВРАЩЕНИЯ

О.Э. Кривоносова, Д.Ю. Жиленко
Институт механики МГУ, Москва

В отличие от работы, в которой исследуется влияние периодической модуляции скорости вращения внутренней границы сферического слоя на неустойчивые течения, в данной работе используется модуляция в виде случайных флуктуаций. Сферический слой, методика проведения эксперимента те же, что и в первой работе. Подробное описание установки и методов исследования даны, например, в [1,2]. Также рассматривались течения, формирующиеся после первой бифуркации при вращении только внутренней сферы, внешняя сфера покоилась. В этом случае неустойчивые течения представляют собой бегущие азимутальные волны с волновыми числами 3 или 4 (с частотами $f_3 = 0.3 - 0.32$ Hz и $f_4 = 0.4 - 0.42$ Hz соответственно [3]), предел устойчивости ламинарного течения $Re_c = 460 \pm 2$. Случайные флуктуации представляли собой белый шум в диапазоне частот от 0.01 до 1 Hz, на более высоких частотах шум экспоненциально затухал.

Эксперименты проводились при двух закритических значениях числа Рейнольдса: $Re_1 / Re_c = 1.0031$ и 1.0046 ($Re_1 = (\Omega_0 r_1^2) / \nu$). Потеря устойчивости определялась по визуализации течения. После этого в сигнал скорости подавался шум (ступенчатым образом, от 0 до выбранного значения N). Здесь N амплитуда шума:

$$N = 1/\Omega_0 \sqrt{\sum_{i=1}^K (\Omega(t_i) - \Omega_0)^2 / (K - 1)}$$

$\Omega(t_i)$ - мгновенное значение скорости вращения, K - длина временной выборки. Значение N было постоянным в течение каждого эксперимента и выбиралось из диапазона $0.044 < N < 0.095$. Время действия шума t варьировалось от 400 до 1500s. Действие шума прекращалось, когда визуализация и зависимость u_φ от времени свидетельствовали о подавлении неустойчивости. С помощью фильтрации сигнала скорости $u_\varphi(t)$ в полосе частот $f_3 \pm \Delta f$ для $m=3$ и $f_4 \pm \Delta f$ для $m=4$, $\Delta f = 0.005 - 0.01$ Hz и преобразования Гильберта из ряда $\{u_\varphi\}$ вычислялись зависимости амплитуд азимутальных мод A_3 и A_4 от времени [3].

На рис.1 показаны три сценария отклика неустойчивого течения с начальной модой $m = 3$ на внесение шума. Сценарии меняются слева направо с увеличением амплитуды шума N . Рис.1a - восстановление начального азимутального числа, рис.1b - смена азимутального числа (заметим, что мода $m=4$ является доминирующей при стационарном вращении границ [2,3]), рис.1c - восстановление ламинарного режима течения. Под действием шума амплитуда начальной моды A_3 экспоненциально затухает, причем декремент затухания λ не остается постоянным. Из рис.1a,b видно, что устанавливается та азимутальная мода, чья амплитуда с течением времени возрастает. На рис.1c амплитуды обеих конкурирующих мод после воздействия шума становятся одного порядка, и восстанавливается ламинарный режим течения, сохраняющийся в течении длительного времени.

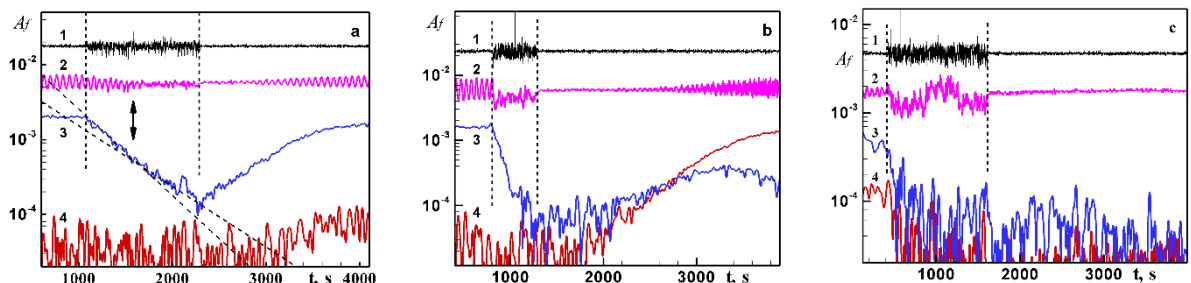


Рис. 1. $Re_1 / Re_c = 1.0046$. (a) - $N = 0.045$, (b) - $N = 0.0648$, (c) - $N = 0.0702$. 1 - скорость внутренней сферы $\Omega_1(t)/2\pi$, [Hz], 2 - измеряемая скорость течения $u_\varphi(t)$ [m/s], 3, 4 - амплитуды A_3 и A_4 . [m/s], начальная мода $m=3$ (синие линии) и вторичная мода $m=4$ (красные линии). Вертикальными штриховыми линиями ограничены участки внесения шума. (a): наклонными штриховыми линиями показаны экспоненциальные аппроксимации амплитуды A_3 , вертикальная стрелка указывает на момент изменения величины декремента.

Было показано, что: увеличение времени действия шума τ действует аналогично увеличению интенсивности шума; при одной и той же надкритичности быстрее затухает начальная мода $m=3$; и чем больше надкритичность, тем быстрее затухает начальная мода.

Выявлена разница в воздействии шума и периодической модуляции скорости вращения внутренней границы слоя. В том числе при периодической модуляции восстановление ламинарного режима наблюдалось только при начальной моде $m=4$; затухание начальной моды сопровождалось более сильным возрастанием вторичной; заметно повышалась скорость течения. Полученные результаты позволяют сделать вывод об усилении взаимодействия между модами под действием шума.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект 25-27-00044).

ЛИТЕРАТУРА

1. D. Zhilenko, O. Krivosova, M. Gritsevich, P. Read, Wave number selection in the presence of noise: Experimental results, *Chaos*. 2018. 28. 053110.
2. Д.Ю. Жиленко, О.Э. Кривоносова, Смещения предела устойчивости течений при модуляции скорости вращения, *Письма в ЖТФ*. 2020. т.46. 12. С.22-25.
3. Д.Ю. Жиленко, О.Э. Кривоносова, Подавление неустойчивости течений с вращением, *Письма в ЖТФ*. 2022. т.48. 6. С.19-23.

ВИХРЕВЫЕ СУПЕРСТРУКТУРЫ В ТРУБАХ И СТРУЯХ

В.В. Леманов, В.В. Лукашов, В.А. Федоренко, К.А. Шаров
Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск

ВВЕДЕНИЕ

В последнее десятилетие при изучении течений в трубах и струях стал использоваться термин «суперструктуры» [1]. Основное отличие «суперструктур» от других локальных вихревых образований заключается в их существенно больших размерах. Такие крупномасштабные структуры были впервые подробно исследованы при движении потока в длинных круглых трубах [2]. В эксперименте [2] было показано, что режим ламинарно-турбулентного перехода происходит через механизм перемежаемости, который характеризуется стохастическим чередованием по времени ламинарных и турбулентных зон течения. Турбулентный интервал течения состоит из двух типов вихревых образований с продольным размером $l/D = 10-30$, где D – диаметр трубки. При критических числах Рейнольдса образуются крупномасштабные структуры типа “puff” с плавным передним и крутым задним фронтом мгновенной скорости. При более высоких числах Рейнольдса, в переходном режиме, формируются структуры типа “slug” – с крутым передним и крутым задним фронтом скорости. В зарубежной литературе их называют “суперструктурами”, а в отечественной соответственно – порывы и пробки [1-7]. Ранее, в ИТ СО РАН были обнаружены такие суперструктуры в ближнем поле дозвуковых газовых струй ($M < 0.1$) [6,7]. Их продольный размер может достигать $l/D = 20-40$, что существенно больше размера когерентных структур $l/D = 2-4$, характерных для струйных течений [8]. Эти суперструктуры обнаружены при истечении струй различных газов из длинных трубок и каналов ($L/D > 100$) в диапазоне чисел Рейнольдса $Re=2000-4000$. При таких условиях в струйном источнике (трубке/канале) происходит ламинарно-турбулентный переход [2-4]. Как показали наши эксперименты, суперструктуры устойчивы в ближнем поле струй ($X/D < 20$) [6,7], где X – продольная координата вдоль оси струи с началом в выходном сечении канала.

Данная работа посвящена изучению динамики вихревых суперструктур типа “puff” в каналах и струях методом физического моделирования. Рассматривались две задачи: 1) динамика “puff” при движении в симметричном Y-тройнике, 2) взаимодействие “puff” с преградой в импактной струе. В обоих случаях суперструктуры типа “puff” формировались с помощью длинных круглых трубок ($L/D > 100$, D – внутренний диаметр трубки) в диапазоне чисел Рейнольдса $Re=2000-3000$, то есть на режимах, когда в трубке происходит ламинарно-турбулентный переход. Показано существенное влияние суперструктур на динамику суперструктур в тройнике и импактной струе.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА И МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЯ

Для визуализации течения и идентификации суперструктур в струе применялся модифицированный вариант теневого метода с использованием Гильберт фильтрации. Поле скоростей и динамические характеристики “puff” изучались с помощью термоанемометра и скоростного PIV (Particle Image Velocimetry). В задаче с Y-тройником применялась термоанемометрия, для изучения импактной струи использовались термоанемометрия и тепловой датчик трения. Искусственных возмущений в тракт канала не вносилось.

Схема экспериментального стенда для исследования режимов течения воздуха в круглом Y-тройнике состоит из пневматической и электрической части. Принцип работы пневматической части установки (рис.1) заключается в следующем. Воздух из атмосферы сжимается компрессором и поступает в ресивер объемом 200 литров (1). Вентиль (2) подает воздух из компрессора под давлением 3,5 бар по магистрали (3) на систему из трех фильтров (4) для удаления масла и влаги. Далее воздух по магистрали (5) поступает на регулятор расхода Bronkhorst (6), который измеряет объемный расход воздуха Q . В итоге воздух по магистрали (7) попадает в прямую алюминиевую круглую трубку (8) (длина $L = 2$ метра, внутренний диаметр $D = 6$ мм, $L/D = 333$) и затем протекает через Y-тройник (9). Соединительные магистрали (3, 5, 7) выполнены из полиуретановой пластиковой круглой трубки внутренним диаметром $D_m = 6$ мм и длиной соответственно 2, 15, 10 м. Круглый Y-тройник (9), напечатан на 3D принтере. Входной и два выходных каналов имеют форму цилиндра с внутренними диаметрами на входе и на выходе $D = 6$ мм. Длина входного канала составляла 30 мм, а двух симметрично расположенных выходных каналов - 50 мм (N1, N2), угол разделения потока 50° . Шероховатость внутренней поверхности подводящих трубок и тройника порядка 5-10 мкм.

Электрическая часть установки предназначена для регистрации скорости воздушного потока. Для этого использовался двухканальный термоанемометр постоянной температуры (ТПТ) фирмы «Disa Elektronik» в составе: миниатюрный зонд DISA55P11 (длина нити 0,6 мм, толщина 5 мкм), мост 55M01, линейаризатор DISA55D10, вольтметры средних значений DISA55D31 и среднеквадратичных значений DISA55D35. После линейаризации, напряжение моста регистрируется вольтметрами средних значений “E” и среднеквадратичных значений “e”. Расчет выполнялся по линейной формуле: $U_a = a \cdot E$, $u = a \cdot e$, где E, e – среднее и среднеквадратичное значение напряжения моста термоанемометра, a – тарировочный

коэффициент. Используя тарировку датчиков и показания двух вольтметров, проводились измерения средней скорости U_a , среднеквадратичных значений пульсаций скорости u , затем рассчитывалась степень турбулентности $Tu = (u/U_a) \cdot 100\%$ потока воздуха. Цифровой осциллограф RIGOL DS1054Z использовался для наблюдения сигналов термоанемометра в режиме реального времени [$E = f(t)$] и построения зависимости $U = f(t)$, где U – мгновенное значение скорости. При помощи программы Ultra Score данные с осциллографа передавались на компьютер и обрабатывались в программе Excel. Число Рейнольдса изменялось в диапазоне $Re=390-6060$ и определялось как $Re = 4 \cdot Q / (\pi \cdot D \cdot \nu)$, где ν – кинематическая вязкость воздуха. Термодинамические параметры воздуха в опытах соответствуют атмосферному давлению и комнатной температуре. Все измерения термоанемометром проводились при неработающем компрессоре, источником сжатого воздуха служил ресивер. В спектре сигнала на входе в тройник дискретных пиков не наблюдалось.

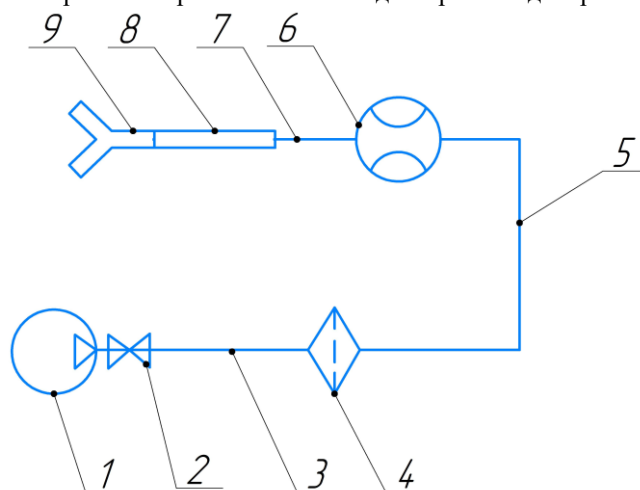


Рис. 1. Экспериментальная установка с тройником: 1 – компрессор; 2 – вентиль; 3 – магистраль; 4 – система фильтров; 5 – магистраль; 6 – регулятор расхода; 7 – магистраль; 8 – трубка; 9 – тройник.

Схема экспериментальной установки для исследования импактной струи представлена на рис.2. Она аналогична схеме, представленной на рис.1. В дополнение к предыдущей схеме используется рабочий участок, который включает: пластину (10), тепловой датчик трения (11) и двухступенчатый координатник (12). В качестве источника струи (9) использовалась трубка из нержавеющей стали диаметром $D=3$ мм и длиной $L=1.2$ м ($L/D = 400$). Струя вытекает в воздушную атмосферу и натекает на пластину (10) из текстолита размером 195x195 мм и толщиной 10 мм. Датчик трения (11) устанавливался в центре пластины (10) и перемещался координатным устройством (12) относительно оси струи.

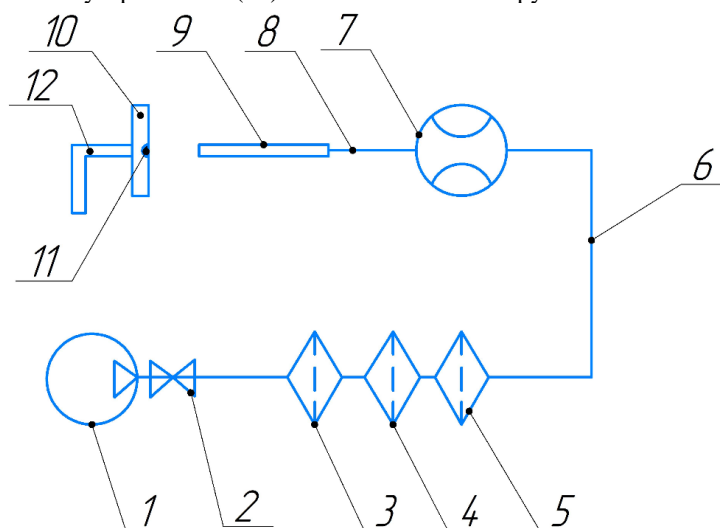


Рис. 2. Схема установки с импактной струей: 1 – компрессор; 2 – вентиль; 3,4,5 – система фильтров; 6 – магистраль; 7 – регулятор расхода; 8 – магистраль; 9 – трубка; 10 – пластина; 11 – датчик трения; 12 – координатник.

Измерение касательных напряжений на стенке в импактной струе проводилось тепловым датчиком трения. Датчик трения представлял собой вольфрамовую нить диаметром 10 мкм и длиной 2.5 мм закрепленную на тефлоновой подложке, таким образом, чтобы нить по всей длине прилежала к подложке (рис. 3). Коэффициент теплопроводности подложки равнялся $\lambda = 0.25$ Вт/мК. Датчик устанавливался

заподлицо с уровнем стенки, то есть нить, обдувания потоком, “лежала” на стенке. Данная конструкция датчика была выбрана в связи с рекомендациями работы [9]. Сигнал с датчика подавался на измерительный блок термоанемометра DISA 55M01. Основной блок термоанемометра поддерживал постоянную температуру нити со степенью перегрева $T_s/T_0 = 1.3$, где T_s и T_0 – температура нити и газового потока, соответственно. Цифровой осциллограф RIGOL DS1054Z использовался для записи сигналов термоанемометра в режиме реального времени. Для определения трения на стенке использовалась зависимость электрического напряжения E на блоке термоанемометра от касательных напряжений τ_w в виде $E^2 = a + b \cdot \tau_w^{1/3}$ [9], где a , b – тарировочные коэффициенты. Для калибровки датчика трения были проведены серии PIV экспериментов в стационарном потоке в канале прямоугольного сечения при вариации расхода воздуха. К измеренным профилям скорости был применен метод Клаузера для вычисления касательных напряжений на стенке [10]. При измерении трения на стенке нить располагалась перпендикулярно вектору скорости потока в пристенной области.

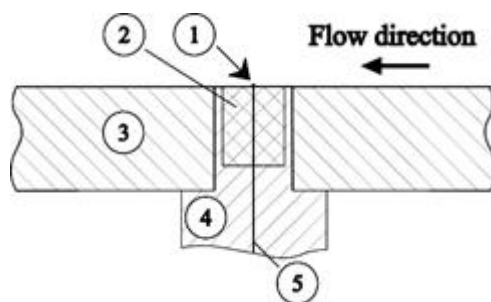


Рис. 3. Схема датчика трения: 1 – нить, 2 – подложка, 3 – стенка преграды, 4 – корпус датчика, 5 – токоподводы.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ В Y - ТРОЙНИКЕ

Вначале были определены режимы течения в тройнике. Измерения скорости и пульсаций скорости на входе и на выходе из тройника осуществлялись в диапазоне чисел Рейнольдса $Re=390-6060$. Эти данные в виде $Tu = f(Re)$ представлены на рис.4а, где значение Re определено по расходу и диаметру входного канала. Здесь степень турбулентности определена по формуле $Tu = u'/U_a \cdot 100\%$, где U_a , u' – среднее значение скорости и среднеквадратичное значение продольной компоненты пульсаций скорости. Степень турбулентности при $Re=390$ для входного и выходного каналов составляла $Tu_0=0.8-1\%$.

В качестве начальных условий было необходимо определить режимы течения на входе в тройник. Перед ним расположена длинная ($L/D=333$) прямая круглая трубка. Диагностика режимов течения в ней основана на регистрации крупномасштабных вихревых “puff” структур [2,4]. На рис.4б представлено измерение мгновенной скорости U на выходе из трубки (8) на оси для числа Рейнольдса $Re=2109$ при отсутствии тройника. Структуре “puff” соответствует интервал времени $t=1-1.5$ с, в остальной период времени наблюдается ламинарное течение. Структура “puff” в потоке имеет индивидуальные особенности: 1) случайный перемежаемый характер появления по времени, 2) плавный передний и крутой задний фронт, 3) снижение мгновенного значения скорости относительно ламинарной части с минимумом до 30-50%, 4) большая длина - 25-40 D . В опытах, первичное появление “puff” при $Re_1=2000$ свидетельствует о начале ламинарно-турбулентного перехода, который вызывает существенное увеличение Tu (рис.4а). Окончание перехода соответствует $Re_2=2800$, когда структуры типа “puff” следуют непрерывно и ламинарные участки отсутствуют. В этом случае наблюдается окончание резкого снижения параметра Tu (рис.4а). Таким образом, вся область с существенным увеличением степени турбулентности $Re=2000-2800$ ответственна за ламинарно-турбулентный переход во входной трубке тройника.

Опыты показали, что для течения на выходе из тройника нет характерных вихревых “puff” структур. В этом случае диагностика режимов течения основана на существенном увеличении пульсаций скорости при увеличении числа Рейнольдса [11,6]. Для такого варианта основной характеристикой течения является среднеквадратичные значения пульсаций скорости u' и степень турбулентности потока Tu . Как видно из рис. 4а диапазон изменения степени турбулентности можно разделить на три участка. Границей раздела может служить область с существенным изменением степени турбулентности потока. Поведение степени турбулентности для трубки соответствуют данным [2,4], то есть имеется экстремум Tu в области перехода. Параметры Tu для выхода N1, N2 тройника качественно одинаковы во всём диапазоне чисел Re . На рис. 4а отчетливо видно, что рост Tu для тройника начинается с чисел Рейнольдса заметно меньших, чем критические числа для входа в тройник. Максимальные значения пульсаций скорости составляют для входа в тройник $Tu=16\%$, для выхода из тройника $Tu=12-22\%$ и расположены в диапазоне $Re=2300-2400$. Таким образом, экстремальная турбулентность примерно соответствует максимуму пульсаций во входном круглом канале. При $Re>3000$ наблюдается небольшое уменьшение Tu для входа в тройник. Также необходимо отметить, что при $Re >3000$ уровень турбулентности для выходов N1, N2 тройника примерно в два раза

больше Tu на входе в тройник. По аналогии с диагностикой движения потока в круглой трубе [6,7], предлагается следующая классификация режимов течения в тройнике. Ламинарный режим - при $Re < 1640$, переходной – при $Re = 1660-2800$, турбулентный – при $Re > 3000$.

Для сопоставления на рис. 4а приведены данные из работы [12] для несимметричного круглого Y-тройника с углом разделения 50° и прямооточным каналом при $Re = 1475$. Авторами показано, что в данном случае наблюдается отрывное течение. Для такой геометрии степень турбулентности возрастает с $Tu = 2\%$ во входном канале до $Tu = 20\%$ в выходных каналах. Причем, из-за несимметрии геометрии Y-тройника, на оси в прямом выходном канале $Tu = 20\%$, а в наклонном выходном канале - $Tu = 7,5\%$.

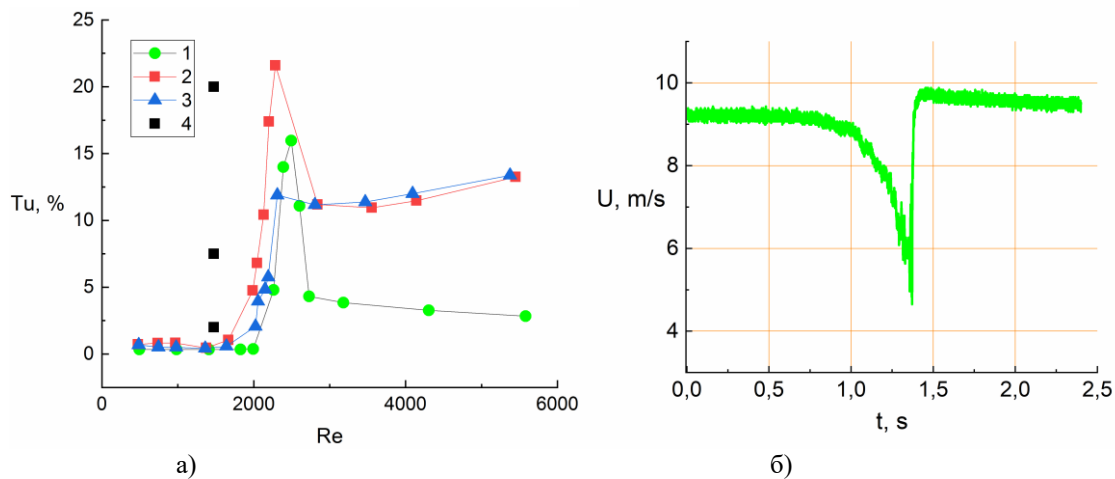


Рис. 4. а) Степень турбулентности в тройнике:
1 – вход в тройник; 2 – выход N1 из тройника; 3 – выход N2 из тройника; 4 – [12];
б) осциллограмма одиночного “puff”.

На втором этапе работы была исследована трансформация “puff” структур при движении потока в Y-тройнике, в этом случае на выходе из тройника мы используем термин “Остаточные Турбулентные Структуры” (ОТС). На рис.5 представлено изменение пульсаций скорости на выходе из тройника, стрелкой отмечено положение по времени глобальных экстремумов на ОТС. Измерения выполнены путем одновременной регистрации двумя датчиками термоанометра, расположенными на оси. На рис.5 наблюдается режим с перемежаемостью, который характеризуется стохастическим чередованием по времени интервалов с низким и высоким уровнем пульсаций скорости. Низкотурбулентные участки – характерны для ламинарного режима течения, а высокотурбулентные ОТС - являются результатами деформации “puff” структур в тройнике. Хотя “puff” деформируется в области разделения канала, его ОТС диагностируются по двум признакам на выходе тройника: а) перемежаемый характер возникновения по времени, б) большая длина высокотурбулентных структур ($30-40 D$). При этом длины ОТС примерно одинаковы в обоих выходах тройника, что свидетельствует о том, что “puff” разделяется на две примерно одинаковые по длине структуры.

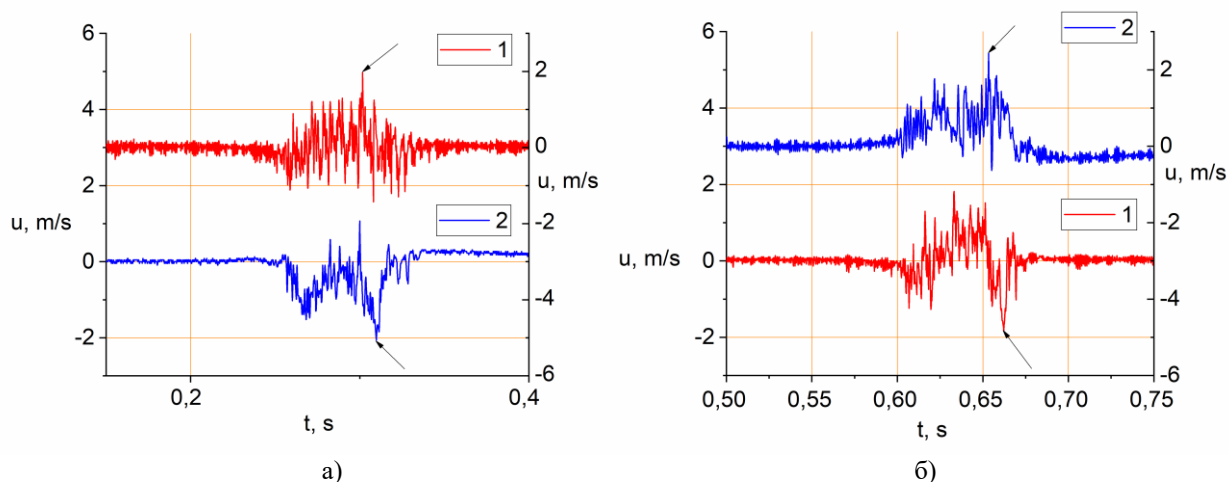


Рис. 5. Осциллограммы пульсаций скорости: а) - асинхронный ОТС в тройнике; б) - синхронный ОТС в тройнике (1 – выход из тройника N1, 2 – выход из тройника N2).

Если для “puff” характерны мгновенные скорости, существенно меньшие чем скорость ламинарного участка в осциллограмме (см. рис.4б), то для ОТС наблюдаются скорости как меньше ламинарной, так и

больше ламинарной (рис.5). Пульсации скорости на выходе тройника могут находиться как в синхронном состоянии, то есть, например, оба канала имеют скорость больше ламинарной (рис.5б), так и в асинхронном состоянии, когда один канал дает скорость больше ламинарной, а второй выход - меньше ламинарной (рис.5а). Представленные на рис.5 осциллограммы являются характерными в области переходных чисел Рейнольдса $Re=2000-2800$. Область существования ОТС по числу Re определяется диапазоном генерации "puff" во входном канале тройника.

Одним из главных статистических параметров является спектр мощности пульсаций скорости [13]. Такие данные для структур ОТС, изображенных на рис.5б, для числа Рейнольдса $Re=2008$ представлен на рис.6. Данные построены по временной серии для одной ОТС структуры на узком временном интервале $t=0,4984-0,8190$ с, в котором присутствует только ОТС. Как видно из рис.6 два спектра имеют широкую частотную полосу от единиц герц до 500 Гц. Оба выхода (N1, N2) имеют практически одинаковую спектральную мощность во всем диапазоне частот, за исключением самой низкочастотной зоны. Заметное отличие спектров в области низких частот обусловлено единичной выборкой ОТС. Статистическая выборка в этой области мала в силу короткого интервала времени, в отличие от представительной статистики в области высоких частот. Отсюда следует что в структуре ОТС присутствуют вихри широкого диапазона масштабов, при этом энергия крупных масштабов достаточно высока.

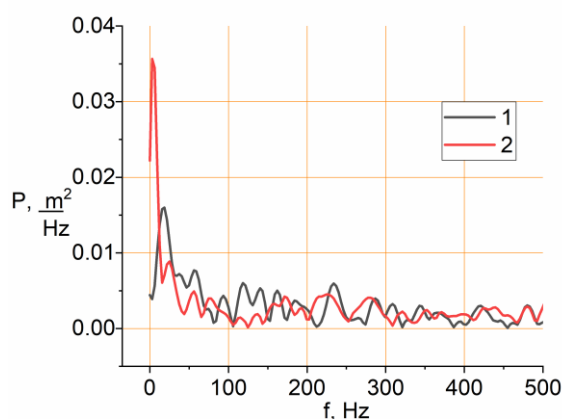


Рис. 6. Спектр мощности пульсаций скорости: 1 – выход из тройника N1, 2 – выход из тройника N2.

Второй важной статистической характеристикой является автокорреляционная функция пульсаций скорости [13]. Эта функция характеризует статистическую зависимость между вихрями различных масштабов. Такие данные ОТС, изображенных на рис.5б для числа Рейнольдса $Re=2008$, представлены на рис.7. Ранее отмечалось, что длина ОТС примерно одинакова на выходе N1, N2 из тройника. Однако, как видно из рис.7, нормированная автокорреляционная функция у них разная. Время корреляции (пересечение нулевого значения) для выхода N1 составляет $\sim 0,06$ с, в то же время для выхода N2 получено значение $\sim 0,2$ с. Такая разница во времени корреляции связана с неравномерным разделением исходного "puff" по каналам тройника. Дело в том, что "puff" не является строго осесимметричной структурой [2-4]. В то же время, в обоих вариантах (N1, N2) наблюдается сильная статистическая зависимость на малых временах, что свидетельствует о подобии распределения мелкомасштабных вихрей.

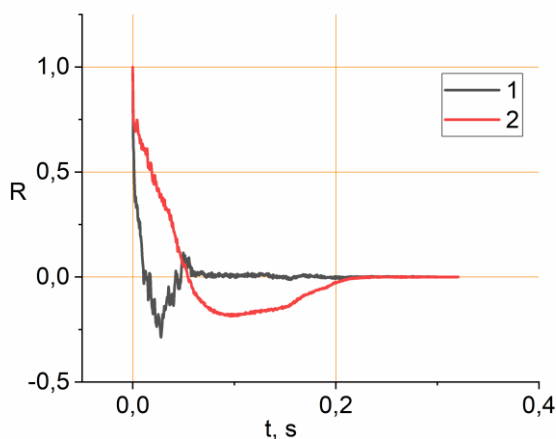


Рис. 7. Автокорреляционная функция пульсаций скорости для одиночного "puff":
1 – выход из тройника N1, 2 – выход из тройника N2.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ В ИМПАКТНОЙ СТРУЕ

В случае истечения газа из длинной трубки и натекания на преграду существует три зоны, где может происходить ламинарно-турбулентного переход: а) трубка, б) струя (на участке от сопла до преграды), в) пристенный пограничный слой. В данной работе сначала была разработана оригинальная методика диагностики режима течения в этих зонах с помощью датчика трения. В наших предыдущих работах диагностика режима течения в трубке и струе проводилась с помощью термоанемометра [6,7].

На рис. 8 представлено изменение среднеквадратичного значения пульсаций трения τ в окрестности точки торможения ($Y/D \sim 3$, Y – радиальная координата, которая отсчитывается от точки торможения) в зависимости от безразмерного расстояния от начала струи до преграды (X/D). Опыты проведены в широком диапазоне чисел Рейнольдса $Re=895-4927$. Данные при $Re=895$ соответствуют низкому уровню пульсаций трения для ближнего и дальнего участка струи ($X/D < 90$). Это свидетельствует о ламинарном течении в трубке и в струе. Для случая $Re=1343$ наблюдается экстремум τ при $X/D \sim 47$, что говорит о координате ламинарно-турбулентного перехода в дальней зоне струи. При числах Рейнольдса $Re=1343-1926$ наблюдается низкий уровень пульсаций трения ($\tau < 0.005$ Па) вблизи начала струи ($X/D < 1$) и локальный максимум пульсаций в области струйного течения. Это говорит о ламинарном течении в трубке и переходном режиме в струе. При дальнейшем увеличении расхода до $Re=3135$ наблюдается резкий рост пульсаций трения при $X/D < 1$ и локальный экстремум пульсаций при $X/D \sim 6-8$. Такое распределение τ при $X/D < 1$ характеризует турбулентный режим течения в трубке и дальнейший рост турбулентных пульсаций скорости при $X/D \sim 6-8$. Таким образом уровень пульсаций трения вблизи начала струи говорит о ламинарном или турбулентном характере течения в струйном источнике. В то же время наличие локального максимума пульсаций трения в области струйного течения, при малых пульсациях в начале струи, свидетельствует о переходном режиме течения в струе. Переходный режим течения в трубке и соответственно режим с перемежаемостью в струе более точно диагностируется не с помощью измерения τ , а путем наблюдения за динамикой суперструктур типа “puff” по времени. Данные по режимам течения в трубке и струе, полученные с помощью данного датчика трения, качественно соответствуют режимам течения, полученных ранее с помощью термоанемометра и PIV для разных газов истекающих из длинных трубок [6,7].

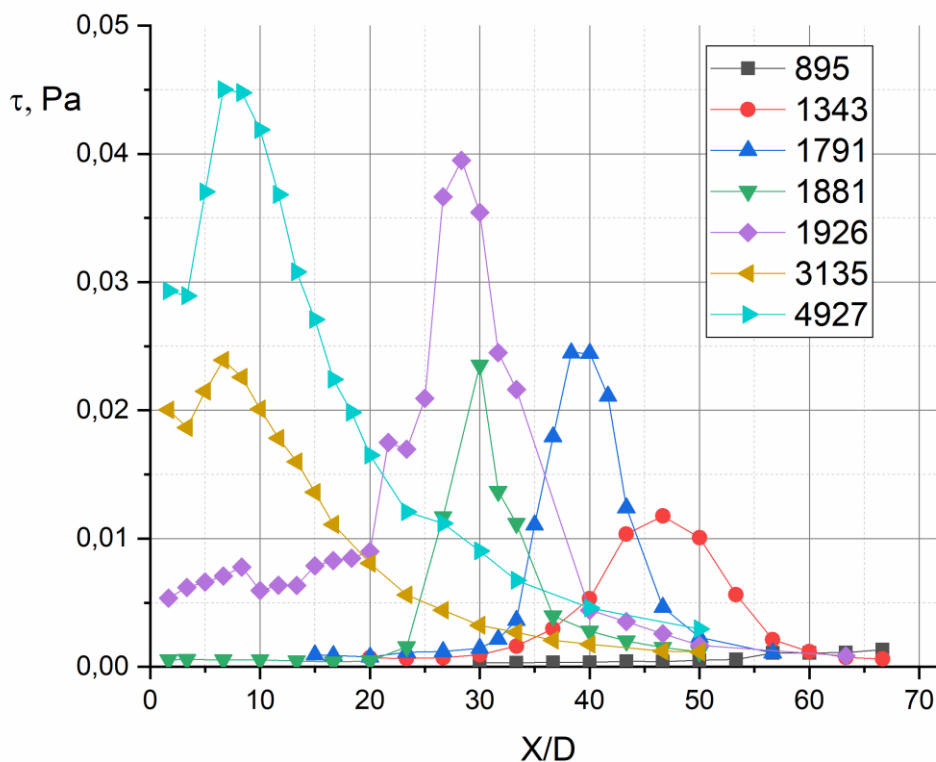


Рис. 8. Распределение пульсаций трения в окрестности точки торможения в зависимости от расстояния от начала струи до преграды.

Динамические характеристики, измеренные с помощью датчика трения, представлены на рис.9. В качестве иллюстрации здесь приведены первичные данные в виде изображения с дисплея осциллографа RIGOL DS1054Z. В работе использовался программный модуль Ultra Scope, который дает двойное изображение осциллограммы, в верхней части расположен уменьшенный дубликат нижнего. По оси абсцисс

отложено время, а по оси координат – мгновенное значение пульсации напряжения на блоке термоанемометра. При этом зависимость электрического напряжения от трения на стенке - нелинейная. На рис.9 представлены измерения при трех числах Рейнольдса $Re=1791, 1926, 3135$ для координаты $X/D=15$. Для каждого числа Рейнольдса представлена пара осциллограмм, первая соответствует области критической точки ($Y/D = 1$), а вторая - периферии пристенной области ($Y/D = 16.7$). Эти данные, при вариации координаты Y , получены с помощью двухстепенного координатника. В соответствии с рис.8 при $Re=1791$ – режим течения в трубке и в струе – ламинарный, при $Re=3135$ – режим течения в трубке турбулентный. Сигнал с датчика трения иллюстрирует эти режимы соответственно на рис.9a,b ($Re=1791$) и на рис.9e,f ($Re=3135$). В первом случае (рис.9a,b $Re=1791$), когда режим течения в трубке и в струе – ламинарный, наблюдается сигнал с низким уровнем флуктуаций как в области критической точки ($Y/D = 1$), так а на периферии пристенной области ($Y/D = 16.7$). Во втором случае (рис. 9e,f $Re=3135$), когда режим течения в трубке турбулентный, зарегистрирован сигнал с высоким уровнем флуктуаций во всей пристенной зоне течения ($Y/D = 1 - 16.7$).

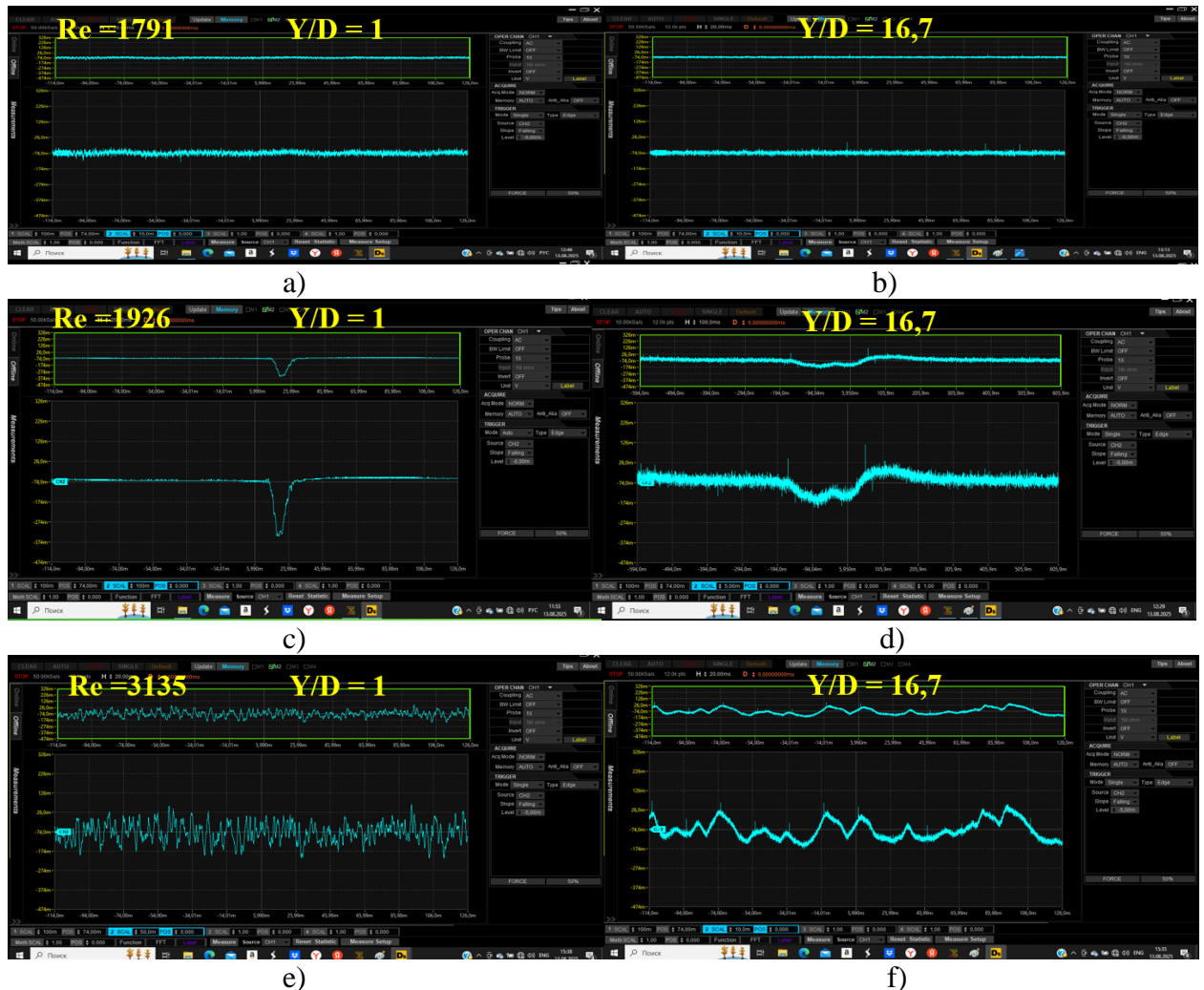


Рис. 9. Изменение сигнала с датчика трения по времени для $X/D=15$:
a, b – $Re=1791$, c, d – $Re=1926$, e, f – $Re=3135$;
a, c, e - $Y/D = 1$; b, d, f - $Y/D = 16.7$.

Режим с ламинарно-турбулентным переходом в струйном источнике (трубке) представлен на рис.9c,d ($Re=1926$). В этом случае на рис.9c наблюдается единичное возмущение большой амплитуды в области критической точки ($Y/D = 1$). Это свидетельствует о формировании единичного “puff” в трубке и его структурной устойчивости в ближнем поле струи ($X/D < 27$). В отличие от формы сигнала с термоанемометра, полученной для “puff” на выходе из трубки, сигнал с датчика трения не имеет характерных признаков “puff” для переднего и заднего фронтов. Такая форма сигнала связана с тем, что структура “puff” взаимодействует с твердой преградой и деформируется. Из рис.9d ($Y/D = 16.7$) видно, что возмущение на периферии пристенной области сохраняется, хотя его амплитуда существенно уменьшается. Критическое число Рейнольдса в данном опыте составляло $Re=1920$. Оно определяется как минимальное Re при котором регистрируется первый единичный “puff” в достаточно большом интервале времени (5-10 минут).

ДИСКУССИЯ И ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Первая часть работы была направлена на исследование ламинарно-турбулентного перехода в Y-тройнике. В начале работы были определены режимы течения. Диапазон переходных чисел Рейнольдса, полученный в данном эксперименте, может заметно отличаться для других Y-тройников. Такие два параметра как критическое число Рейнольдса и число Рейнольдса перехода к турбулентности во входном канале тройника существенно зависят от начальных условий, таких как профиль скорости, уровень турбулентности и др. [2, 4, 6], так как предыстория движения потока определяют динамику “puff”. Геометрические особенности тройника (геометрия входа и разделительной кромки, угол разделения потока, соотношение диаметров входа и выхода) также существенно влияют на режимы течения в выходных каналах [14-16]. Значительная часть работы была посвящена изучению трансформации “puff” структур при движении потока в тройнике. Во входном канале регистрировались крупномасштабные “puff” с размером 25-40 D . В выходных каналах тройника происходит существенное снижение числа Рейнольдса, при этом нет вихревых “puff” структур с характерными фронтами скорости, так как они деформируются в области разделения потока. Большая длина высокотурбулентных ОТС (30-40 D) и перемежаемый характер течения на фоне “ламинарного фона” в осциллограммах скорости говорит о том, что существует однозначная связь между “puff” на входе и ОТС на выходе из тройника. Статистическое многообразие ОТС связано с широкой дисперсией размеров и форм “puff”, так как все “puff” генерируются естественным образом. Важным фактором в тройнике является обнаруженная асимметрия мгновенного профиля скорости в выходном бифуркационном канале тройника. Причиной этого явления служит кривизна линии тока, локальный градиент давления и возможность локального отрыва потока [14,15,17]. В осциллограмме выходных каналов кроме структур типа ОТС могут присутствовать и другие низкоэнергетичные и короткомасштабные возмущения, которые требуют отдельного изучения. Проведено сопоставление с единственной близкой по тематике работой [12] для несимметричного круглого Y-тройника с углом разделения 50° и прямоточным каналом при $Re=1475$. В данном исследовании наблюдалось отрывное течение вблизи области разделения потока. Для такой геометрии степень турбулентности возрастает на оси с $Tu=2\%$ во входном канале до $Tu=20\%$ в прямом выходном канале и $Tu=7,5\%$ в наклонном выходном канале. Режимов с ламинарно-турбулентным переходом во входном канале в [12] не изучалось.

Вторая часть работы посвящена изучению режимов течения в импактной струе с помощью теплового датчика трения. Показано, что режимы течения можно определять с помощью такого датчика: в струйном источнике (трубке), на струйном участке и в пристенной зоне преграды. При этом предлагается два способа диагностики, выбор которого зависит от режима течения в начале струи. Для определения ламинарного и турбулентного режима течения в трубке и в струе можно использовать измерения среднеквадратичных пульсаций трения на стенке преграды в области критической точки ($Y/D = 1$). В случае ламинарно-турбулентного перехода в струйном источнике (трубке) для достоверной диагностики режимов течения, во всех областях импактной струи, необходимо рассматривать изменение сигнала с датчика трения по времени. При этом необходимо изучать поведение суперструктур типа “puff” в виде единичных возмущений на временной осциллограмме.

Ранее было показано, что вихревые структуры “puff” первоначально формируются в режиме ламинарно-турбулентного перехода в струйном источнике (длинной трубке) [2,4,6]. В зависимости от числа Рейнольдса эти крупномасштабные образования структурно устойчивы на больших расстояниях [6,7], в данных опытах до $X/D=50-60$ (см. рис.8). В работе показано, что при числах Рейнольдса $Re=1926$, немного превышающих критическое значение $Re=1920$, наблюдается режим с редким появлением “puff” по времени. При этом сигнал с датчика трения, в области критической точки, выглядит как единичное возмущение с плавными фронтами, и не имеет признаков “puff” характерных для переднего и заднего фронтов (рис.9c). Такая форма сигнала связана с тем, что структура “puff” взаимодействует с твердой преградой, деформируется и растекается в радиальном направлении. Измерения трения в периферийной области растекания по пластине (рис.9d $Y/D = 16.7$) показали, что единичное возмущение сохраняется, хотя его амплитуда существенно уменьшается. Этот результат подтвержден при перемещении датчика трения по двум ортогональным координатам в плоскости $X/D=15$. Однако азимутальное распределение пульсаций трения в данной работе не проводилось.

Существует вопрос о сопоставлении полученных данных с результатами других авторов. Применение датчиков трения в задаче с импактной струей отражено в работах [9, 18, 19]. Чаще всего изучалось истечение струй из сопел конфузурного типа при высоких числах Рейнольдса ($Re>6000$) [19]. Однако в данной работе изучалась задача со струйным источником в виде длинной трубки. Как было показано в наших работах ранее [6,7], такой вид соплового устройства имеет принципиальное значение. Для конфузуров характерен, как правило, субгармонический механизм перехода к турбулентности в струях [8]. В то же время, при истечении струй из длинных трубок обнаружен перемежаемый сценарий перехода к турбулентности [6,7]. Для него характерно образование крупномасштабных суперструктур ($l/D=20-40$), которые принципиально отсутствуют в струйных течениях, сформированных с помощью конфузуров. Таким образом, сопоставление полученных результатов с другими данными, особенно при переходных числах Рейнольдса, представляется проблематичным.

Изучение динамики суперструктур в каналах и струях демонстрирует их особые уникальные свойства, которые отличают их как от концентрированных вихревых образований, типа дорожки Кармана, так и от когерентных структур в струях. В данной работе изучались суперструктуры типа “puff” (порывы). Их отличают случайный перемежаемый характер генерации и большой продольный размер ($l/D=20-40$). Представляет особый интерес изучение статистических свойств таких суперструктур. Они обладают достаточно широким спектром (до 500 Гц), то есть присутствуют вихри широкого диапазона масштабов, при этом энергия крупных масштабов достаточно высока. Автокорреляционная функция скорости демонстрирует сильную статистическую зависимость на малых временах, что свидетельствует о подобию распределения мелкомасштабных вихрей. Кроме этого необходимо отметить их структурную устойчивость, которая выражается в сохранении их свойств (перемежаемость и размер) как при разделении на две структуры в Y-тройнике, так и при взаимодействии с плоской преградой в импульсной струе. Такие уникальные свойства суперструктур могут быть использованы при управлении процессами трения и тепло- и массообмена при течении в каналах и струях.

Работа выполнена в рамках государственного задания ИТ СО РАН (проект № 121031800217-8).

ЛИТЕРАТУРА.

1. J. Schumacher, B. Eckhardt, G. Haller. Turbulent superstructures in closed and open flows. Proceedings of the EuroMech Colloquium 586, Erfurt, Germany, 12–14 July 2017.
2. I.J. Wygnanski, F.H. Champagne. On transition in a pipe. Part 1. The origin of puffs and slugs and the flow in a turbulent slug. *J. Fluid Mech.*, 1973, 59, 281-335.
3. K. Avila, D. Moxey, A. De Lozar, M. Avila, D. Barkley, B. Hof. The onset of turbulence in pipe flow. *Science*, 2011, 333, 192–196.
4. M. Avila, D. Barkley, B. Hof. Transition to turbulence in pipe flow. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 2023, 55, 575-602.
5. Н.В. Никитин, В.О. Пиманов. О поддержании колебаний в локализованных турбулентных структурах в трубах. *Изв. РАН МЖГ.*, 2018, №1, с.68-76.
6. В.В. Леманов, В.В. Лукашов, К.А. Шаров. Переход к турбулентности через перемежаемость в инертных и реагирующих струях. *Изв. РАН МЖГ.*, 2020, №6, с.50-59.
7. V. Lemanov, V. Lukashov, K. Sharov. Turbulent superstructures in inert jets and diffusion jet flames. *Fluids*, 2021, 6, No. 459.
8. А.С. Гиневский, Е.В. Власов, Р.К. Каравосов. Акустическое управление турбулентными струями. 2001. М.: Физматлит.
9. Y.T. Chew, B.C. Khoo, G.L. Li. A time-resolved hot-wire shear stress probe for turbulent flow. *Exp. Fluids*, 1994, 17, 75-83.
10. F.H. Clauser. Turbulent boundary layers in adverse pressure gradients. *J. Aeronaut. Sci.*, 1954, 21, 91-108.
11. P. Bradshaw. The effect of initial conditions on the development of a free shear layer. *J. Fluid Mech.*, 1966, 26(2), 225-236.
12. Я.А. Гатаулин, Е.М. Смирнов, В.М. Молочников, А.Н. Михеев. Структура трёхмерного течения с локальной турбулентностью в области разветвления канала круглого сечения. *Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки.* 2022, т.15, №4, с. 81–94.
13. J.S. Bendat, A.G. Piersol. Random data: analysis and measurement procedures. Hoboken: Wiley, 2010.
14. И.Е. Идельчик. Справочник по гидравлическим сопротивлениям. М.: Машиностроение, 1992.
15. D.C. Rennels. Pipe flow. A practical and comprehensive guide. Hoboken: Wiley, 2022.
16. M. Kalenik, M. Chalecki, P. Wichowski. Real values of local resistance coefficients during water flow through welded polypropylene T-junctions. *Water*, 2020, 12(3), No 895.
17. Ю.О. Куянова, С.С. Пресняков, А.В. Дубовой, А.П. Чупахин, Д.В. Паршин. Численное исследование гидродинамики тройника в модельной задаче оптимизации угла установки низкопоточного сосудистого анастомоза. *ПМТФ.*, 2019, т.60, №6, с.72-80.
18. B.K. Rim, N.M. Said, H. Bourno. Effect of nozzle-to-plate spacing on the development of a plane jet impinging on a heated plate. *Heat Mass Transfer*, 2017, 53, 1305–1314.
19. J.B.R. Loureiro, A.P.S. Freire. Velocity and temperature profiles, wall shear stress and heat transfer coefficient of turbulent impinging jets. *Int. J. Heat Mass Transf.*, 2017, 107, 846-861.

ДИНАМИКА ГАЗОВОГО ПУЗЫРЬКА В КОЛЕБЛЮЩЕЙСЯ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

Т.П. Любимова¹, Д.В. Любимов², Ю.В. Гаричева¹, А.О. Иванцов¹, С. Мераджи³, Б. Ру⁴

¹Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь, Россия

²Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермь, Россия

³Тулонский университет, Тулон, Франция

⁴Университет Экс-Марселя, Марсель, Франция

Работа посвящена исследованию влияния гармонических поступательных вибраций на двухфазную гидродинамическую систему (жидкость-газ), когда эффекты гравитации отсутствуют. Помимо интереса к изучению поведения жидкостей под действием вибраций, исследование также мотивировано необходимостью управления поведением жидкостей в условиях микрогравитации. В таких условиях вибрации могут помочь управлять локализацией фаз.

В настоящей работе аналитически и численно исследуется динамика газового пузырька, окруженного жидкостью другой плотности в сосуде конечного размера, который подвергается синусоидальным поступательным вибрациям неакустической частоты, когда и окружающая жидкость, и пузырек можно считать несжимаемыми. Анализ проводится для условий невесомости и вибрационных условий, используемых в экспериментах с двухфазной системой SF₆ на космической станции МИР [1] и с двухфазной системой пара-водород (p-H₂) при магнитной компенсации земной тяжести [2]. Параметры вибраций в обоих экспериментах, соответствуют малой амплитуде и большой частоте вибраций (малой толщине пограничного слоя Стокса). Это приводит к сходству поведения двух систем при вибрациях.

В обоих случаях пузырек совершает вынужденные поступательные колебания с частотой, равной частоте внешнего воздействия, и амплитудой, хорошо согласующейся с аналитическими формулами, полученными для сосуда конечного размера в предположении малой амплитуды вибраций и в пренебрежении вязкостью.

Кроме вынужденных поступательных колебаний, наблюдается эффект средней деформации формы пузырька — сплющивание пузырька в направлении вибраций. Безразмерный параметр, отвечающий за среднюю деформацию формы, соответствует отношению вибрационной и поверхностной энергий и определяется произведением числа Вебера на безразмерный квадрат амплитуды скорости вибраций. Численные данные о средней форме пузырька хорошо согласуются с аналитическими формулами, полученными для малоамплитудных и высокочастотных вибраций. Они также хорошо согласуются с результатами экспериментов, проведенных на орбитальной станции МИР [1].

В дополнение к средней деформации формы пузырек, подвергающийся вибрациям, демонстрирует среднее смещение к стенке из-за средней вибрационной силы, связанной с эффектом Бернулли, где увеличение пульсационной скорости потока между стенкой и включением приводит к снижению давления в этой области, что приводит к притяжению включения к стенке. Значения безразмерной средней вибрационной силы притяжения в случаях SF₆ и p-H₂ существенно различаются, они существенно больше для p-H₂ (сильные вибрации), чем для SF₆ (слабые вибрации). В результате среднее смещение к стенке, почти не наблюдаемое для SF₆, является очень быстрым для p-H₂.

Для слабых вибраций решающее значение имеет влияние начальной фазы вибраций на динамику пузырька. Пузырек колеблется вблизи центра сосуда, где он находился в начальный момент времени, при $\phi = \pi / 2$, тогда как при $\phi = 0$ он движется к стенке сосуда под влиянием начального импульса. Это различие объяснено с помощью простой механической модели. Прямое сравнение аналитических результатов, полученных с использованием механической модели, и результатов прямого численного моделирования для случая SF₆ показывает хорошее согласие.

Начальное положение пузырька в центре контейнера является неустойчивым квазиравновесием. Средняя вибрационная сила равна нулю в силу симметрии. Пузырек, первоначально расположенный в центре контейнера, может, таким образом, перемещаться к любой стенке при вибрациях. Дополнительные расчеты с начальным положением пузырька, слегка смещенным от центра, показали, что в таком случае пузырек всегда подвергается среднему смещению в одном и том же направлении.

Для сильных вибраций влияние начальной фазы более существенно на начальном этапе: при $\phi = 0$, как и в случае слабых вибраций, пузырек, первоначально находившийся в центре сосуда, немедленно продвигается в направлении начального импульса, а при $\phi = \pi / 2$ пузырек колеблется вблизи центра в течение времени, примерно равного 5-6 периодам внешних вибраций, а затем начинает смещаться в среднем к ближайшей стенке под действием средней вибрационной силы. Прямое сравнение аналитических результатов, полученных с использованием механической модели, и результатов прямого численного моделирования для случая p-H₂ (сильные вибрации) показывает очень хорошее согласие для этапов, где нелинейные эффекты не являются доминирующими.

Поведение пузырька при сильных вибрациях на более поздних стадиях зависит от безразмерной амплитуды скорости вибраций $A_c \Omega$. При больших значениях $A_c \Omega$ пузырек достигает стенки и после 1-2 колебаний около этого квазиравновесного положения совершает там только вынужденные колебания. В этом

квазиравновесном положении средняя результирующая сила, которая является суммой средней силы вибрационного притяжения, силы отталкивания, возникающей в пограничном слое Стокса из-за тормозящего действия вязкости, и поверхностной силы, равна нулю и среднее положение пузырька не меняется со временем. Квазиравновесное расстояние от стенки увеличивается с уменьшением безразмерной частоты вибраций (увеличением безразмерной толщины пограничного слоя Стокса).

При умеренных значениях $A_c\Omega$ пузырек не достигает стенки. Его среднее движение прекращается на конечном расстоянии от стенки. На более поздних временах пузырек совершает в среднем затухающие колебания с большой амплитудой и большим периодом около этого квазиравновесного положения, сопровождающиеся вынужденными колебаниями. Амплитуда и период этих крупномасштабных колебаний уменьшаются с уменьшением безразмерной амплитуды скорости вибраций. Затухание этих колебаний происходит тем быстрее, чем больше $A_c\Omega$. Когда пузырек стабилизируется в квазиравновесном положении, средняя сила, которая является суммой средней силы вибрационного притяжения и поверхностной силы, принимает нулевое значение и среднее положение пузырька перестанет изменяться со временем.

Проведенные расчеты также подтвердили существование обнаруженного в работе [3] специфического параметрического резонанса колебаний пузырька с взаимодействием соседних мод собственных колебаний и условие синхронизма возбуждения этого резонанса.

Выполнена также серия численных расчётов для сосудов различной геометрии с целью выявления влияния кривизны стенки на динамику и локализацию газового пузырька. В частности, сравнивалось поведение пузырька в цилиндрических сосудах кругового и квадратного поперечного сечений, а также в сферическом сосуде. Моделирование показало, что в цилиндрическом сосуде кругового сечения при умеренных амплитудах вибрационной скорости возникают дополнительные квазиравновесные положения равновесия пузырька на различных расстояниях от стенки сосуда, тогда как в сосуде квадратного сечения пузырёк всегда притягивается к ближайшей стенке. Таким образом, необходимо учитывать форму сосуда при проектировании систем управления многофазными средами в условиях невесомости.

Возникновение новых квазиравновесных положений газового пузырька в ограниченном объёме при умеренной интенсивности вибраций в условиях невесомости связано с формированием стационарных средних течений. В частности, в сосудах с криволинейными стенками средние течения образуют устойчивую вихревую структуру между пузырьком и стенкой, препятствующую дальнейшему движению пузырька к стенке, а в квадратном сечении такие вихри отсутствуют. Квазиравновесное положение устанавливается в точке, где результирующая средних сил (вибрационного притяжения, вязкого отталкивания и воздействия со стороны стационарного течения) обращается в нуль. В геометриях с плоскими стенками подобные компенсирующие вихревые течения не формируются, что приводит к монотонному притяжению пузырька к ближайшей границе при любых амплитудах. Следовательно, в условиях микрогравитации конфигурация и интенсивность средних течений, определяемые геометрией сосуда и параметрами вибраций, играют решающую роль в установлении пространственной локализации газовой фазы при умеренном вибрационном воздействии.

Важную роль в формировании квазиравновесных состояний играют также физические свойства жидкости. Увеличение вязкости замедляет среднее движение пузырька к стенке и может смещать его квазиравновесную позицию ближе к центру сосуда. Повышение поверхностного натяжения уменьшает среднее расстояние от центра, способствуя стабилизации пузырька в центральной области. Эти зависимости подтверждают, что баланс вибрационных, вязких и поверхностных сил определяет конечное положение пузырька в колеблющейся жидкости. В случае, когда частота внешних вибраций близка к резонансной частоте колебаний формы пузырька наблюдаются интенсивные колебания формы пузыря, которые приводят к отталкиванию пузырька от стенки на расстояние, значительно превышающее толщину динамического пограничного слоя Стокса.

Проведённые расчёты для сферического пузырька в сферическом сосуде в осесимметричной постановке подтвердили общность наблюдаемых явлений: при умеренных амплитудах вибраций пузырёк останавливается на конечном расстоянии от стенки, демонстрируя поведение, аналогичное случаю цилиндрического пузырька в цилиндрическом сосуде кругового сечения.

Полученные результаты могут помочь в понимании общих закономерностей поведения двухфазных систем при вибрациях и разработке методов управления этими системами с помощью вибраций, а также могут быть использованы в качестве руководства для будущих трехмерных расчетов и экспериментов.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант № 24-11-00269).

ЛИТЕРАТУРА

1. Y. Garrabos, D. Beysens, C. Lecoutre, A. Dejoan, V. Polezhaev, V. Emelianov. Thermoconvective phenomena induced by vibrations in supercritical SF6 under weightlessness. *Physical Review E*. 2007, 75, 056317-1 – 056317-11.
2. D. Beysens. L'effet des vibrations sur la matière inhomogène: quelques études en apesanteur. *C.R. Méc.*, 2004, 332 (5–6), 457–465.
3. D. V. Lyubimov, T. P. Lyubimova, A. A. Cherepanov. Resonance oscillations of a drop (bubble) in a vibrating fluid. *Journal of Fluid Mechanics*. 2021, 909, A18-1 - A18-19.

ВЛИЯНИЕ НЕРАСТВОРИМОГО ПАВ НА КАПИЛЛЯРНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ПУЗЫРЬКА В ЖИДКОСТИ

Т.П. Любимова¹, В.В. Коновалов¹, Е.И. Борзенко², А.А. Непомнящий³

¹Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь, Россия

²Томский государственный университет, Томск, Россия

³Технион, Хайфа, Израиль

Работа посвящена анализу капиллярных колебаний газового пузырька в жидкости с адсорбированным на его поверхности нерастворимым поверхностно-активным веществом. Исследовано влияние упругости Гиббса, вязкостей жидкости и газа, а также сдвиговой и дилатационной поверхностных вязкостей на затухание свободных колебаний. Определены зависимости частоты и скорости затухания от параметров задачи. В пределе малых вязкостей и в пренебрежении поверхностной диффузией поверхностно-активного вещества получено упрощенное дисперсионное соотношение, которое включает конечные по величине параметры поверхностной вязкости и упругости Гиббса. Из этого соотношения определены условия, при которых затухание капиллярных колебаний может происходить с небольшой частотой. Численное решение полного дисперсионного соотношения показало, что для рассматриваемой конфигурации режим без колебаний невозможен, в отличие от случая жидкой капли в вакууме [1]. Обнаружена дополнительная мода, связанная с упругостью Гиббса, которая, как правило, характеризуется низкой собственной частотой и скоростью затухания. Получены приближенные соотношения для комплексной собственной частоты колебаний пузырьков в жидкости с малой вязкостью в присутствии поверхностно-активного вещества, включая оценку вклада газа внутри пузырька в вязкую диссипацию.

Результаты численного решения полного дисперсионного соотношения для меридионального числа l , равного 2, и безразмерной упругости Гиббса k , равной -1, представлены на рисунках 1(a,b) и 2(a,b). Для фиксированного меридионального числа можно выделить не более двух решений дисперсионного соотношения, которые приближенно описываются асимптотическими формулами. Решение, показанное на рисунках линиями 1, можно назвать капиллярным, а решение, показанное линиями 2, связано с упругостью Гиббса, оно отсутствует при $k = 0$. Оба решения характеризуются ненулевой действительной частью собственной частоты, которая всегда стремится к нулю с увеличением поверхностной диссипации для «упругого» решения 2 и может оставаться конечной для капиллярного решения 1 (см., рисунок 2a). Кроме того, решения могут чередоваться по величине своего декремента затухания, так что решение, связанное с упругостью Гиббса, может стать наименее быстро затухающим.

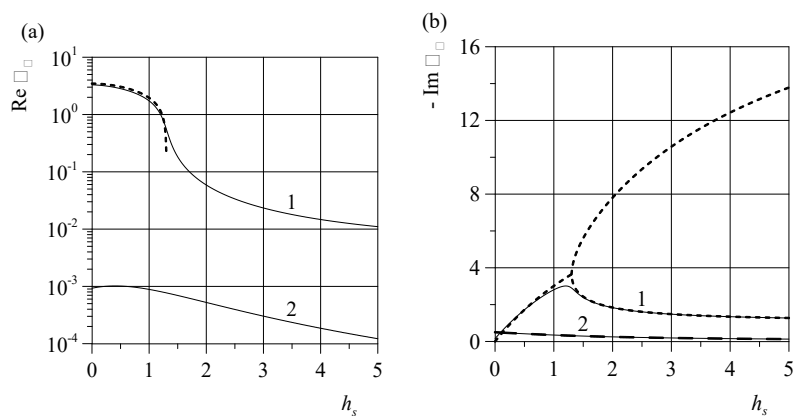


Рис. 1. Зависимости собственной частоты (а) и декремента затухания (б) от сдвиговой поверхностной вязкости для $\delta = 0.001$, $h_d = 2$, $k = -1$. Штриховая линия и линия с длинными штрихами соответствуют асимптотическим формулам, сплошные линии 1 и 2 – два численных решения полного дисперсионного соотношения.

Выполнено прямое численное моделирование свободных колебаний газового пузыря в жидкости с нерастворимым ПАВ на поверхности для области, представляющей собой цилиндр кругового сечения, на оси которого расположен пузырек. Движение жидкой фазы описывалось уравнениями Навье-Стокса и неразрывности. Газ в пузырьке считался идеальным, для его описания использовалось уравнение состояния Менделеева-Клапейрона. Перераспределение ПАВ вдоль поверхности описывалось уравнением конвективной диффузии, записанным с учетом деформаций свободной поверхности. На свободной поверхности граничные условия для напряжений записывались с учетом упругости Гиббса, а также сдвиговой и дилатационной поверхностных вязкостей. Коэффициент поверхностного натяжения вычислялся в соответствии с изотермой Генри, которая предполагает его линейную зависимость от концентрации ПАВ. На стенках цилиндра считалось выполненным условие прилипания.

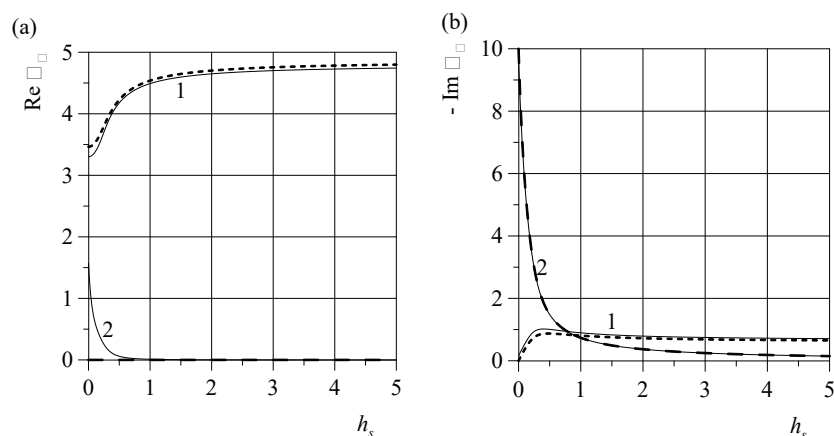


Рис. 2. Зависимости собственной частоты (а) и декремента затухания (б) от сдвиговой поверхностной вязкости при $\delta = 0.001$, $h_d = 0.1$, $k = -1$. Штриховая линия и линия с длинными штрихами соответствуют асимптотическим формулам, сплошные линии 1 и 2 – два численных решения полного дисперсионного соотношения.

Численное моделирование проводилось с использованием оригинальной лагранже-эйлеровой вычислительной методики, в рамках осесимметричного подхода. Расстояние от боковых стенок цилиндра до пузырька выбиралось достаточно большим, чтобы исключить их влияние на течение в окрестности пузырька.

На рис. 3(а,б) показано сравнение зависимостей собственной частоты и декремента затухания, полученных с помощью численного моделирования и в рамках линейной теории для случая отсутствия поверхностных вязкостей. Сплошные и штриховые линии представляют два решения линейной теории, соответствующие поочередно наименее быстро затухающей моде.

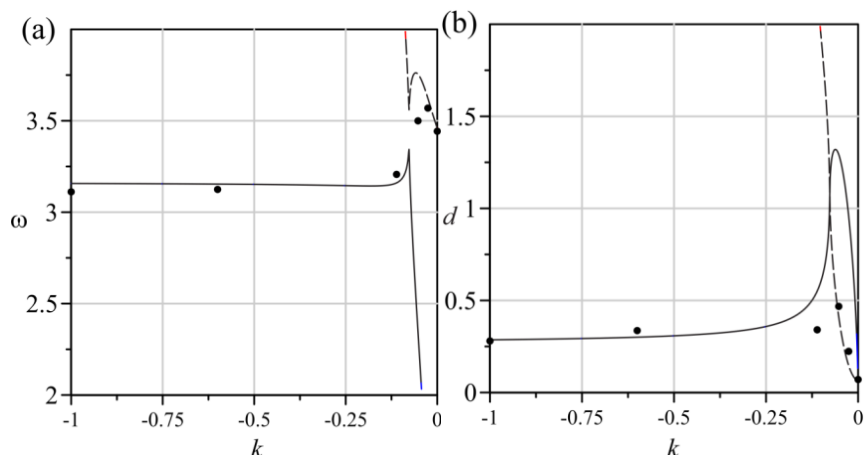


Рис. 3. Зависимости собственной частоты (а) и декремента затухания (б) от параметра упругости Гиббса в отсутствие поверхностных вязкостей (точки – результаты численного моделирования, сплошная и штриховая линии – линейная теория). Диссипативный параметр жидкости $\delta = 1/300$.

Таким образом, обнаружена и исследована конкуренция двух мод колебаний газового пузырька в жидкости с ПАВ. С помощью прямого численного моделирования продемонстрировано, что, в зависимости от значений упругости Гиббса и поверхностных вязкостей система выбирает наименее быстро затухающее решение капиллярного либо “упругого” типов.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант №24-11-00269).

ЛИТЕРАТУРА

1. D. V. Lyubimov, V. V. Konovalov, T. P. Lyubimova, I. Egly. Small amplitude shape oscillations of a spherical liquid drop with surface viscosity. Journal of Fluid Mechanics, 2011, 677, 204.

ФОРМИРОВАНИЕ ВНУТРЕННИХ ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН ДВИЖЕНИЕМ ПЛАСТИНЫ В СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ (ДВУМЕРНАЯ ЗАДАЧА)

П.В. Матюшин

Институт автоматизации проектирования РАН, Москва

Рассмотрим покоящуюся линейно стратифицированную по плотности несжимаемую вязкую жидкость (*подсоленную воду*), через которую равномерно, со скоростью U , движется пластина длиной L и толщиной d в горизонтальном направлении вдоль прямой x справа налево. При помощи визуализации вихревой структуры течения, рассчитанного при помощи системы уравнений Навье-Стокса в приближении Буссинеска [1], в [2] было обнаружено, что в силу гравитационной и сдвиговой неустойчивостей над местом Q старта тыльной стороны тела периодически генерируются две гравитационные внутренние поперечные волны (левая и правая). В результате левые поперечные волны длиной λ занимают всё пространство между тыльной частью тела и точкой Q [2]. Сделаем точку Q началом покоящейся декартовой системы координат (x, y) (СК1). В настоящей работе механизм формирования поперечных волн (МФПВ), описанный в [2], существенно дополнен для $L/\lambda \geq 3$, когда над местом P старта передней стороны тела также периодически генерируются две гравитационные внутренние поперечные волны (левая и правая) (рис. а–б). Если над Q неустойчивость жидкости происходит во всем пространстве, то есть имеет глобальный характер, то над точкой P неустойчивость носит локальный характер, то есть происходит при $y < L$. В результате, при $L/\lambda \geq 3$ МФПВ усложняется по сравнению с МФПВ, описанным в [2]. В настоящей работе также доходчиво описывается новое определение вихря, предложенное в [3–4], и показаны примеры использования этой новой *Liu*-визуализации в случае обтекания пластины как однородной, так и стратифицированной вязкой жидкостью.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ ПОДСОЛЕННОЙ ВОДЫ проводилось на основе решения безразмерной системы уравнений Навье-Стокса в приближении Буссинеска [1]:

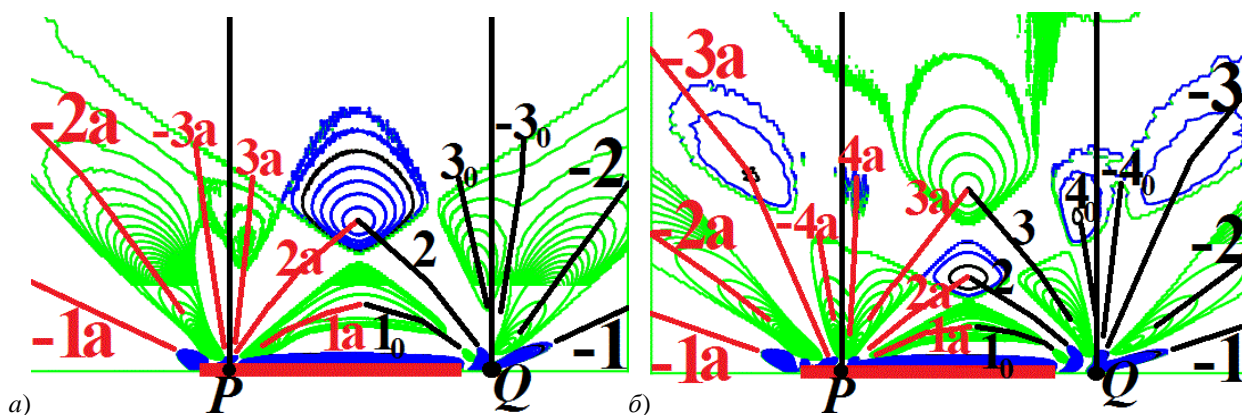
$$\rho(X, Y) = 1 - 0.5 \cdot Y/A + S(X, Y),$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0,$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) S = \frac{2}{Sc \cdot Re} \Delta S + \frac{v}{2A},$$

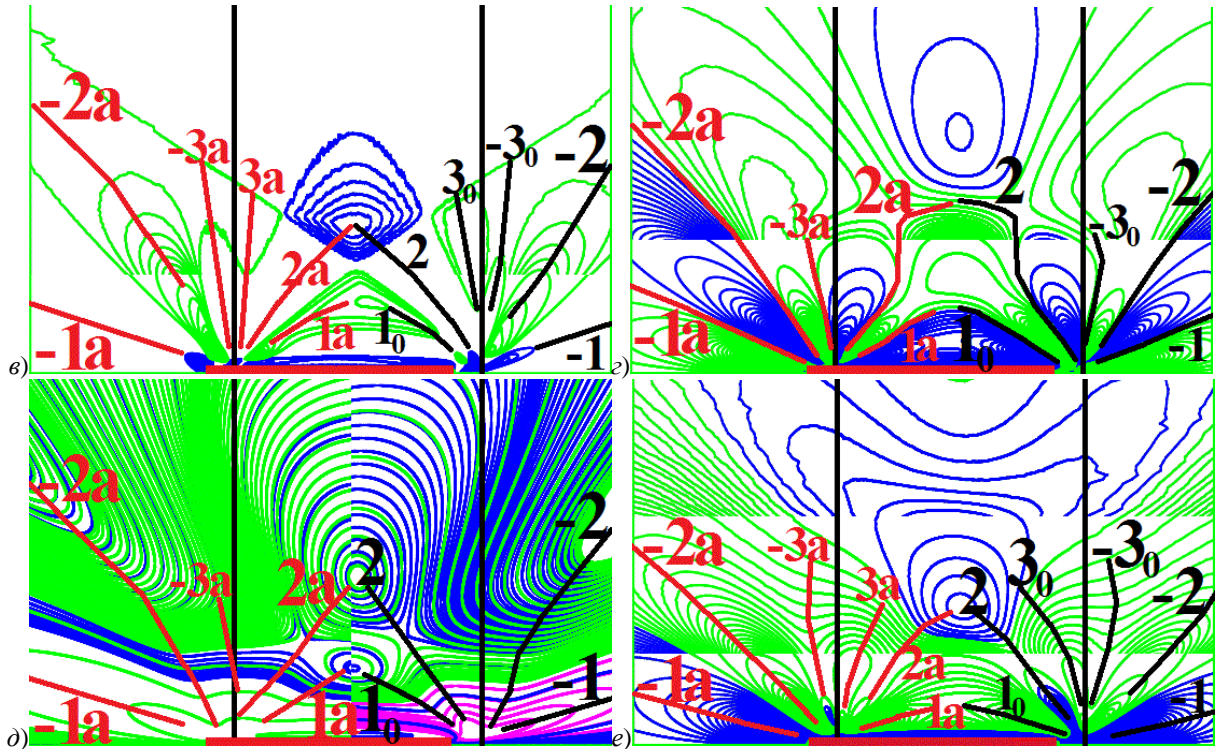
$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\nabla p + \frac{2}{Re} \Delta \mathbf{v} + \frac{A}{2Fr^2} S \frac{\mathbf{g}}{g},$$

записанной в декартовой системе координат (X, Y) (СК2), начало которой совпадает с центром пластины, где ρ – плотность подсоленной воды, Y – вертикальная прямая, $\mathbf{v}(u, v)$ – вектор скорости, S и p – возмущения плотности и давления, \mathbf{g} – ускорение свободного падения, N_b и $\Lambda = g/N_b^2$ – частота и масштаб плавучести жидкости, $A = \Lambda/d$ – отношение масштабов, ∇ и Δ – операторы Гамильтона и Лапласа. Эта задача характеризуется четырьмя параметрами: $T_b = 2\pi/N_b$ – период плавучести жидкости, $Fr = U/(N_b \cdot d)$ – внутреннее число Фруда, $Re = U \cdot d/\nu$ – число Рейнольдса, $Sc = \nu/k = 709.2$ – число Шмидта, где ν и k – коэффициенты кинематической вязкости воды и диффузии соли, которой и стратифицируют воду, t и T – время, безразмерное на $f = d/(2U) = 1/(2Fr \cdot N_b)$ и на T_b , соответственно. Расчеты проводились на вычислительных ресурсах Центра коллективного пользования (ЦКП) ИПМ им. М.В. Келдыша РАН при помощи численного метода МЕРАНЖ с явной гибридной конечно-разностной схемой для аппроксимации конвективных членов уравнений (второй порядок аппроксимации, монотонность) [5] на сетке $[3000 \times 700]$, которая занимает область $[-148 < X < 509, -148 < Y < 148]$.



На рис. а–б показаны вихревые структуры течения при $T = 1.2$ (а) и 1.7 (б) для пластины длиной $L = 20 \cdot d$ при $Fr = 0.3$, $Re = 50$ ($T_b = 5.236$ с, $d = 1.18$ см): изолинии β_+ с шагами $2 \cdot 10^{-3}$ (в нижней половине рисунка) и $2 \cdot 10^{-4}$ (в верхней половине рисунка), где $\beta_+ = \beta \cdot \text{sign}(\omega)$ [2], $\omega = 0.5 \cdot \text{rot } \mathbf{v}$ – завихренность, $\text{sign}(\omega) = 1$ при $\omega \geq 0$, $\text{sign}(\omega) = -1$ при $\omega < 0$, β – мнимая часть комплексно-сопряженных собственных значений тензора градиента скорости [6]. Отрицательные изолинии показаны синим цветом.

ВИХРЕВЫЕ СТРУКТУРЫ ПОЛУВОЛН. Из-за стратификации рассчитанные поля скоростей при $y < 0$ и $y > 0$ симметричны относительно оси x . Поэтому вихревые структуры внутренних гравитационных полуволен длиной $\lambda = \pi Fr \cdot d$ около пластины на рис. *a–x* приведены только при $y > 0$. На рис. *a–б* мы видим два пучка нестационарных внутренних полуволен, которые распространяются вдоль радиус-векторов от точек P и Q , соответственно. При $T = 1.2$ на рис. *a* над P зарождаются две полуволны $-3a$ и $3a$, а над Q – две околоосевые части полуволен 3 и -3 , обозначенные как 3_0 и -3_0 . При $T = 1.7$ на рис. *б* мы уже видим полноценные полуволны $-3a$, $3a$, 3 и -3 и зарождение полуволен $-4a$, $4a$, 4_0 и -4_0 . Обозначим середину отрезка $[P, Q]$ точкой O . На рис. *a–б* наблюдается симметрия картин внутренних волн относительно вертикальной прямой, проходящей через точку O . Поэтому симметричные полуволны над P и над Q имеют одинаковые номера и отличаются только буквой a .



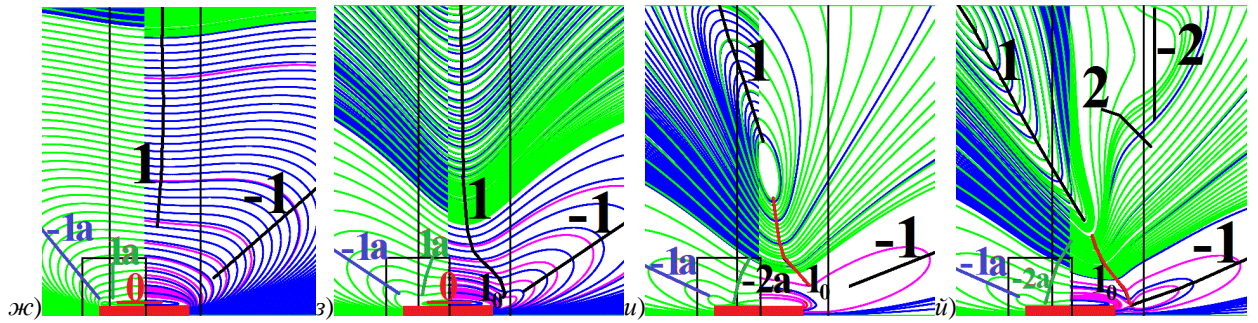
На рис. *в–г* приведены вихревые структуры внутренних гравитационных полуволен около пластины длиной $L = 20 \cdot d$ при $Fr = 0.3$, $Re = 50$, $T = 1.2$ ($T_b = 5.236$ с, $d = 1.18$ см): *в–г*, *е* – изолинии Liu с шагами $2 \cdot 10^{-3}$ (в нижней половине рисунка) и $4 \cdot 10^{-4}$ (в верхней половине рисунка) (*в*), $\partial S / \partial X$ с шагами $8 \cdot 10^{-7}$ (в нижней половине рисунка) и $8 \cdot 10^{-8}$ (в верхней половине рисунка) (*г*), ω с шагами $2.5 \cdot 10^{-7}$ (в нижней половине рисунка), $2.5 \cdot 10^{-8}$ (посередине) и $5 \cdot 10^{-9}$ (в верхней половине рисунка) (*е*); *д* – мгновенные линии тока в СК1. $Liu = 2 \cdot (\omega \mp \sqrt{\omega^2 - \beta^2})$, “-” при $\omega > 0$, “+” при $\omega < 0$ [4].

Картина изолиний Liu на рис. *в* практически повторяет картину изолиний $\beta+$ на рис. *a*. Сравним представленные на рис. *в–г* четыре способа визуализации внутренних полуволен. Полуволны $-1a$, $-2a$, $-3a$, $2a$, $1a$, 1_0 , 2 , -2 и -1 видны на всех рисунках. Полуволна -3_0 видна на рис. *в*, *г* и *е*. Полуволны $3a$ и 3_0 – на рис. *в* и *е*. То есть, при $T = 1.2$ линии тока в СК1 на рис. *д* не идентифицируют зарождающиеся полуволны $3a$, 3 и -3 . (Эти полуволны появятся в картинах линий тока позднее.) Таким образом, даже в двухмерном случае картины изолиний $\beta+$ и Liu лучше визуализируют вихревую структуру течения жидкости по сравнению с мгновенными линиями тока в СК1. Теневые картины (рис. *г*) и изолинии завихренности ω (рис. *е*) также можно использовать для визуализации полуволен.

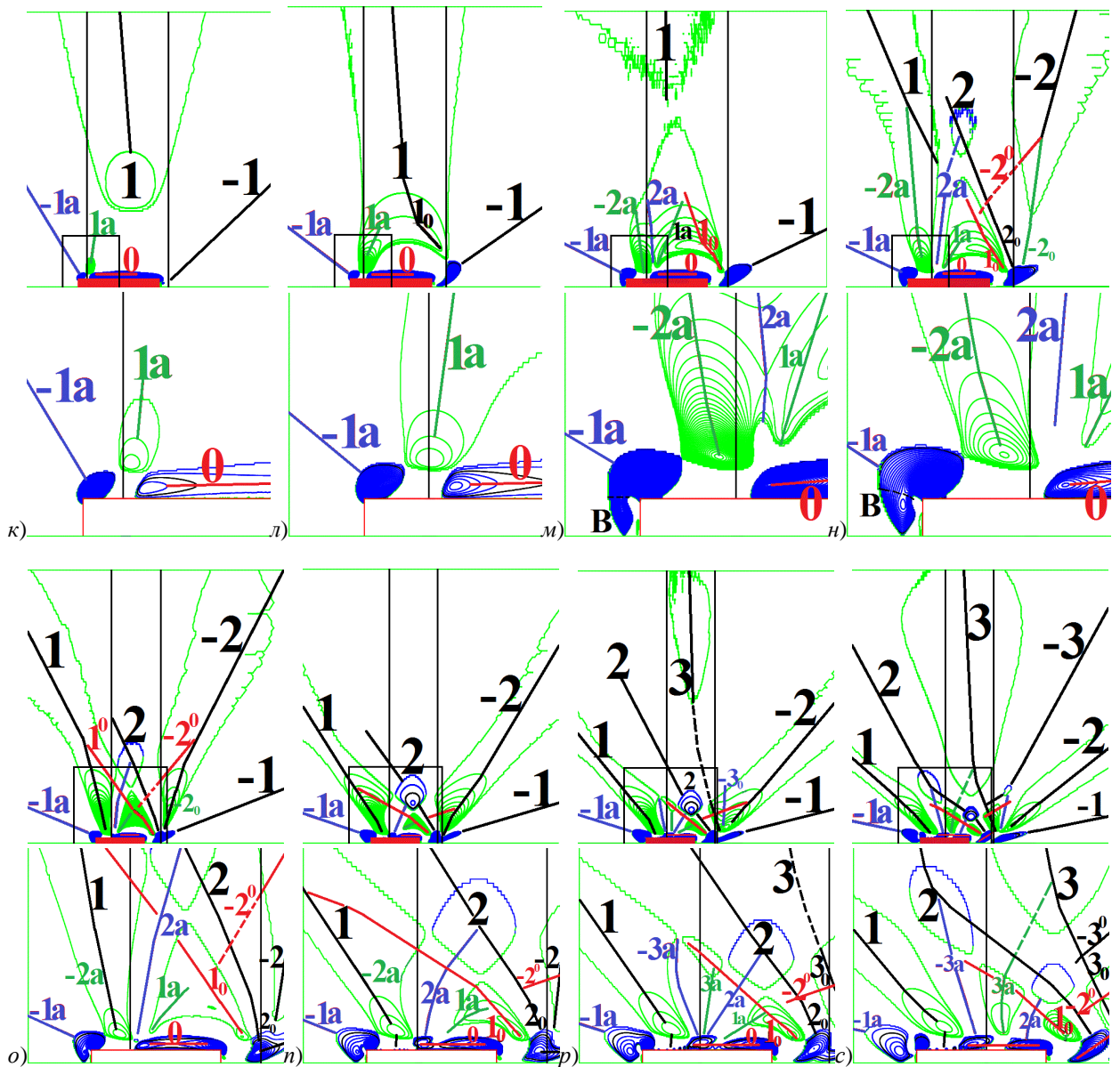
ВОЛНООБРАЗОВАНИЕ. Перед стартом пластины плотность подсоленной воды линейно увеличивается с глубиной. Сразу после старта тела ($T = 0.1$) формируется квазиэллиптическое движение жидкости над пластиной, заполняющее всё пространство при $y > 0$ (рис. *ж*). Жидкость над P и Q в СК1 движется по дуге квазиэллипса по часовой стрелке вниз. В результате идет перекачка более легкой жидкости под более тяжелую жидкость. Это приводит к *гравитационной неустойчивости жидкости* – силы плавучести стремятся вернуть более легкую жидкость вверх на ее уровень. В результате, дугообразные при $T = 0.1$ линии тока над P и Q при $T = 0.45$ становятся волнообразными. Таким образом, появляются левые полуволны впадин (**1a** и **1**) и соответствующие им правые полуволны гребней **0** и **-1** (рис. *з* и *м*), а также формируется полуволна гребней **-1a**. **1₀** – околоосевая часть полуволены **1**.

МЕХАНИЗМ ФОРМИРОВАНИЯ ВНУТРЕННИХ ПОЛУВОЛН МФВП-2D: 1) К моменту времени $0.5 \cdot T_b$ после старта тела в силу *гравитационной неустойчивости* к точке O приближается

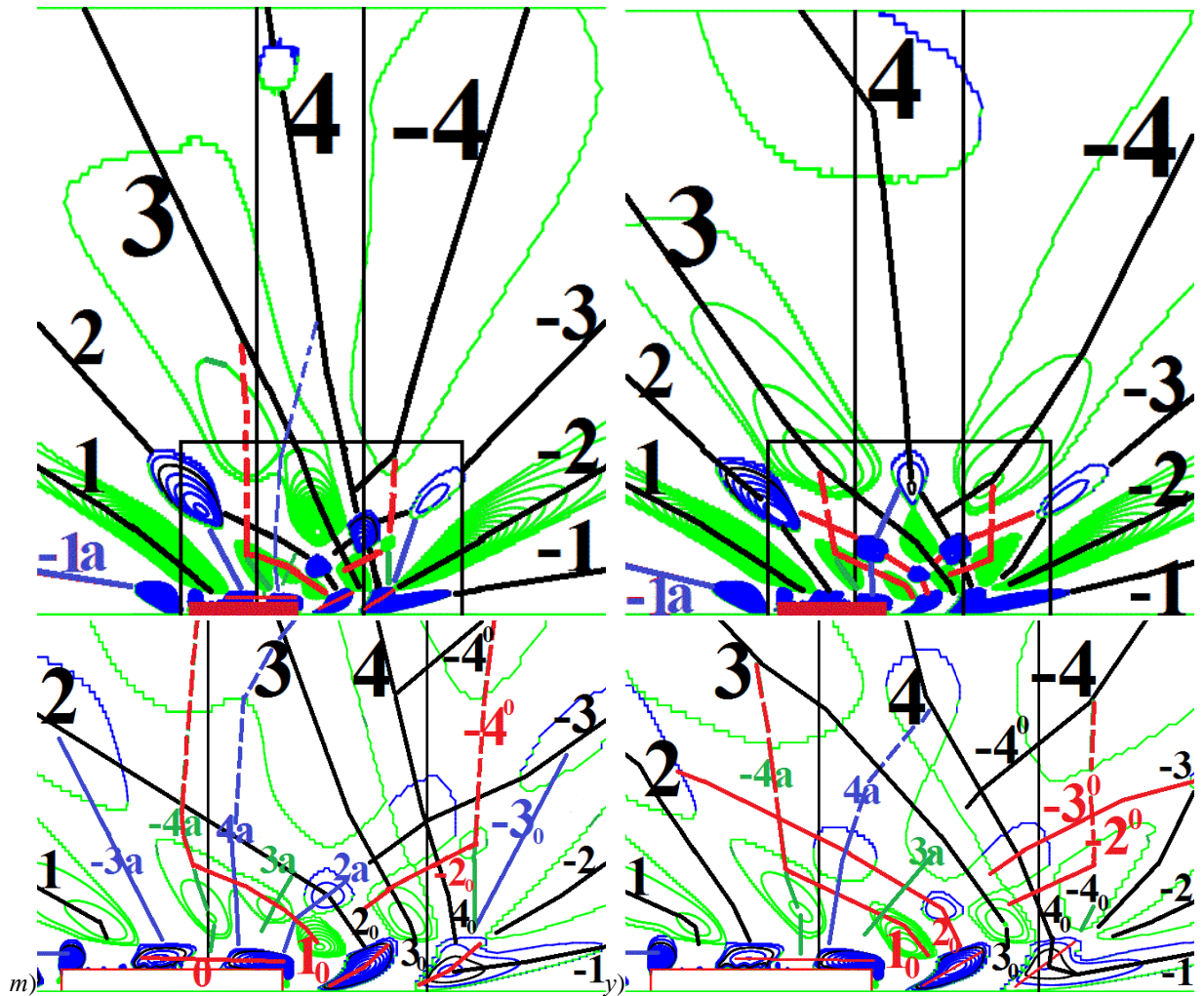
полуволна **1**, а над точками *P* и *Q* формируются две пары полуволн (**1a**, **0**) и (**1₀**, **-1**), соответственно (рис. ж-з и к-л). Попутно формируется полуволна гребней **-1a**. При $T = 0.45$ полуволна **1** как бы опирается на две «ноги»: **1a** и **1₀**.



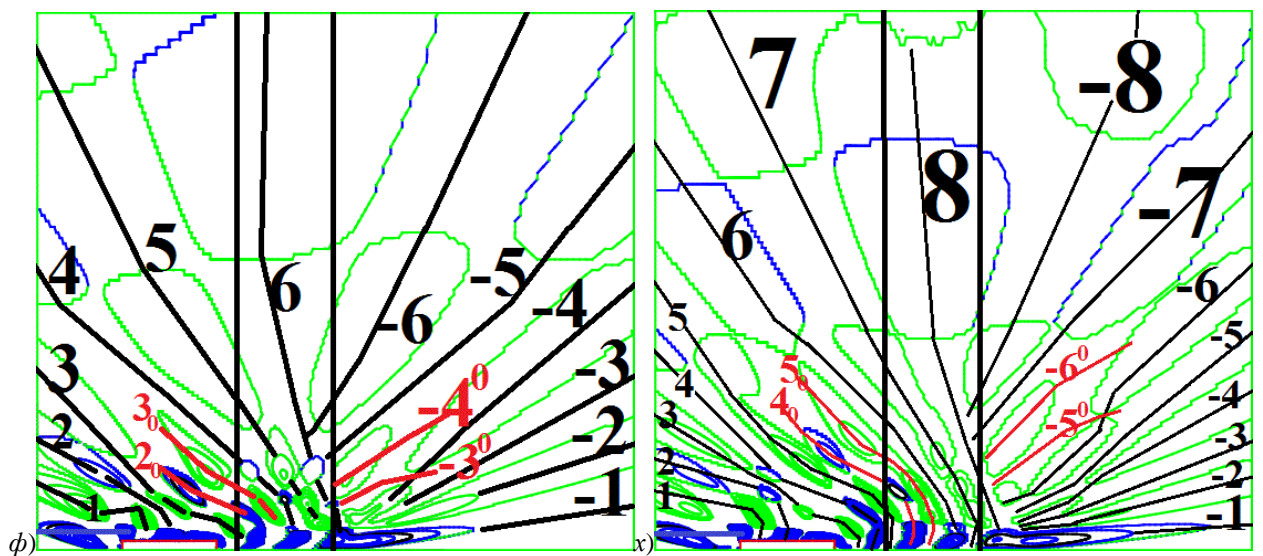
На рис. ж-й приведены мгновенные линии тока в СК1 около пластины длиной $L = 5d$ при $Fr = 0.3$, $Re = 50$ ($T_b = 2\pi$ с, $d = 1.29$ см) при $T = 0.28$ (ж), 0.45 (з), 0.67 (у), 0.75 (й).



На рис. к-с приведены вихревые структуры внутренних полуволн около пластины длиной $L = 5d$ при $Fr = 0.3$, $Re = 50$ ($T_b = 2\pi$ с, $d = 1.29$ см): изолинии β с шагами 0.0008, 0.004, 0.004, 0.008, 0.001, 0.002, 0.004, 0.008 (верхний ряд) и 0.04, 0.04, 0.004, 0.016, 0.04, 0.04, 0.04, 0.04 (нижний ряд) при $T = 0.28, 0.45, 0.67, 0.75, 0.8, 1.05, 1.2, 1.45$. В нижнем ряду показаны картины изолиний в квадратной области, обозначенной на рисунках верхнего ряда.



На рис. *m*-у приведены вихревые структуры внутренних полуволи около пластины длиной $L = 5d$ при $Fr = 0.3$, $Re = 50$ ($T_b = 2\pi$ с, $d = 1.29$ см): изолинии $\beta+$ с шагами 0.001 (верхний ряд) и 0.04 (нижний ряд) при $T = 1.78, 2.05$.



На рис. ϕ - x приведены вихревые структуры течения около пластины длиной $L = 5d$ при $Fr = 0.3$, $Re = 50$ ($T_b = 2\pi$ с, $d = 1.29$ см): изолинии $\beta+$ с шагом 0.01 при $T = 3.05, 4.05$.

2) При $T > 0.5$ периодически (каждые $0.5 \cdot T_b$) над Q генерируются две пары полуволи ($k, -k$) и ($k_0, -k_0$), где $k = 2, 3, 4, \dots$; k_0 и $-k_0$ появляются в небольшой окрестности Q , а k и $-k$ – высоко над Q , левые концы полуволи $-k$ обозначим как $-k^0$ (рис. *u*-*й*, *m*-*х*); новорожденные полуволи $-k$ имеют две «ноги»: $-k^0$ и $-k_0$.

3) При $0.5 < T \leq 0.5 \cdot k_P$ периодически (каждые $0.5 \cdot T_b$) над P генерируются две полуволны $-ka$ и ka , где $k = 2, \dots, k_P$, $(L\lambda - 2) \leq k_P \leq (L\lambda - 1)$ (рис. u - \dot{y} , m - y); у новорожденной полуволны k – две «ноги»: ka и k_0 .

4) При $0.5 < T \leq 0.5 \cdot k_P$ «нога» $(k-1)a$ периодически (каждые $0.5 \cdot T_b$) заменяется «ногой» $-ka$, где $k = 2, \dots, k_P$ (рис. u - \dot{y} , m - y), то есть после этой замены полуволна $(k-1)$ имеет две «ноги»: $(-ka, (k-1)_0)$, затем «нога» $(k-1)_0$ отрывается от полуволны $(k-1)$.

5) При $T > 0.5$ k_0 и $-(k+1)_0$ периодически отрываются от полуволн k и $-(k+1)$, соответственно, где $k = 1, 2, 3, \dots$, то есть «ноги» $-(k+1)a$ и $-(k+1)_0$ становятся околоосевыми частями полуволн k и $-(k+1)$, соответственно.

6) При $T > (k_P - 1.5)$ «ноги» k_0 и $-(k+1)_0$ периодически присоединяются к полуволнам $k+2$ и $-(k+3)$, соответственно, где $k = 1, 2, 3, \dots$, то есть k_0 и $-(k+1)_0$ становятся околоосевыми частями полуволн $(k+2)$ и $-(k+3)$, соответственно.

Таким образом, пластина постепенно «приклеивает» к своей поверхности левые полуволны $1, 2, \dots, (k_P - 2)$, что создает два анклава из $(k_P - 2)$ оторванных коротких полуволн («ног»), дрейфующих над точками P и Q , соответственно.

Например, для $L = 5 \cdot d$ и $Fr = 0.3$ на рис. $ж$ - $х$: $(L/\lambda - 1) = (5/(\pi \cdot 0.3) - 1) \approx 4.3$. Следовательно, $k_P = 4$. При $T = 0.45$ полуволна 1 как бы опирается на две «ноги»: $1a$ и 1_0 (рис. $з$ и $л$). При $0.5 < T \leq 1$ между полуволнами $1, 1_0$ и -1 над Q появляются полуволны 2 и $-2, 2_0$ и -2_0 . Из-за этого полуволна 1 наклоняется влево, а полуволна -1 – вниз. В тоже время, при $0.5 < T \leq 1$ между полуволнами $1a$ и $-1a$ над P появляются полуволны $2a$ и $-2a$. В результате «нога» $1a$ трансформируется в «ногу» $-2a$ (рис. $и$ и $м$). При $T = 0.8$ полуволна 1 опирается уже только на «ногу» $-2a$, а «нога» 1_0 уже оторвалась от полуволны 1 (рис. $о$).

При $T = 0.8$ полуволна 2 стоит на двух «ногах» $2a$ и 2_0 (рис. $о$). А при $T = 1.45$ наклоненная полуволна 2 «протягивает» две «ноги» $-3a$ и 2_0 (рис. $с$). При $T = 2.05$ полуволна 2 опирается уже только на «ногу» $-3a$, а нога 2_0 уже оторвалась от полуволны 2 (рис. $у$). При $T = 1.45$ полуволна 3 стоит на двух «ногах» $3a$ и 3_0 (рис. $с$). А при $T = 2.05$ наклоненная полуволна 3 «протягивает» две «ноги» $-4a$ и 3_0 (рис. $у$). При $T = 2.55$ полуволна 3 через «ногу» $-4a$ соединяется с «ногой» 1_0 (рис. $ф$). На этом заканчивается этап *присоединения* левых полуволн, сформированных над Q , к пластине. Следующим этапом будет *дрейф* двух оторванных «ног» слева направо в СК2. Сначала этими «ногами» будут 2_0 и 3_0 . Потом при $3.1 \leq T \leq 3.3$ «нога» 4_0 оторвется от полуволны 4 , «нога» 2_0 соединится с полуволной 4 . В результате, оторванными станут «ноги» 3_0 и 4_0 . И так далее.

В тот же промежуток времени $0.8 \leq T \leq 3.3$ на правом фланге течения происходит следующее. В результате формирования полуволн 3_0 и -3_0 в левом краю полуволны -2 при $1.2 \leq T \leq 1.45$ этот край (часть полуволны 3_0) отрывается от полуволны -2 , формируя первую часть оторванной полуволны -2^0 (рис. p - $с$). Во время формирования полуволн -4_0 и 4_0 при $1.78 \leq T \leq 2.05$ зарождаются вторая часть оторванной полуволны -2^0 (нижняя часть полуволны -4_0) и первая часть оторванной полуволны -3^0 (часть полуволны 4_0) (рис. m - y). Таким образом, при $T = 2.05$ сформировался первый состав «двух дрейфующих ног» (-2^0 и -3^0) на правом фланге течения.

Стоит отметить мозаичный характер картины внутренних волн на рис. $ф$ - $х$, который может надомнить на другие траектории внутренних волн, то есть можно по-другому соединить соседние вихревые ячейки одного цвета на рис. $ф$ - $х$. Во избежание этой ошибки желательно сверится с теневой картиной внутренних волн (картиной изолиний $\partial S/\partial X$).

В заключении этого раздела хочу отметить три обстоятельства в проделанной мной работе. 1) Сначала я исследовал формирование течения около пластины длиной $5 \cdot d$ (рис. $ж$ - $х$), где симметрия картины течения относительно вертикальной прямой, проходящей через точку O , не так очевидна, как для пластины длиной $20 \cdot d$ (рис. a - e), которой я занялся позднее. Почти идеальная симметрия течения на рис. a - e сильно поразила меня. 2) Я долго исследовал развитие неустойчивости над точкой P , изучая динамику картин мгновенных линий тока в СК1, и, сравнивая её с динамикой картин изолиний $\beta+$. В результате, я заметил в динамике линий тока очень слабое волнообразование там, где изолинии $\beta+$ чётко визуализируют рождение новых полуволн. 3) Я часто менял способы нумерации полуволн над точкой P , что также замедляло и запутывало эти исследования.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВИХРЕВОЙ ОБЛАСТИ, ПРЕДЛОЖЕННОЕ С. LIU [3–4]. Физический смысл завихренности $\omega = 0.5 \cdot \text{rot } \mathbf{v}$ – угловая скорость вращения сплошной среды. Для течения на рис. $ц$ (справа) по определению

$$\omega = 0.5 \cdot (\partial v/\partial x - \partial u/\partial y) = 0.5 \cdot (e + (e + s)) = \underline{0.5 (\Omega_{\min} + \Omega_{\max})}.$$

То есть ω – это среднее арифметическое максимальной и минимальной угловых скоростей вращения жидкости.

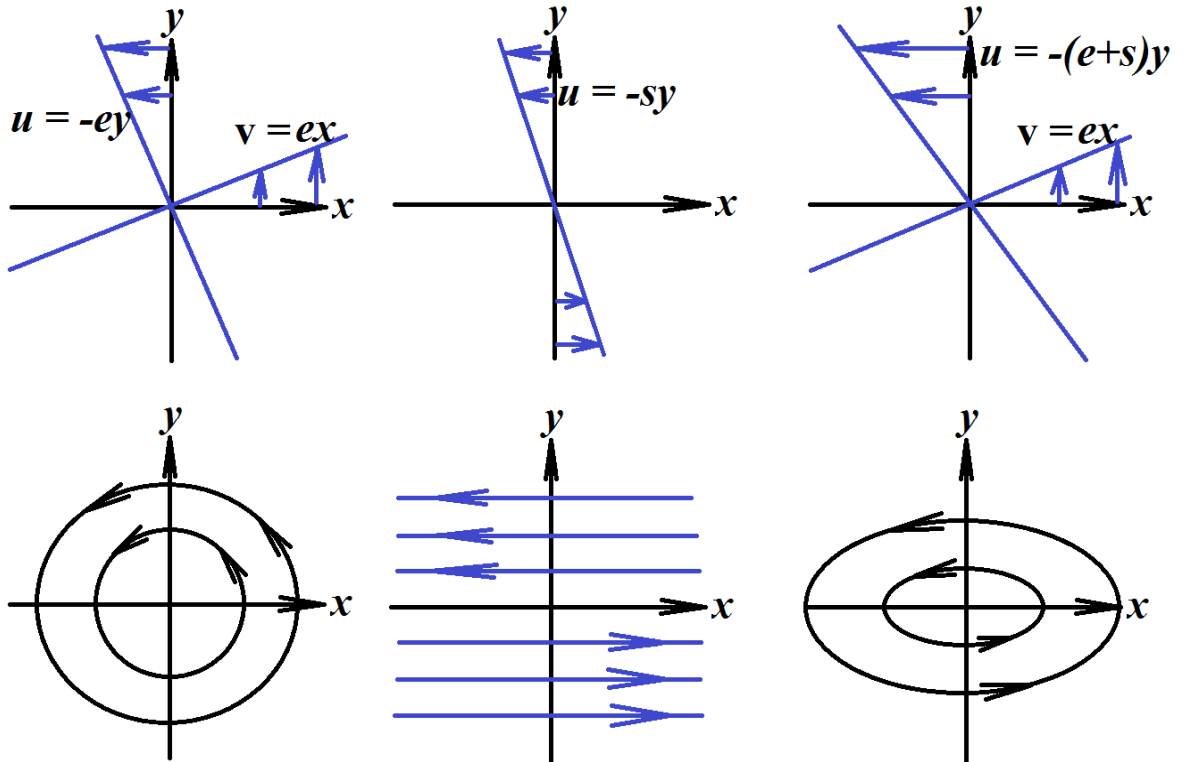
На эллиптической траектории частиц сплошной среды вокруг начала M системы координат в правой части рис. $ц$ по два раза попадают точки с минимальной и максимальной угловыми скоростями вращения жидкости вокруг точки M . Опираясь на эти знания, напишем уравнение (1) для мгновенной угловой скорости

$$\Omega = \dot{\theta} = \omega + 0.5s \cdot \sin(2\theta - 0.5\pi), \text{ где } \theta \text{ отсчитывается от оси } x. \quad (1)$$

И, правда, если подставить в уравнение (1) $\theta = 0, \pi/4$ и $\pi/2$, то мы получим значения

$$\Omega = (\omega - 0.5s) = e = \Omega_{\min}, \omega \text{ и } (\omega + 0.5s) = e + s = \Omega_{\max},$$

которые согласуются с угловыми скоростями на эллипсе в правой части рис. 4.



ц) "чистое" вращение + сдвиговое течение = эллиптическое течение

На рис. 4 приведено схематическое представление двух составляющих эллиптического вращательного течения сплошной среды, перерисованное с рис. 7 из [4], где $e > 0$, $s > 0$.

Зафиксируем в течении жидкости некоторую точку M . Тогда, если в этой точке мнимая часть β комплексно-сопряженных собственных значений тензора градиента скорости не равна нулю, то в системе координат (x_1, y_1) (СК3), двигающейся в СК2 со скоростью жидкости в точке M , наблюдается вращение жидкости вокруг M по квазиэллиптической орбитам и β – усредненная по времени угловая скорость вращения жидкости [6–7]. Очевидно, что на этих орбитах существуют некоторые неизвестные нам минимальная Ω_{\min} и максимальная Ω_{\max} угловые скорости вращения среды. Пусть две Ω_{\min} лежат на оси ζ , а две Ω_{\max} – на оси η , пусть угол θ отсчитывается от оси x_1 , φ – угол между осями ζ и x_1 . Тогда, исходя из того, что на эллиптической траектории частиц сплошной среды по два раза попадают точки с Ω_{\min} и с Ω_{\max} , получим уравнение (2), аналогичное уравнению (1),

$$\theta = \omega + E \cdot \sin(2(\theta - \varphi) - 0.5\pi) = \omega + E \cdot \sin(2\theta - \psi), \quad \text{где } \psi = 2\varphi + 0.5\pi, \quad (2)$$

$\omega = 0.5 \cdot (\Omega_{\max} + \Omega_{\min})$, $E = 0.5 \cdot (\Omega_{\max} - \Omega_{\min})$ – амплитуда колебаний Ω .

$$\beta \approx \frac{2\pi}{T_n} [6-7], \quad T_n = \int_0^{T_n} dt = \int_0^{2\pi} \frac{1}{\dot{\theta}} d\theta = \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{\omega + E \sin(2\theta - \psi)} = \dots = \frac{2\pi}{\sqrt{\Omega_{\min} \cdot \Omega_{\max}}} \quad [4],$$

где T_n – время обхода эллипса жидкостью.

Таким образом, $\beta = \sqrt{\Omega_{\min} \cdot \Omega_{\max}}$ – это среднее геометрическое максимальной и минимальной угловых скоростей вращения жидкости.

$$\begin{cases} \beta = \sqrt{\Omega_{\max} \cdot \Omega_{\min}} \Rightarrow \beta^2 = \Omega_{\min} (2\omega - \Omega_{\min}) \Rightarrow \Omega_{\min}^2 - 2\omega\Omega_{\min} + \beta^2 = 0 \Rightarrow \\ 2\omega = \Omega_{\max} + \Omega_{\min} \end{cases}$$

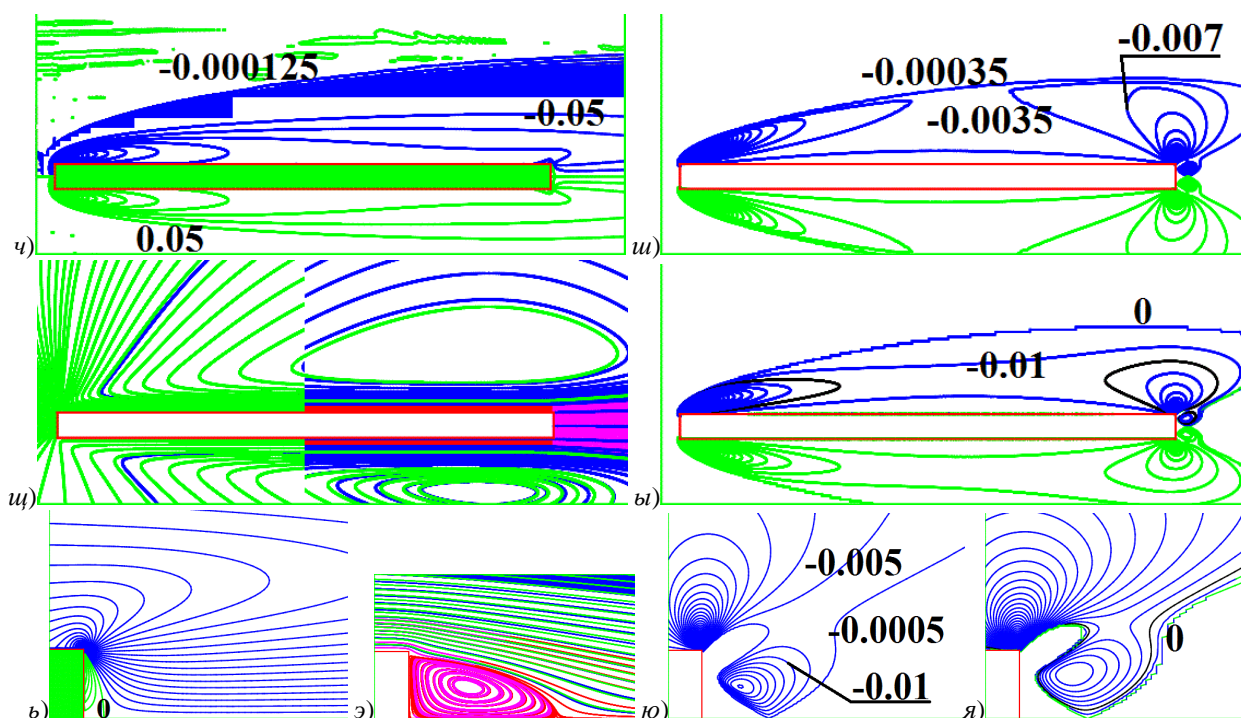
$$\Omega_{\min,12} = \omega \pm \sqrt{\omega^2 - \beta^2} = \omega \pm E, \quad \text{где } 0 \leq E = \sqrt{\omega^2 - \beta^2} \leq \omega \Rightarrow$$

$$\Omega_{\min} = \omega - E, \quad \text{если } \omega > 0; \quad \Omega_{\min} = \omega + E, \quad \text{если } \omega < 0.$$

$$Liu = 2 \cdot \Omega_{\min} = 2 \cdot (\omega \mp \sqrt{\omega^2 - \beta^2}), \quad \text{"-" при } \omega > 0, \quad \text{"+" при } \omega < 0 [4].$$

Таким образом, если средняя арифметическая угловая скорость эллиптического вращения (ω) положительная, то для получения угловой скорости «чистого вращения» (Ω_{\min}) из ω вычитается угловая скорость $E = \sqrt{\omega^2 - \beta^2}$ сдвигового течения.

Определение вихревой области Liu : «Все точки течения жидкости и газа, в которых $\beta > 0$, составляют вихревую область течения Liu . Для визуализации вихревых структур в этой области строятся изолинии функции Liu (рис. u , ν)».



На рис. $ч-я$ приведена вихревая структура течения однородной вязкой жидкости около пластины длиной $L = 20 \cdot d$ при $Fr=100$, $Re = 50$, $T = 0.12$ ($T_b = 5.236$ с, $d = 0.65$ мм): $ч-ш$, $ы-ь$, $ю-я$ – изолинии ω с шагами 0.05 и $1.25 \cdot 10^{-4}$ (вверху) ($ч$) и 0.01 ($ь$), Liu с шагами $3.5 \cdot 10^{-3}$ ($ш$) и $5 \cdot 10^{-3}$ ($ю$), $\beta+$ с шагами 0.01 ($ы$) и 0.005 ($я$); $ц$, $э$ – мгновенные линии тока в **СК1** ($ц$) и в **СК2** ($э$). $\omega_{\max} = 12.5$, $Liu_{\max} = 9.22$, $\beta_{\max} = 6.77$.

Картины изолиний функций ω , Liu и $\beta+$ и мгновенных линий тока в **СК1** дают вихревую оболочку пластины (рис. $ч-ь$). Границы вихревой оболочки течения на рис. $ч-ш$, $ы$ определяются изолиниями $\omega_0 = \omega_{\max} \cdot 10^{-5}$, $Liu_0 = \pm 0.1 \cdot \delta Liu$ и $\beta_0 = 0$, соответственно, где δLiu – шаг изолиний Liu . Вихревая область ω простирается далеко направо до внешней границы расчетной области. Поэтому картина изолиний ω **сильно переопределяет** вихревую область течения по сравнению с картинами изолиний Liu и $\beta+$. Другим недостатком ω -визуализации является её неспособность идентифицировать рециркуляционную зону за тыльной стороной пластины (сравните рис. $ь$ с рис. $э-я$).

Над центром пластины на рис. $ч-ь$, очевидно, есть сдвиговое течение: на рис. $ы$ – $|\beta+|/\beta_{\max} < 0.02/6.77 \approx 3 \cdot 10^{-3}$, а на рис. $ш$ – $|Liu|/Liu_{\max} < 3.5 \cdot 10^{-3}/9.22 = 3.8 \cdot 10^{-4}$. То есть, в этой задаче картины изолиний Liu и β над центром пластины различаются: Liu -визуализация **удаляет сдвиговое течение над центром пластины**.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ. В [2] описан пространственный механизм формирования полуволн (**МФПВ**) при равномерном движении короткого диска (цилиндра) в покоящейся подсоленной воде в горизонтальном направлении вдоль оси x симметрии диска. В сильно укороченном виде этот **МФПВ** состоит в следующем. В силу гравитационной и сдвиговой неустойчивостей над местом Q старта тыльной стороны тела периодически (каждые $0.5 \cdot T_b$) генерируются две гравитационные внутренние полуволны (левая и правая). В результате, левые полуволны занимают всё пространство между тыльной частью тела и точкой Q . В настоящей работе **МФПВ**, описанный в [2], был существенно дополнен для тела, у которого $L/\lambda \geq 3$. При $L/\lambda \geq 3$ над местом P старта передней стороны тела также периодически генерируются две гравитационные внутренние полуволны (левая и правая) (рис. a для $L = 20 \cdot d$). Если над Q неустойчивость жидкости происходит во всем пространстве, то есть имеет глобальный характер, то над точкой P неустойчивость носит локальный характер, то есть происходит при $y < L$. В результате, при $L/\lambda \geq 3$ **МФПВ** значительно усложнился по сравнению с **МФПВ**, описанным в [2].

Новое определение вихря, предложенное $S. Liu$ [3–4], в настоящей работе было применено для визуализации вихревой структуры течения как однородной, так и стратифицированной вязкой жидкости около пластины. В настоящей работе приведено ясное описание сути этой новой Liu -визуализации, в которой из завихренности удаляется её сдвиговая компонента [4]. Проведено сравнение Liu -визуализации с другими методами визуализации течений в задаче обтекания пластины как однородной, так и стратифицированной вязкой жидкостью. Было установлено, что при визуализации внутренних волн в

подсоленной воде картина изолиний *Liu* практически не отличается от картины изолиний $\beta+$. Но для чистой воды (однородной вязкой жидкости) *Liu*-визуализация реально **удаляет сдвиговое течение над центром пластины**.

Данные исследования были предприняты в связи с необходимостью понимания фундаментальных принципов формирования вихревой структуры океанических и атмосферных течений, создаваемых движущимися объектами. Зная эти принципы, можно управлять процессом формирования этих структур.

ЛИТЕРАТУРА.

1. J. Boussinesq. Essai sur la théorie des eaux courantes. Comptes rendus de l'Académie des Sciences, 1877, 23, 1-680.
2. П.В. Матюшин. Формирование пространственных внутренних волн за телом, движущимся в стратифицированной вязкой жидкости. Известия РАН. Механика жидкости и газа, 2023, №4, с.117-130.
3. S. Tian, Y. Gao, X. Dong, C. Liu. Definition of vortex vector and vortex. J. Fluid Mech., 2018, 849, 312-339.
4. Y. Wang, Y. Gao, J. Liu, C. Liu. Explicit formula for the Liutex vector and physical meaning of vorticity based on the Liutex-Shear decomposition. Journal of Hydrodynamics, 2019, 31 (3), 464-474.
5. О.М. Белоцерковский, В.А. Гущин, В.Н. Коньшин. Метод расщепления для исследования течений стратифицированной жидкости со свободной поверхностью. ЖВМ и МФ, 1987, т. 27, №4, с.594-609.
6. J. Jeong, F. Hussain. On the identification of a vortex. J. Fluid Mech., 1995, 285, 69-94.
7. Л.С. Понтрягин. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1974, 331 с.

ИССЛЕДОВАНИЕ СВОБОДНО-КОНВЕКТИВНОГО ДВИЖЕНИЯ РАБОЧЕЙ ГАЗОВОЙ СМЕСИ ВО ВРЕМЯ-ПРОЕКЦИОННОЙ КАМЕРЕ MPD/NICA

М.А. Медведева^{1,2}, А.С. Федотов¹, С.А. Мовчан¹

¹НИУ «Институт ядерных проблем БГУ», Минск

²Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Важной частью научной программы Объединенного института ядерных исследований (ОИЯИ, г. Дубна, Россия) является создание и введение в эксплуатацию нового ускорительного комплекса NICA (The Nuclotron-based Ion Collider fAcility)[1], использующего Нуклотрон в качестве предускорительного кольца. Цель NICA – исследование свойств ядерной материи в условиях экстремальной плотности и температуры. Коллайдер NICA имеет две точки пересечения пучков, что позволяет установить два детектора и проводить два эксперимента. Один из детекторов – Multi-purpose detector (MPD)[1] – будет способен выполнять высокоточную 3D-реконструкцию траекторий заряженных частиц и идентификацию последних, основанную на измерении времени пролета (Time-of-Flight detector, ToF) и калориметрии (Electromagnetic Calorimeter, ECal).

Основной трековый детектор MPD – время-проекционная камера (Time-projection chamber, TPC[2]). Для стабильной работы TPC критически важно обеспечить прецизионный контроль температуры рабочей газовой смеси. Изменение температуры влияет на дрейфовую скорость электронов, и, как следствие, искажает итоговое пространственно-временное разрешение детектора. Согласно предварительным оценкам из [2], допустимы температурные флуктуации до $\pm 0,25$ °C и $\pm 0,1$ °C для смесей Ar/CH₄ (90:10) и Ar/CO₂ (80:20), соответственно.

Рабочий газовый объем TPC ограничен системами считывания на торцах и двумя цилиндрами (рис. 1а). Конструкция корпуса TPC включает четыре цилиндрические оболочки из кевлара: C1, C2, C3, C4. Оболочки C1–C2 и C3–C4 попарно соединены между собой, пространство между ними заполнено азотом. Внутренний диаметр камеры TPC (оболочки C2) составляет 0,68 м, внешний диаметр (оболочки C3) – 2,66 м, а общая длина вдоль направления пучка – 3,26 м[2] (рис. 1б). Тонкий высоковольтный электрод по центру камеры расположен перпендикулярно оси пучка и создает поле, необходимое для дрейфа электронов.

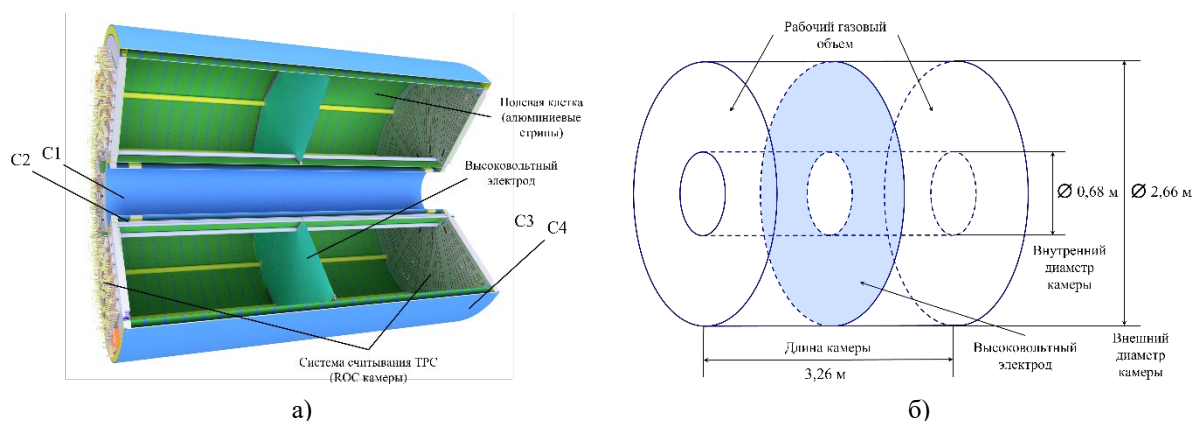


Рисунок 1. а) Модель TPC в разрезе; б) схема TPC с указанием характерных размеров камеры

Дестабилизация температуры рабочего газа есть следствие тепловыделения от детектирующей электроники в направлении объема TPC. Нейтрализовать с заданной точностью тепловую нагрузку от торцевой электроники системы считывания TPC и окружающих TPC детекторов позволит система охлаждения и термостабилизации детекторов TPC и ECal (Cooling and thermal stabilization system, CATSS).

Следует отметить, что одним из основных источников тепла может стать детектор ToF, который по круговому периметру окружает TPC. Между ToF и дрейфовым объемом располагается внешний тепловой экран CATSS, состоящий из панелей с вмонтированными в них охлаждающими трубками. Экспериментально установлена ключевая особенность внешнего теплового экрана: неравномерный тепловой контакт между его панелями и трубками с хладоносителем.

Тепловыделение от ToF, в случае отсутствия систем охлаждения, будет перераспределяться между системой охлаждения ECal и внешним тепловым экраном TPC через корпус ToF, свинцовые и полистироловые пластины детектора ECal, а также воздушные зазоры. Все это делает необходимым точную количественную оценку флуктуаций температуры внутри TPC для учета двух видов неоднородности – от тепловой нагрузки со стороны ToF и из-за неоднородного теплового сопротивления между трубками и пластинами термоскрена TPC.

На торцах TPC расположено по 12 трапециевидных ROC камер с плотно упакованной электроникой. Катод ROC камеры со считывающими площадками (пэдами) – пэддовая плоскость – это печатная плата, которая находится в непосредственном контакте с рабочим газом. В серии стендовых экспериментов по

термостабилизации пэдовой плоскости ROC камеры был определен вид распределения температуры на торцах TPC.

В рамках данного исследования был проведен численный расчет задачи о свободной конвекции газовых смесей Ar/CH₄ (90:10) и Ar/CO₂ (80:20) в TPC. Компьютерная модель учитывала следующие особенности:

- 1) неравномерное распределение тепловой нагрузки от ToF на оболочке C3 ввиду варьирующегося теплового сопротивления между трубками и поверхностью панели внешнего термозащитного экрана;
- 2) температурные профили на пэдových плоскостях ROC камер при оптимальном режиме охлаждения ROC камеры.

Свободно-конвективное движение газа описывалось системой гидродинамических уравнений в приближении Буссинеска.

Задача решалась с помощью open-source компьютерного кода nek5000[3], разработанного специально для высокопроизводительных вычислений и моделирования турбулентных течений методом ILES (Implicit Large-Eddy Simulation). Расчетная область представляла собой половину объема TPC и была дискретизирована сеткой из $5,8 \cdot 10^3$ гексаэдральных праввинтовых элементов 2-го порядка. Численное интегрирование уравнений движения по времени осуществлялось по схеме BDF2 с адаптивным временным шагом.

Для задания граничных условий для температуры на оболочке C3 – внешней границе камеры TPC – была проведена предварительная численная симуляция задачи о переносе тепла в многокомпонентной модели «ToF (источник тепла) – слой воздуха – внешний термозащитный экран – оболочка C4 – слой азота – оболочка C3 – рабочий газ». Полученные данные интерполированы функцией $F_{inter}(y, z)$ и использованы в данном исследовании.

На переднем торце поле температуры описывалось аналитически подобранной функцией $F_{analyt}(y, z)$, которая имитирует тепловыделение от 12 трапецевидных секторов ROC-камер. Оболочка C2 и высоковольтный электрод теплоизолированы. Все стенки камеры жесткие, скорость газа на них равна нулю. В начальный момент времени температура газа во всем объеме равна $T_{mean} = 293,5$ К и 293,35 К для Ar/CH₄ (90:10) и Ar/CO₂ (80:20), соответственно.

Расчет поставленной задачи проводился до установления стационарного режима конвекции. В результате были получены трехмерные распределения температуры, скорости и Q -критерия в камере TPC для газовых смесей Ar/CH₄ (90:10) и Ar/CO₂ (80:20).

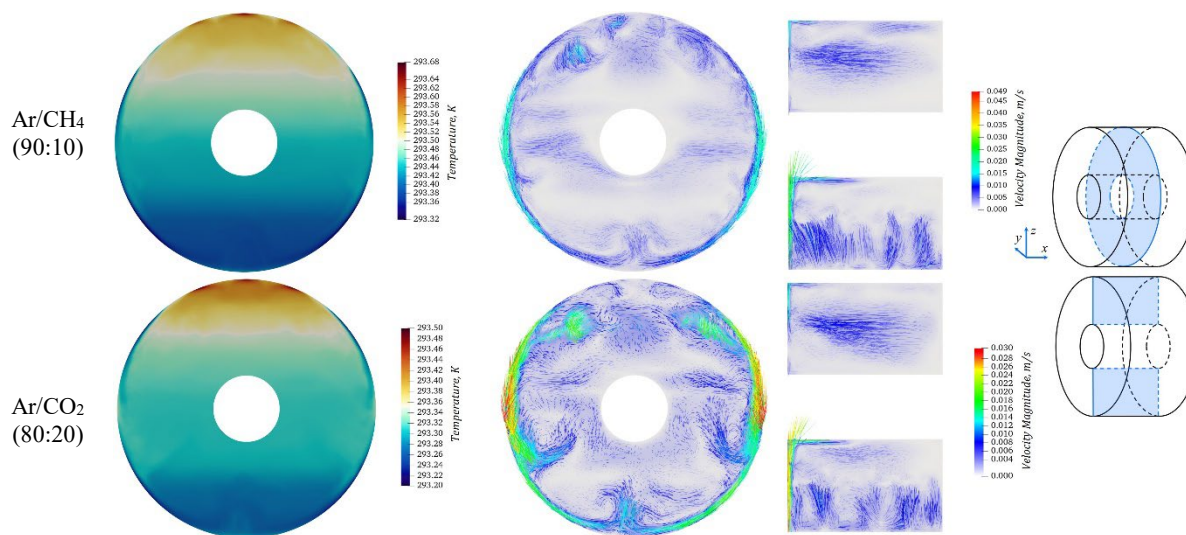


Рисунок 2. Двумерные срезы полей температуры и векторных полей скорости в плоскостях yz и xz для исследуемых газовых смесей

Рассчитанные амплитуды температурных флуктуаций составили $\Delta T = \pm 0,18$ °C в случае Ar/CH₄ (90:10) и $\Delta T = \pm 0,15$ °C в случае Ar/CO₂ (80:20); значения обусловлены дизайном и экспериментально установленными параметрами функционирования CATSS.

В режиме стационарной свободной конвекции температура в камере возрастает линейно с высотой в диапазоне $[T_{mean} - \Delta T, T_{mean} + \Delta T]$, за исключением граничных эффектов. Установлено, что основными факторами, дестабилизирующим температурное поле у границ камеры, является конвектирующий теплый

азот между оболочками С3 и С4 и тепловая нагрузка от торцевой считывающей электроники. По результатам работы предлагается учесть эффект локального перегрева у торца ТРС при калибровке треков электронов.

Анализ усредненного по времени поля скорости показал, что основное движение газовой смеси в камере ТРС сосредоточено в пограничных слоях, особенно у торца с детектирующей электроникой и вдоль оболочки С3, где скорость достигает 30–50 мм/с. В случае смеси Ar/CH₄ (90:10) устойчивые вихревые структуры сконцентрированы в верхней и нижней частях камеры; центральная область сравнительно однородна, что объясняется слабой силой плавучести, действующей в объеме. В Ar/CO₂ (80:20) циркуляция теплого газа более активна; образующиеся конвективные ячейки крупнее и проникают глубже в объем ТРС. Стоит отметить, что течение в пристеночном слое центральной части камеры определяется, в основном, нисходящим движением газовой смеси – то есть холодный газ стекает вдоль оболочки С3 книзу.

Работа выполнена в рамках темы ПТП ОИЯИ 02-0-1065-2007/2026 «Комплекс NICA: создание комплекса ускорителей, коллайдера и экспериментальных установок на встречных и выведенных пучках ионов для изучения плотной барионной материи, спиновой структуры нуклонов и легких ядер, проведения прикладных и инновационных работ» (контракт №100-04044).

ЛИТЕРАТУРА

1. Sissakian A. N., Sorin A. S., Kekelidze V. D. The MultiPurpose Detector – MPD to study Heavy Ion Collisions at NICA: Letter of Intent Version 1. Dubna: JINR, 2008. С. 97.
2. Time Projection Chamber for Multi-Purpose Detector at NICA Technical Design Report v.7. Joint Institute for Nuclear Research, 2019.
3. Nek5000 — Nek5000 documentation [Электронный ресурс]. URL: <https://nek5000.github.io/NekDoc/index.html> (дата обращения: 16.12.2025).

ПРОЦЕССЫ ПЕРЕНОСА В КАНАЛЕ С САМООРГАНИЗУЮЩИМИСЯ ВТОРИЧНЫМИ ТЕЧЕНИЯМИ

Н.И.Михеев, И.А.Давлетшин, Р.Р.Шакиров

Институт энергетики и перспективных технологий ФИЦ КазНЦ РАН, Казань

Наличие турбулентных пульсаций в некруглых прямых трубах приводит к появлению в осредненном поле скорости поперечных компонент, образующих вторичное течение Прандтля 2-го рода. Это гидродинамическое явление было обнаружено Прандтлем и Никурадзе в 20-е годы прошлого века по косвенным признакам искажения изотак усредненной осевой скорости в плоскости поперечного сечения канала. Современное состояние вопроса изложено в монографии [1] и статье [2]. В частности, согласно [2] вторичные течения возникают не только при обтекании внутренних и внешних углов каналов, но и при обтекании полос шероховатости. В конечном счете причиной вторичных течений Прандтля второго рода является неравномерность поля давления в поперечном сечении канала, инициированная неравномерностью генерации турбулентности по сечению.

Измерение векторных полей скорости во вторичных течениях – сложная задача. Ее сложность обусловлена относительной малостью скорости вторичного течения, которая обычно не превышает 4% от скорости основного течения. Пространственное и временное разрешение техники SIV [3] к настоящему времени достигли необходимого уровня для измерения не только осредненного течения, но и характеристик турбулентности, включая мелкомасштабную. В докладе будут представлены результаты исследования вторичных течений в прямоугольном диффузорном канале и в канале постоянного сечения в условиях пульсаций потока и при наличии полос дискретной шероховатости на широких стенках.

В рамках тезисов кратко изложим результаты исследований структуры течения и процессов переноса в канале с полосами шероховатости. Геометрия канала и дискретной шероховатости будет представлена в докладе, но основные пропорции понятны из фото на рис.1. Геометрия полос шероховатости варьировалась как по шагу выступов в полосе, так и по расположению полос в канале.

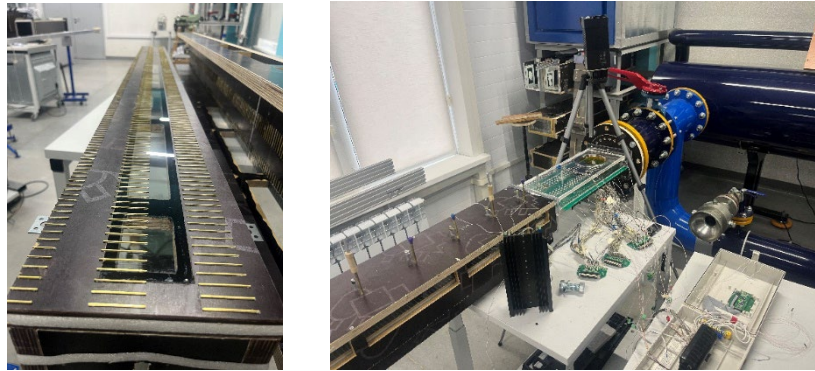


Рис. 1 Фото полос шероховатости (слева) и рабочего участка в составе установки

Весьма информативным для анализа структуры вторичного течения является поле осредненной поперечной w -компоненты (параллельно широкой стенке) скорости потока (рис.2). Как видно, в пристеночной зоне поперечная скорость составляет порядка 4% от средней скорости в канале и направлена от полосы шероховатости в сторону гладкой стенки. В центре шероховатой и гладкой полос направление w -компоненты меняется: здесь преобладает v -компонента. Направление вторичного течения с максимальной скоростью показано стрелками на рис.2.

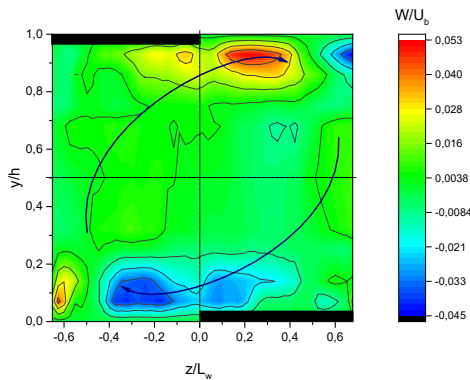


Рис.2. Распределение w -компоненты скорости при $Re=5800$; стрелками показано направление вторичного течения, жирные черные линии показывают положение выступов в полосе шероховатости; L_w – ширина полосы шероховатости

В докладе будет представлена полная информация о поле турбулентности в канале, о распределении генерации турбулентности по сечению канала, а также о коэффициентах гидравлического сопротивления и теплоотдачи в широком диапазоне чисел Рейнольдса. Установлено, что генерация турбулентности сосредоточена в пристеночной области, в основном над полосой шероховатости, где она в 5...6 раз больше, чем над гладкой полосой. Это и является первопричиной формирования вторичного течения, в пристеночной области направленного от полос шероховатости к гладким полосам.

Ниже приведены основные интегральные характеристики. Наибольший коэффициент теплогидравлической эффективности получен для случая с нанесением полос шероховатости только на одну широкую стенку плоского канала. Такой вариант канала интересен для некоторых схем систем охлаждения, когда интенсифицировать теплоотдачу нужно только со стороны одной из стенок канала. При полосах шероховатости на обеих широких сторонах канала лучшая эффективность получена при относительном шаге выступов в полосе $s/h=10$. Наибольший коэффициент эффективности достигается при $Re=4000$. Однако в этой области чисел Рейнольдса еще нет развитой турбулентности. При развитой турбулентности (число Рейнольдса порядка 10^4) прирост эффективности по отношению к гладкому каналу для исследованных конфигураций тоже очень высок – от 50 до 70 % (коэффициент эффективности 1,5...1,7). При $Re>10^4$ коэффициент эффективности монотонно снижается, но даже при $Re=10^5$ имеет еще весьма высокое значение 1,25...1,45.

В заключительной части доклада обсуждаются механизмы влияния вторичных течений на процессы переноса. Для канала с полосами дискретной шероховатости в дополнение к структуре потока и турбулентности важную информацию дают нам результаты тепловизионных измерений, на основе которых была получена информация о локальном коэффициенте теплоотдачи и локальной температуре теплообменной поверхности канала. Как и следовало ожидать, минимум локальной теплоотдачи соответствует центру гладкой полосы, но удивительно то, что этот минимум лишь менее чем на 10% ниже среднего уровня. В условиях подвода теплоты в опытах по закону $q=const$ между полосой шероховатости и гладкой полосой создается разность температур около 10% от температурного напора. Сформированное вторичное течение в пристеночной области направлено поперек полос шероховатости, что с учетом разности температур гладкой и шероховатой полос влечет формирование нового теплового пограничного слоя на гладкой полосе. Как

известно, на начальном участке теплового пограничного слоя существенно интенсифицируется теплоотдача, что выравнивает теплоотдачу по всей поверхности теплообмена. При этом условий для формирования нового динамического пограничного слоя не возникает. Само же искривление осредненных линий тока при относительной скорости вторичного течения всего лишь до 4% сравнительно невелико, поэтому и прирост сопротивления по сравнению с гипотетическим случаем отсутствия вторичных течений сравнительно невелик. С учетом отмеченных выше процессов крупномасштабная циркуляция теплоносителя, вызванная самоорганизующимся вторичным течением в канале с полосами шероховатости, в большей степени интенсифицирует теплоотдачу, чем увеличивает мощность на прокачку теплоносителя через канал с полосами шероховатости.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-19-00507-П, <https://rscf.ru/project/22-19-00507/>.

ЛИТЕРАТУРА

1. Корнилов В.И. Пространственные пристенные турбулентные течения в угловых конфигурациях/ Новосибирск: Издательство СО РАН, 2013.
2. Н.В.Никитин, Н.В.Попеленская, А.Stroh. Вторичные течения Прандтля 2-го рода. Проблемы описания, предсказания, моделирования //Известия РАН. МЖГ, 2021, №4).
3. Mikheev N. I. and Dushin N. S. A Method for Measuring the Dynamics of Velocity Vector Fields in a Turbulent Flow Using Smoke Image-Visualization Videos // Instruments and Experimental Techniques. 2016, Vol. 59, Issue 6, pp. 880–88.

ВОЗНИКНОВЕНИЕ ТУРБУЛЕНТНОСТИ В ГЛАДКОЙ ТРУБЕ И В ТРУБЕ С ВНЕЗАПНЫМ РАСШИРЕНИЕМ ПРИ МЕСТНОЙ ЗАКРУТКЕ ПОТОКА

Молочников В.М.^{1,2}, Пашкова Н.Д.^{1,2}, Ахметзянов А.К.²

¹Федеральный исследовательский центр «Казанский научный центр РАН», Казань

²Казанский национальный исследовательский технический университет им.А.Н.Туполева – КАИ, Казань

Закрученные потоки находят широкое применение в технике и вызывают пристальный интерес исследователей, о чем свидетельствует значительное количество монографий и публикаций различного уровня, посвященных этой проблеме [например, 1 – 3]. Особое внимание в этих работах занимают вопросы прецессии вихревого ядра и разрушения вихря [4]. Подавляющее большинство экспериментальных и численных исследований закрученных потоков выполнено для турбулентного режима течения. Изучение закрученных ламинарных течений немногочисленны. В одной из первых работ по изучению закрученных ламинарных течений в гладкой трубе [5] на основе эксперимента (визуализация течения) установлено, что закрутка потока, выполненная вращением секции трубы, снижает критическое число Рейнольдса, соответствующее потери устойчивости течения. В этой же работе на основе линеаризованной теории получена скорость уменьшения степени закрутки потока, которая хорошо согласуется с экспериментом. Определению закона затухания степени закрутки ламинарного потока в гладкой трубе посвящен целый ряд более поздних исследований [6 – 8], однако и в них отсутствует детальное изучение процессов ламинарно-турбулентного перехода. Отрыв потока является стимулирующим фактором возникновения турбулентности [9]. В отрывной области за внезапным расширением круглой трубы даже при сравнительно малых числах Рейнольдса может наблюдаться нарастание возмущений с последующим переходом к турбулентности. Влияние закрутки потока на процессы ламинарно-турбулентного перехода при отрыве потока практически не изучены. Немногочисленные исследования ламинарных закрученных отрывных течений выполнены при низких числах Рейнольдса и направлены на изучение прецессии вихря и его разрушения. При этом утверждается, что с точки зрения закономерностей разрушения вихря турбулентные или невязкие случаи имеют ту же физику, что и ламинарный режим [10].

В настоящей работе представлены результаты экспериментальных исследований развития структуры закрученного течения в гладком канале и в трубе с внезапным расширением за лопаточным завихрителем. Степень расширения трубы составляла $n = (D/d)^2 = 2.78$. Исследования проводились в диапазоне изменения числа Рейнольдса $Re = 240 \dots 1640$, рассчитанного по диаметру гладкой трубы d и среднерасходной скорости потока в ней. Для создания закрученного потока использовалось два варианта четырехлопаточного завихрителя. Угол установки лопаток во входном сечении обоих завихрителей составлял 0 градусов, а в выходном сечении у первого варианта завихрителя – 23, а второго – 45 градусов. Эксперименты проводились в специализированной установке. В качестве рабочей жидкости использовался водный раствор глицерина с массовым процентным содержанием последнего 56,3%. Эксперименты включали визуализацию течения и SIV измерения мгновенных векторных полей скорости потока. Для реализации техники SIV в рабочую жидкость вводились трассеры – полиамидные частицы диаметром 5 мкм. Все измерения выполнялись в световом ноже, формируемом лазером непрерывного действия. Основное внимание в уделялось проблеме возникновения турбулентности в исследуемых течениях.

По результатам измерений в гладкой трубе получено изменение степени закрутки потока S по ее длине для обоих вариантов завихрителя. Степень закрутки оценивалась как отношение момента количества движения рабочей жидкости к осевому количеству движения. При фиксированном расстоянии от завихрителя значение S увеличивается с ростом числа Рейнольдса. Установлено, что степень закрутки, рассчитанная по планарным измерениям профилей скорости в предположении осевой симметрии потока, в ближней области за завихрителем изменяется немонотонно при увеличении расстояния от завихрителя. С привлечением результатов прямого численного моделирования установлено, что причиной этого является формирование за завихрителем неравномерного поля скорости потока с четырьмя (по числу лопаток) зонами локальных максимумов скорости. С удалением от завихрителя поле скоростей постепенно выравнивается за счет вязких эффектов и в этой области хорошо согласуется с экспериментом.

Обнаружены признаки локального ламинарно-турбулентного перехода в окрестности оси трубы и в пристеночной области течения: резкий рост среднеквадратичных пульсаций скорости потока (рис.1, *a*) и перемежаемость в осциллограммах скорости (рис.1, *б*). На оси трубы эти признаки при установке первого варианта завихрителя наблюдаются, начиная с $Re = 1200$ при $x/d \approx 13.8$. С ростом числа Рейнольдса область начала проявления этих признаков смещается вверх по потоку в сторону завихрителя. В этой же конфигурации течения признаки локального ламинарно-турбулентного перехода в пристеночной области наблюдаются, начиная с $Re = 1500$, в нескольких областях, расположенных с некоторым шагом вдоль трубы. С увеличением степени закрутки потока (второй вариант завихрителя) обнаруженные признаки возникновения турбулентности проявляются при $Re = 800$, как на оси трубы (при $x/d \approx 15$), так и в пристеночной области течения. При $Re \geq 1200$ на оси канала обнаружены низкочастотные периодические пульсации скорости потока достаточно большой амплитуды (рис.2, *б*), которые могут свидетельствовать о прецессии вихря.

Выявлены физические механизмы ламинарно-турбулентного перехода в гладкой трубе за лопаточным завихрителем. На оси трубы локальная турбулизация потока вызвана неблагоприятным градиентом давления в осевом направлении, возникающим под влиянием разрежения в окрестности оси трубы, создаваемого действием центробежных сил. В пристеночной области центробежные силы подавляют турбулентность, поэтому локальный ламинарно-турбулентный переход вызван взаимодействием со стенкой следа за лопатками завихрителя вследствие его (следа) спиралевидного движения. По результатам этих исследований течения были выбраны длины каналов между завихрителем и внезапным расширением для обоих вариантов завихрителя.

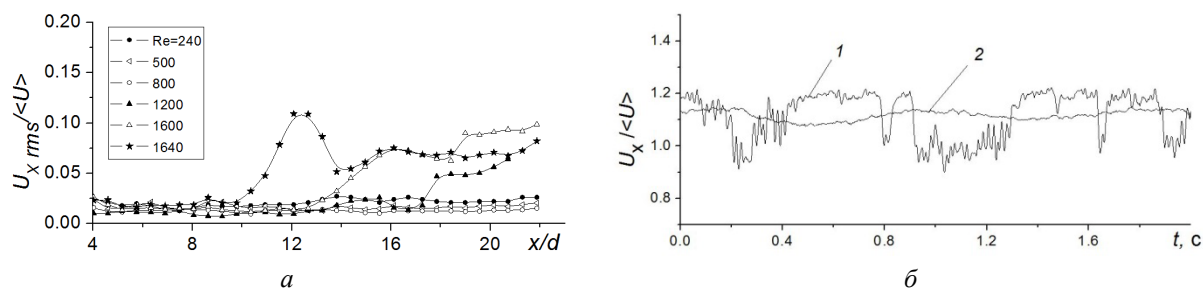


Рис.1. Изменение среднеквадратичных пульсаций продольной компоненты скорости вниз по потоку от первого варианта завихрителя на оси трубы (*a*) и осциллограммы пульсаций скорости при $Re = 1640$ на оси трубы (*б*): 1 – $x/d = 12$; 2 – 6.33

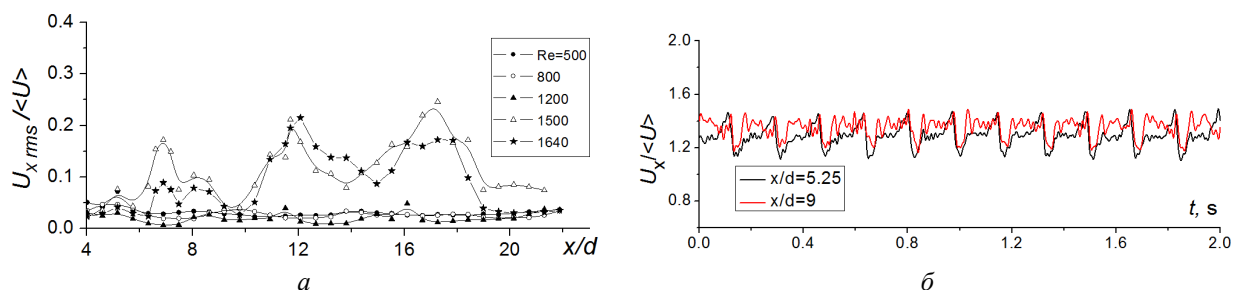


Рис.2. Изменение среднеквадратичных пульсаций продольной компоненты скорости вниз по потоку от первого варианта завихрителя в пристеночной области трубы (*a*) и осциллограммы пульсаций скорости при $Re = 1200$ на оси трубы за вторым вариантом завихрителя (*б*)

Получены основные закономерности эволюции структуры течения и процессов ламинарно-турбулентного перехода при отрыве закрученного потока в области внезапного расширения

осесимметричного канала. Предварительные исследования показали, что при отсутствии закрутки потока во всем исследуемом диапазоне чисел Рейнольдса во внезапном расширении сохраняется ламинарный режим течения.

Установлено, что в диапазоне чисел Рейнольдса $Re = 800 \dots 1200$ под действием закрутки потока (первый вариант завихрителя, $S = 0.11$) в области внезапного расширения формируется смещенная относительно оси канала зона торможения потока (зона дефекта скорости). Передний фронт этой зоны при $Re = 800$ расположен на расстоянии $x/h \approx 8$ и при $Re = 1200$ смещается вверх по потоку до $x/h \approx 4$ (рис.3, а). Здесь высота $h = (D - d)/2$. Эта зона имеет сложную пространственную структуру, а ее границы совершают низкочастотные колебания. Анализ характеристик течения в зоне торможения потока позволяет классифицировать ее как зону разрушения вихря. Однако выше по потоку признаков прецессии вихря ни по результатам визуализации течения, ни по характеру осциллограмм компонент скорости потока не обнаружено. При $Re = 1640$ ($S = 0.117$) смещенная относительно оси канала зона торможения уже не формируется, однако вблизи стенок канала в области присоединения потока формируются крупномасштабные вихревые структуры, которые периодически разрушаются на более мелкие вихревые образования и сносятся вниз по потоку. Выявлены признаки возникновения турбулентности – рост среднеквадратичных пульсаций скорости и появление перемежаемости в осциллограммах скорости потока. При $Re = 800 - 1200$ они локализуются вблизи переднего фронта зоны торможения потока, а при $Re = 1640$ – в окрестности границ переднего фронта крупномасштабных вихревых структур, формируемых на стенках канала. За зоной торможения ($Re = 800 \dots 1200$) и в тыловой части вихревых структур ($Re = 1640$) обнаружены области с признаками развитой турбулентности: в спектре пульсаций скорости имеет место хорошо определяемый инерционный интервал, в котором выполняется закон $-5/3$ (рис.3, б).

При установке второго варианта завихрителя зона резкого нарастания уровня пульсаций начинается при $Re = 500$ ($S = 0.13$) на расстоянии примерно $x/h = 10$ от внезапного расширения (рис.4, а). В этой зоне в

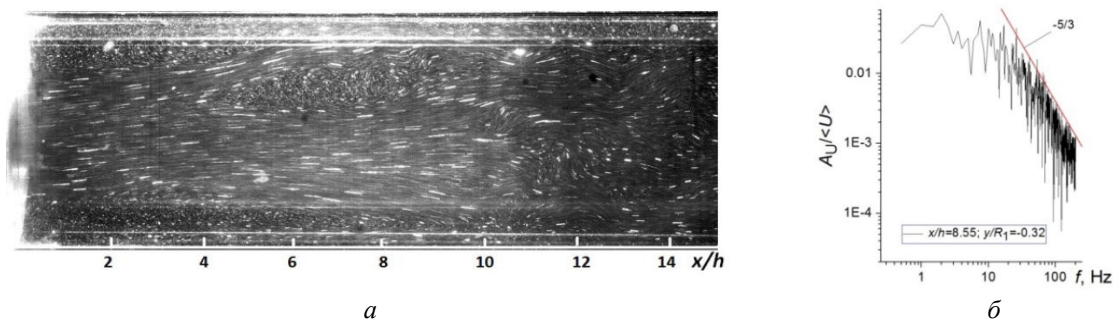


Рис.3. Зона торможения потока в области внезапного расширения канала за первым вариантом завихрителя при $Re = 1200$ (а) и спектр пульсаций продольной компоненты скорости за зоной формирования крупномасштабных вихревых структур при $Re = 1640$ (б)

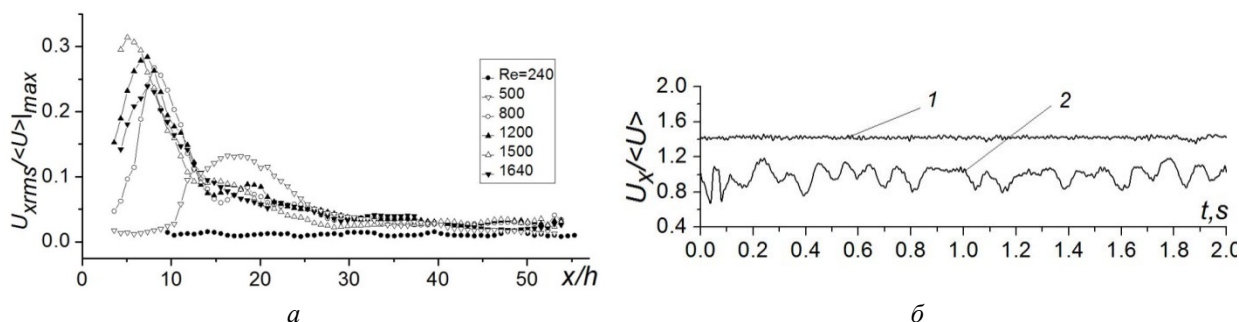


Рис.4. Изменение среднеквадратичных пульсаций скорости в области внезапного расширения вдоль линии их максимальных значений (а) и осциллограммы скорости потока при $Re = 500$ в этой же области в случае установки второго варианта завихрителя (б): 1 – $x/h = 6.56$; 2 – 11.06

осциллограммах скорости появляется перемежаемость, что свидетельствует о локальном ламинарно-турбулентном переходе. Выше по потоку от зоны роста пульсаций скорости при этом же значении числа Рейнольдса заметных колебаний скорости не обнаружено (кривая 1 на рис.4, б), а течение на входе во внезапное расширение остается ламинарным.

В диапазоне $Re = 800 \dots 1640$ степень закрутки на входе во внезапное расширение увеличивается (до $S = 0.22$ при $Re = 1640$) и область высоких пульсаций скорости начинается непосредственно за внезапным расширением трубы (рис.4, а), что является следствием прецессии вихря в гладкой трубе перед расширением. С увеличением расстояния от внезапного расширения амплитуда этих пульсаций снижается и уже при $x/h > 30$

не превышает уровня 5% скорости потока в гладкой трубе перед расширением. Признаков локального перехода к турбулентности на этих режимах не обнаружено.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 25-19-00133.

ЛИТЕРАТУРА

1. В.К.Шукин Теплообмен и гидродинамика внутренних потоков в полях массовых сил. М. Машиностроение. 1970. 240 с.
2. Закрученные потоки: Пер. с англ. / Гупта А., Лилли Д., Сайред Н. М.: Мир, 1987. 588 с.
3. Митрофанова О.В. Гидродинамика и теплообмен закрученных потоков в каналах ядерных энергетических установок. 2020. 352 с
4. Алексеенко СВ., Куйбин П.А., Окулов В.Л. Введение в теорию концентрированных вихрей. Новосибирск: Институт теплофизики СО РАН. 2003. 504 с.
5. Talbot L. Laminar swirling pipe flow //J. of Appl. Mech. – 1954 vol.21. No.1 P.1-7.
6. Beaubert, F.; Pálson, H.; Lalot, S.; Choquet, I.; Bauduin, H. Fundamental mode of freely decaying laminar swirling flows. Appl. Math. Model. 2016, 40, 6218–6233
7. Ayinde T. F. A generalized relationship for swirl decay in laminar pipe flow //Sadhana. 2010. Т. 35. С. 129-137
8. Yao S., Fang T. Analytical solutions of laminar swirl decay in a straight pipe //Com. Nonlinear Science and Numerical Simulation. – 2012. – Т. 17. – №. 8. – С. 3235-3246.
9. Бойко А.В., Грек Г.Р., Довгаль А.В., Козлов В.В. Возникновение турбулентности в пристенных течениях / Новосибирск: Наука. Сиб. Предприятие РАН. 1999. 328 с.
10. Miranda-Barea A. et al. Experimental study of rotating Hagen-Poiseuille flow discharging into a 1:8 sudden expansion //Physics of Fluids. – 2015. – Т. 27. – №. 3. 034104-18

ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ КАНАЛОВ ВЫСОКОЧАСТОТНОГО КОРОННОГО РАЗРЯДА

И.А. Моралев, И.В. Селивонин

Объединенный институт высоких температур РАН, Москва

Высокочастотный коронный разряд развивается от острия в неоднородном электрическом поле частотой от десятков килогерц до десятков мегагерц. Широкой публике разряд известен по высоковольтным шоу с «трансформатором Тесла». Исследования ВЧ короны проводились с 60 годов в связи с задачами изоляции электроустановок высокой частоты [1], а также в связи с перспективами использования такого разряда в задачах воспламенения топливо-воздушных смесей в перспективных двигателях [2]. Разряд представляет собой систему горячих каналов с температурой до 3000К (рис.1а), распространяющихся со сверхзвуковой скоростью от острия в течении 10-50мкс от подачи импульса высокочастотного напряжения. На больших временах развитие каналов почти останавливается, и их развитие происходит под действием теплового расширения (в том числе, вдоль оси). Известно, что на больших временах происходит турбулизация канала разряда, при этом ни механизм формирования турбулентности, ни ее последствия для развития разряда не исследованы. Исследованию этого вопроса и посвящена данная работа.

Исследование развития ВЧ короны выполнялось при давлениях от 1 до 4атм и комнатной температуре. На острие радиусом 50мкм подавался радиоимпульс с частотой 830кГц и амплитудой напряжения до 20кВ. В эксперименте регистрировались электрические характеристики разряда, а также выполнялась теневая съемка тепловых неоднородностей, возникающих при росте разрядных филаментов.

Последовательные теневые картины развития разряда показаны на рисунке 1б. Можно видеть, что после развития филаментов, которое происходит за времена порядка 50-75мкс, каналы разряда начинают испытывать синусоидальную деформацию. Вблизи электрода характерный масштаб этой деформации оказывается изначально довольно большим и, по-видимому, определяется структурой стримерной вспышки, в то время как достаточно далеко от электрода начальные возмущения имеют масштаб порядка нескольких диаметров канала. С течением времени период модуляции растет, и на интегральной фотографии наблюдаются макроскопические искажения формы канала (рис.1а).

Для определения параметров неустойчивости теневые картины были обработаны с помощью корреляционных методов. Корреляция считалась как для профилей яркости теневой картины вдоль канала разряда, так и для последовательных кадров скоростной видеосъемки, затем корреляционная функция осреднялась поперек разрядного канала. Результаты анализа показаны на рисунке 1в. Обнаружено, что неустойчивость развивается на характерных временах порядка 50-100мкс, при этом длины волны неустойчивости составляет порядка нескольких диаметров канала, которая в этот момент составляет сотни микрон. На начальном этапе рост возмущений происходит экспоненциально, затем достигается насыщение. С течением времени в пространственном спектре деформации канала начинают наблюдаться субгармоники начальных возмущений, порядок которых растет с течением времени. Наблюдаемые возмущения бегут вдоль канала со скоростью несколько метров в секунду. С ростом давления уменьшается критический диаметр

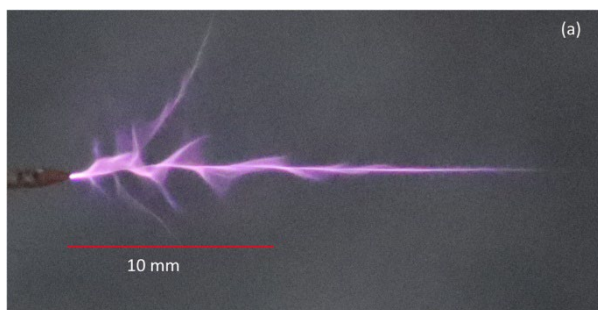
канала, для которого развивается неустойчивость, уменьшается абсолютный масштаб возмущений, а инкремент неустойчивости растет.

Наблюдаемое поведение разрядного филамента напоминает развитие изгибной неустойчивости в тонкой ламинарной струе, возбуждаемой звуковой волной. Известно, что для тонкой струи с ламинарным профилем скорости основной модой неустойчивости является шланговая (с азимутальным волновым числом $m=1$), при этом неустойчивость развивается при $Re_d > 80$, и число Струхала – порядка 0.35-0.5, фазовая скорость возмущений составляет 0.5-0.7 от скорости струи [3,4]. Если принять, что последнее верно и для филамента высокочастотного коронного разряда и на основании этого определить скорость среднего течения, то оценки для развития неустойчивости удивительно хорошо совпадают с критическими параметрами для тонкой струи: $Re \sim 120$, $Sh \sim 0.4$. Таким образом, предположительно, деформация филамента ВЧ короны происходит в результате развития неустойчивости Кельвина-Гельмгольца (КГ), за развитием которой следует кратное увеличение масштаба вихрей.

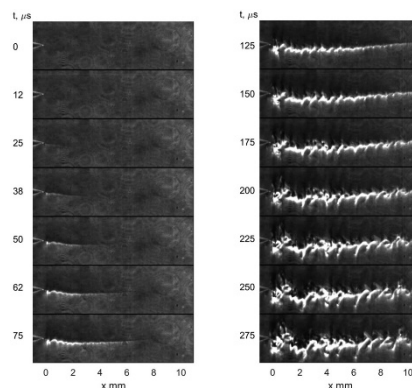
Для формирования неустойчивости КГ необходимо наличие спутного потока (или течения внутри филамента). Предполагается, что подобное течение может быть сформировано либо в результате неоднородности плотности тепловыделения вдоль канала разряда (плотность тепловыделения падает, так как разряд незавершенный и часть тока замыкается токами смещения), либо в результате возникновения ионного ветра от острия. Было выполнено численное моделирование для заранее определенного источника тепла в пакете Comsol Multiphysics, которое показало сопоставимую роль теплового и динамического механизмов формирования спутного потока.

На данный момент остается не вполне ясным влияние периодичности подвода тепла к разряду. Поскольку подвод тепла происходит импульсно-периодически с удвоенной частотой приложенного напряжения (1.6 МГц), разрядный канал является также источником акустических волн ультразвукового диапазона с амплитудой скорости порядка единиц метров в секунду. Можно выполнить оценку акустической силы, которая действует на цилиндрический канал разряда, излучающий ультразвук. Показано, что сила эта велика и соответствует ускорению $10^4 g$. При этом направлена она наружу от канала разряда, и, таким образом, стабилизирует неустойчивость типа Рэля-Тейлора, которая, например, приводит к распаду канала электрической искры [5]. С другой стороны, длина ультразвуковых волн мегагерцового диапазона в воздухе сопоставима с диаметром канала и, таким образом, излучение каналом ультразвука может порождать резонансные явления, которые также могут отражаться на динамике разряда.

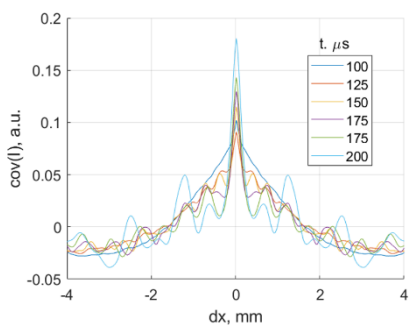
Наконец, анализ фотографий разряда показал, что деформация разрядного филамента приводит к тепловой контракции диффузного разряда, окружающего канал, и формированию новых ветвей. Таким образом, можно сказать, что существует механизм ветвления высокочастотной короны, связанный с развитием гидродинамической неустойчивости течения в окрестности разрядных филаментов [6].



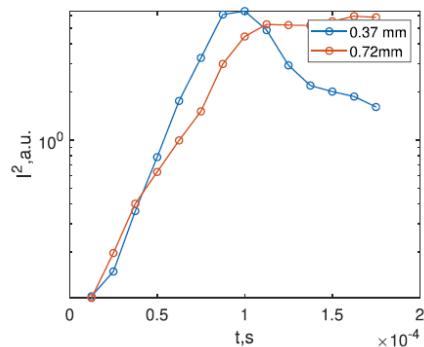
(a)



(б)



(в)



(г)

Рисунок 1. (а) Интегральная фотография высокочастотного коронного разряда за радиоимпульс длительностью 1мс, (б) Теневые картины течения в окрестности разрядных филаментов, (в) автокорреляционная функция, рассчитанная по профилям яркости теневой картины вдоль канала разряда в разные моменты времени, (г) нарастание основных возмущений и субгармоники с длиной волны $\frac{1}{2}$ от длины волны основной неустойчивости. Все результаты приведены для давления 3атм.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФ, грант 24-29-00791

ЛИТЕРАТУРА

1. Аронов, М.А.; Колечинский, Е.С.; Ларионов, В.П.; Минеин, В.Ф.; Сергеев, Ю.Г. *Электрические Разряды в Воздухе При Напряжении Высокой Частоты*; “Энергия”: Москва, 1969;
2. Auzas, F.; Tardiveau, P.; Puech, V.; Makarov, M.; Agneray, A. Heating Effects of a Non-Equilibrium RF Corona Discharge in Atmospheric Air. *J. Phys. D. Appl. Phys.* **2010**, *43*, doi:10.1088/0022-3727/43/49/495204.
3. Kambe, T. The Stability of an Axisymmetric Jet with Parabolic Profile. *J. Phys. Soc. Japan* 1969, *26*, 566–575.
4. Batchelor, G.K.; Gill, A.E. Analysis of the Stability of Axisymmetric Jets. *J. Fluid Mech.* **1962**, *14*, 529–551, doi:10.1017/S0022112062001421.
5. Shneider, M.N. Turbulent Decay of After-Spark Channels. *Phys. Plasmas* **2006**, *13*, doi:10.1063/1.2218492.
6. Moralev, I.; Selivonin, I. Gas Dynamics of the High-Frequency Corona Discharge. *Phys. Plasmas* **2025**, *32*, doi:10.1063/5.0283578.

НЕЛИНЕЙНЫЕ РЕЖИМЫ ТЕРМОЭЛЕКТРОКОНДУКТИВНОЙ КОНВЕКЦИИ

О. О. Некрасов, Б. Л. Смородин

Пермский государственный национальный исследовательский университет

Рассматривается плоский горизонтальный слой слабопроводящей несжимаемой вязкой жидкости, помещенный между идеально тепло- и электропроводными обкладками конденсатора (рис. 1). Жидкость нагревается сверху и находится под действием переменного электрического поля, генерируемого конденсатором.

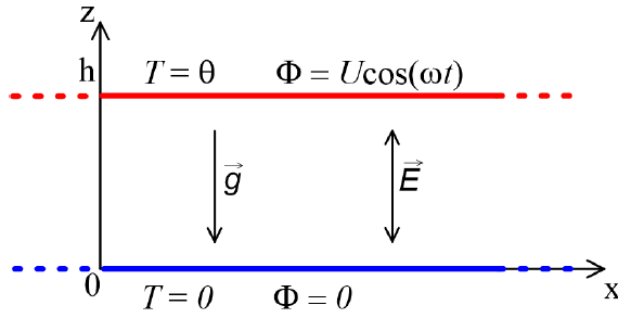


Рис. 1. Геометрия задачи и граничные условия

Изучаются два механизма конвекции: термогравитационный [1], связанный с действием поля силы тяжести на неоднородно нагретую жидкость, и электрокондуктивный [2-4], связанный с неоднородностью электропроводности, возникающей вследствие ее температурной зависимости. Взаимодействие двух механизмов приводит к мягкому возбуждению электроконвекции и появлению сложных нелинейных волновых режимов.

Для описания течений слабопроводящей жидкости используются уравнение Навье-Стокса, уравнение неразрывности для несжимаемой жидкости, уравнение теплопроводности, закон сохранения заряда и уравнения электростатики [2,5]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v} \right) = -\nabla p + \rho \mathbf{g} + \eta \Delta \mathbf{v} + q \mathbf{E}, \\ \operatorname{div} \mathbf{v} = 0, \\ \frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)T = \chi \Delta T, \\ \frac{\partial q}{\partial t} + \operatorname{div}(\sigma \mathbf{E} - D\nabla q) + (\mathbf{v}\nabla)q = 0, \\ \operatorname{div} \mathbf{E} = \frac{q}{\varepsilon \varepsilon_0}, \\ \mathbf{E} = -\nabla \Phi, \end{array} \right.$$

где \mathbf{v} – поле скорости, ρ – плотность, p – давление, \mathbf{g} – ускорение свободного падения, η – динамическая вязкость, q – плотность заряда, \mathbf{E} – напряженность электрического поля, T – температура, χ – коэффициент температуропроводности, σ – электропроводность, D – коэффициент диффузии заряда, ε – диэлектрическая проницаемость, ε_0 – электрическая постоянная, Φ – электрический потенциал.

На горизонтальных твердых границах применяются следующие условия:

$$z = 0: \mathbf{v} = 0, T = 0, \Phi = 0,$$

$$z = h: \mathbf{v} = 0, T = \theta, \Phi = U \cos \omega t,$$

где h – высота слоя, U – амплитуда разности потенциалов, ω – циклическая частота колебаний электрического поля. Плотность и электропроводность зависят от температуры линейно: $\rho = \rho_0(1 + \beta_\theta T)$, $\sigma = \sigma_0(1 - \beta_\sigma T)$, где β_θ и β_σ – малые положительные коэффициенты и ρ_0, σ_0 – плотность и электропроводность жидкости при некоторой фиксированной температуре. В силу малости коэффициента β_σ появляется возможность использовать безындукционное приближение [3,6].

Для решения задачи применяются также и приближение Буссинеска, с учетом которого после процедуры обезразмеривания уравнения системы представляются в следующем виде:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \frac{1}{Pr} (\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v} = -\nabla p + \Delta \mathbf{v} + Ra T \mathbf{e} + Ra_\sigma q \cos(2\pi vt) \mathbf{e}, \\ Pr \frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)T = \Delta T, \\ Pr_e \frac{\partial q}{\partial t} + \frac{Pr_e}{Pr} (\mathbf{v}\nabla)q + q + \frac{\partial T}{\partial z} \cos(2\pi vt) = D_* \Delta q, \end{array} \right.$$

где \mathbf{e} – единичный вектор, направленный вертикально. Система содержит следующий набор безразмерных параметров: число Прандтля $Pr = \frac{\eta}{\chi \rho_0}$, электрический аналог числа Прандтля $Pr_e = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 \eta}{h^2 \sigma_0 \rho_0}$, число Рэлея

$Ra = \frac{\rho_0 g \beta_0 \theta h^3}{\eta \chi}$, электрический аналог числа Рэлея $Ra_\sigma = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 U^2 \beta_\sigma \theta}{\eta \chi}$, безразмерный коэффициент диффузии $D_* = \frac{D \rho_0}{\eta}$ и безразмерная частота колебаний внешнего поля $\nu = \frac{\omega \rho_0 h^2}{2\pi \eta}$.

В невозмущенном состоянии температура распределена линейным образом ($T = 1 - z$), а плотность заряда в силу безындукционного приближения везде равна нулю ($q_0 \sim \beta_\sigma \theta = 0$). В силу отсутствия горизонтальной анизотропии можно рассматривать двумерные течения и ввести функцию тока $v_x = -\frac{\partial \psi}{\partial z}$, $v_z = \frac{\partial \psi}{\partial x}$ и вихрь скорости $\varphi = (rot v)_y = -\Delta \psi$.

С учетом двумерной постановки уравнения электроконвекции переписывается в следующем виде:

$$\begin{cases} \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{1}{Pr} \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \varphi}{\partial z} - \frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) = \Delta \varphi + Ra \frac{\partial T}{\partial x} + Ra_\sigma \frac{\partial q}{\partial x} \cos 2\pi \nu t, \\ Pr \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial z} - \frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial x} = \Delta T, \\ Pr_e \frac{\partial q}{\partial t} + \frac{Pr_e}{Pr} \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial q}{\partial z} - \frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial q}{\partial x} \right) + q + \frac{\partial T}{\partial z} \cos 2\pi \nu t = D_* \Delta q, \\ \varphi = -\Delta \psi \end{cases}$$

с граничными условиями:

$$z = 0: \psi = \psi' = T = q = 0,$$

$$z = 1: \psi = \psi' = q = 0, T = 1.$$

Для решения задачи применяется сеточный конечно-разностный метод, а именно неявная схема дробного шага [7]. При использовании линейной интерполяции при пересчете полей скорости можно добиться точности порядка $O(\tau^2, \Delta h^2)$, где τ – шаг по времени, Δh – расстояние между узлами сетки. Уравнение Пуассона решается при помощи метода последовательной верхней релаксации. На горизонтальных границах для вихря скорости применялось условие Тома.

На вертикальных границах задачи с учетом бесконечности слоя применяются периодические граничные условия: $f(0) = f(L = \frac{2\pi}{k})$, где f – функции системы. В данной работе параметр $k \approx 3.116$, что соответствует критическому волновому числу при нагреве снизу.

Для исследования нелинейных колебаний был выбран следующий набор безразмерных параметров: $Ra = -2000$ (умеренный нагрев сверху), $Pr = 100$, $Pr_e = 10$, $D_* = 10^{-2}$, $\nu = 0.1$. В качестве управляющего параметра рассматривается электрическое число Рэлея Ra_σ , пропорциональное квадрату разности потенциалов на обкладках. Параметры численной схемы $\Delta h = 0.05$ и $\tau = 2 \cdot 10^{-3}$ обеспечивают хорошую разрешаемость конвективных структур и малую погрешность вычислений.

Колебания возникают мягким образом при $Ra_\sigma = 56000$ в виде режима модулированных бегущих волн (MTW) (рис. 2). Данный режим характеризуется движением структуры течения в виде чередующегося набора конвективных валов вдоль горизонтального направления (рис. 3), при этом внутри самой конвективной структуры происходят колебания с частотой внешнего воздействия. Скорость горизонтального движения структуры уменьшается с ростом скорости вращения жидкости в конвективных валах.

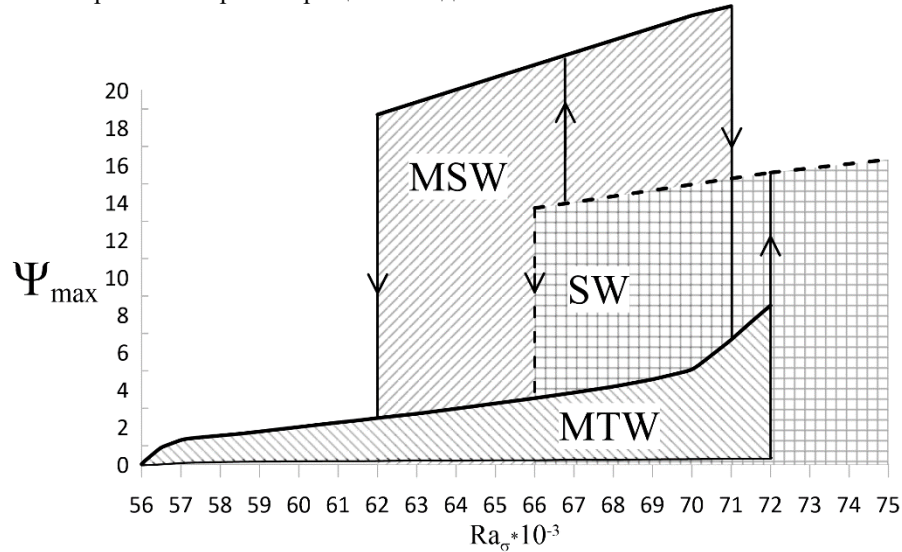


Рис. 2. Бифуркационная диаграмма режимов движения жидкости

С ростом управляющего параметра интенсивность конвекции увеличивается до тех пор, пока система с резким скачком теплопотока при $Ra_\sigma = 72000$ не переходит к режиму стоячей волны (SW) (рис. 3), представляющим собой конвективную структуру с отсутствием горизонтального движения как целого. Отметим, что подобный переход между колебательными режимами MTW и SW качественно совпадает с результатами задачи с инъекционным механизмом возбуждения неизотермической электроконвекции [8].

При уменьшении управляющего параметра режим SW существует вплоть до значения $Ra_\sigma = 66000$, где система возвращается к режиму MTW. При этом существует область начальных условий, при которых в системе реализуется режим модулированной стоячей волны (MSW) (рис. 3), наблюдаемый в диапазоне управляющего параметра $62000 \leq Ra_\sigma \leq 70000$, обладающий еще большей интенсивностью движения жидкости, характеризующийся чередованием структур, состоящих из двух и четырех конвективных валов.

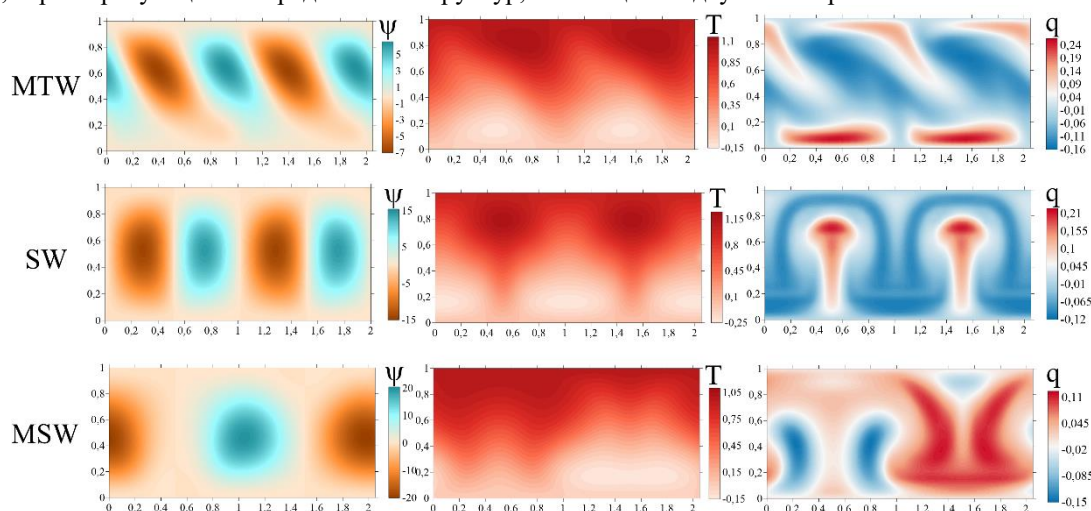


Рис. 3. Мгновенные распределения функции тока, температуры и плотности заряда в расчетной ячейке в режимах модулированной бегущей волны ($Ra_\sigma = 71000$), стоячей волны ($Ra_\sigma = 72000$) и модулированной стоячей волны ($Ra_\sigma = 62000$)

Переходы между режимами движения происходят в виде обратных бифуркаций. В дальнейшем планируется исследовать влияние частоты внешнего поля на режимы конвекции, ожидается обнаружение параметрического резонанса.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 25-21-20108, <https://rscf.ru/project/25-21-20108/> при финансовой поддержке Пермского края.

ЛИТЕРАТУРА.

1. Гершуни, Г. З. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с.
2. Болога, М. К. Электроконвекция и теплообмен. Кишнев: Штиинца, 1977. 320 с.
3. Turnbull, R. J. Electroconvective Instability with a Stabilizing Temperature Gradient. I. Theory, Physics of Fluids. 1968. Vol. 11, no. 12. P. 2588-2596.
4. Turnbull, R. J. Electroconvective Instability with a Stabilizing Temperature Gradient. II. Experimental Results, Physics of Fluids. 1968. Vol. 11, no. 12. P. 2597-2603.
5. Ландау, Л. Д. Теоретическая физика. Т. VI. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.
6. Ильин, В. А., Смородин Б.Л. Нелинейные режимы электроконвекции слабопроводящей жидкости// Письма в Журнал технической физики. 2007. Т. 33. № 8. С. 81-87.
7. Роуч, П. Д. Вычислительная гидродинамика. М.: Мир, 1980. 616 с.
8. Nekrasov, O. Electro-Thermo-Convection of a Dielectric Liquid in the External DC and AC Electric Fields / O. Nekrasov, B. Smorodin // Mathematics. 2023. Vol. 11, No. 5. 1188.

О ПРИРОДЕ ОРГАНИЗОВАННЫХ СТРУКТУР В ТУРБУЛЕНТНОМ ПОТОКЕ

Н.В. Никитин, Н.В. Попеленская
НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Известно, что профили средней скорости в установившихся турбулентных течениях вдоль гладкой стенки (течения в трубах и каналах, в пограничном слое в отсутствие неблагоприятного градиента давления и др.) устойчивы к малым возмущениям. К настоящему времени сформировалось убеждение, что нелинейный процесс генерации турбулентности в пристенных течениях связан с циклическим образованием и разрушением долгоживущих организованных структур, таких как квазипродольные вихри (rolls) и полосы (streaks). Интенсивные исследования и попытки теоретического описания явления образования крупномасштабных структур в пристенном слое турбулентного движения начались сразу же после обнаружения пристенных полос в конце 50-х, начале 60-х годов 20-ого века [1]. Мало какая тема в области исследования турбулентности была удостоена столь пристального внимания в последующие годы. Далеко не исчерпывающую выборку из многих десятков публикаций на эту тему можно найти в обширных обзорах работ [2,3]. Такое внимание к вопросу обусловлено убежденностью в том, что понимание механизма возникновения организованных структур в пристенном слое турбулентных течений является ключом к решению более общей проблемы описания и предсказания свойств пристенной турбулентности. Удивительно, что столь интенсивные исследования в течение полувека до сих пор не привели к единодушию среди специалистов.

В последние годы наряду с экспериментальными исследованиями всё большую популярность и распространение приобретает вычислительный эксперимент, основанный на решении полных уравнений Навье-Стокса (Прямое численное моделирование, DNS). Результаты DNS с высокой точностью воспроизводят реальные турбулентные течения и удобны для анализа кинематических и динамических свойств турбулентности.

В докладе будет дан обзор исследований организованных структур в пристенных течениях. Будут также представлены некоторые последние результаты авторов по обсуждаемой теме.

Работа выполнена в рамках государственного задания АААА-А19-119012990110-0, МГУ имени М.В. Ломоносова.

ЛИТЕРАТУРА

1. Kline, S.J., Reynolds, W.C., Schraub, F.A. & Rundstadler, P.W. The structure of turbulent boundary layers // 1967. J. Fluid Mech. V. 30. P. 741.
2. Schoppa W., Hussain F. Coherent structure generation in near-wall turbulence // 2002. J. Fluid Mech. V. 453. P. 57–108.
3. Karniadakis, G.E. & Kwing-So Choi. Mechanisms on transverse motions in turbulent wall flows // 2003. Annu. Rev. Fluid Mech. V. 35. P. 45–62.

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ФОРМИРОВАНИЯ СТРУКТУР ИЗ ОСАЖДЕННЫХ ЧАСТИЦ НА ДНЕ В ПЕРИОДИЧЕСКОМ ТЕЧЕНИИ

Л.Л. Огородников, С.С. Вергелес
Институт теоретической физики имени Л.Д. Ландау РАН, 142432, Черноголовка

Проблема формирования структур на поверхности песка в виде барханов, на песчаном дне водного потока и в объеме воды под действием волн, распространяющихся на поверхности, уже давно вызывает огромный интерес у исследователей. Так, в [1] описаны различные типы поверхностных структур, которые могут образовываться при колебательном движении над слоем песка. Это направление до сих пор остаётся актуальным: в [2] сообщается об экспериментальном исследовании механизма формирования и развития изолированных зон ряби над песчаным слоем при однонаправленном распространении поверхностных волн. Теоретические модели, описывающие течения жидкости вблизи неровного дна, были предложены в работах [3,4]. В работах [5-7] проведен численный счет, учитывающий возможность изменения поверхности дна под действием внешнего течения.

Мы исследуем аналитически процесс формирования периодической ряби из осажденных частиц на дне в периодическом течении. Такое течение возбуждается стоячими волнами на поверхности жидкости средней глубины, направленными параллельно одной из сторон аквариума. Задача решается в пределе слабоискривленного дна, так что длина ряби много больше характерного размера гребней, амплитуда движения жидкости предполагается малой по сравнению с длиной ряби. И диаметр частиц, и характерная высота гребней, малы по сравнению с толщиной вязкого погранслоя, так что рябь формируется с помощью механизма катящегося зерна. Получена аналитическая зависимость касательного напряжения от длины ряби (при произвольном соотношении волнового числа ряби с толщиной вязкого погранслоя), а также пороговые

значения параметров, при которых формируется рябь. Определена наиболее неустойчивая мода, а также установлена аналитическая зависимость волнового числа этой моды от параметров задачи. Вблизи порога формирования периодических структур установлены соотношения параметров частиц и жидкости, при которых теория применима.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 23-72-30006.

ЛИТЕРАТУРА

1. Bagnold R. A. Motion of waves in shallow water. Interaction of waves and sand bottoms // Proc. Roy. Soc. (A), 1946, Vol. 187, pp. 1 – 18.
2. Sarkar S., Roy S., Barman K. et al. Turbulence effect on the mechanics of ripple formation under regular wave // J. Earth Syst. Sci., 2022, Vol.126, p.126.
3. Lyne W. H. Unsteady viscous flow in a curved pipe //Journal of Fluid Mechanics. – 1971. – Т. 45. – №. 1. – С. 13-31.
4. Benjamin T.B. Shearing flow over a wavy boundary //Journal of Fluid Mechanics. – 1959. – Т. 6. – №. 2. – С. 161-205.
5. Blondeaux P. Sand ripples under sea waves Part 1. Ripple formation //Journal of Fluid Mechanics. – 1990. – Т. 218. – С. 1-17.
6. Roos P. C., Blondeaux P. Sand ripples under sea waves. Part 4. Tile ripple formation //Journal of fluid mechanics. – 2001. – Т. 447. – С. 227-246.
7. Vittori G., Blondeaux P. Sand ripples under sea waves Part 3. Brick-pattern ripple formation //Journal of Fluid Mechanics. – 1992. – Т. 239. – С. 23-45.

ТЕЧЕНИЯ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ ВБЛИЗИ СУПЕРГИДРОФОБНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ: АВТОМОДЕЛЬНЫЕ ПЛЕНОЧНЫЕ ТЕЧЕНИЯ, ГИДРАВЛИЧЕСКИЕ ПРЫЖКИ И ТЕЧЕНИЯ НА МИКРОМАСШТАБЕ

А.Н. Осипцов, А.И. Агеев

НИИ механики МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия

osiptsov@imec.msu.ru

Доклад посвящен обзору теоретических результатов, полученных в лаборатории механики многофазных сред НИИ механики МГУ им. М.В. Ломоносова (см. обзор [1] и публикации [2-3]). В первой части представлены новые автомодельные решения уравнений гидродинамики с условием проскальзывания на твердых стенках для задач а) о растекании пленки жидкости от заданного локализованного источника массы, б) стекании ручейка по наклонной стенке, в) стекании жидкости с поверхности горизонтального цилиндра в поле силы тяжести, г) локальной структуре течения вблизи фронта смачивания. Эти решения предоставляют удобный инструмент для экспериментального определения компонент тензора скольжения супергидрофобных поверхностей (СГП).

Во второй части представлены решения ряда задач микрогидродинамики вязкой жидкости вблизи каверн полосчатой СГП, частично либо полностью заполненных газовой фазой. Разработан новый вариант метода граничных элементов для уравнений Стокса в областях с составными граничными условиями. Численно исследованы сдвиговые течения, скорость которых направлена под углом к кавернам СГП с периодической полосчатой текстурой. Решены задачи о стационарном и пульсирующем течении вязкой жидкости в плоском канале с супергидрофобными стенками. Проведено параметрическое исследование компонент тензора скольжения и эффекта снижения гидродинамического сопротивления. Обсуждается влияние геометрических параметров текстуры, кривизны и положения межфазной границы в кавернах, а также пульсаций пузырьков в каверне под действием наложенных гармонических колебаний. Обнаружен неожиданный эффект - наложение гармонических колебаний на сдвиговое течение в окрестности каверны с пульсирующим газовым пузырьком может приводить к увеличению скорости проскальзывания и более заметному снижению сопротивления, чем в аналогичном стационарном течении вблизи СГП. Данный эффект «податливости» поверхности может служить одним из возможных объяснений механизмов снижения трения в турбулентных течениях вдоль СГП.

В третьей части доклада рассмотрен ряд одномерных задач о структуре «сверхкритических» пленочных течений на обычных и супергидрофобных поверхностях при локализованном массопроводе жидкости с формированием «гидравлических прыжков», то есть резких скачков толщины пленки. Выведены асимптотические уравнения гидравлического приближения для пленки вязкой жидкости на горизонтальной СГП в поле силы тяжести. Рассмотрены две модели трения на СГП, замыкающие постановку задачи об осредненном пленочном течении. Получены уточненные соотношения (обобщенные соотношения Рэнкина-Гюгонио) на прямом гидравлическом прыжке, учитывающие изменение «полного давления», обусловленное наличием пульсационных составляющих в осредненных по толщине пленки уравнениях движения. Предложены приближенные модели для нахождения положения гидравлических прыжков в стационарных

одномерных течениях с плоской и осевой симметрией. Приведены примеры численных расчетов одномерных течений с гидравлическими прыжками на СГП с различными «длинами скольжения». Указаны границы областей параметров, при которых возможно «запирание» потока, нарушение одномерности течения и возникновение полигональных гидравлических прыжков.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФ (проект № 25-21-00038).

ЛИТЕРАТУРА

1. А.И. Агеев, А.Н. Осипцов. Макро- и микрогидродинамика вязкой жидкости вблизи супергидрофобной поверхности. Коллоидный журнал, 2022, Т. 84, №4, С. 380-395.
2. А.И. Агеев, А.Н. Осипцов. Структура течения вблизи движущейся границы пленки жидкости на супергидрофобной поверхности. Журнал вычислительной математики и математической физики, 2025, Т.65, №5, С. 697-715.
3. А.И. Агеев, А.Н. Осипцов, К.В. Смирнов. К теории гидравлических прыжков в пленочных течениях на обычных и супергидрофобных поверхностях. Изв. РАН. Механика жидкости и газа, 2025, №5, С. 16-33.

РЕЖИМ КАВИТАЦИОННЫХ АВТОКОЛЕБАНИЙ, СВЯЗАННЫЙ С РЕЛЕЙ-ТЕЙЛОРОВСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТЬЮ ГРАНИЦЫ КАВЕРНЫ

С.А. Очеретяный, В.В. Прокофьев, Г.В. Топейцев

¹Институт механики МГУ, Москва

В струйных установках, использующих пульсирующие технологии, происходит заметный рост производительности и вместе с тем снижение удельной энергоемкости разрушения материалов и снижение потребления воды. Как правило, в таких установках для организации пульсирующих режимов работы используются механические устройства. В изучаемой здесь гидравлической схеме колебания (автоколебания) давления возникают естественно, без использования механических систем при постоянных давлении напора и массовом расходе поддуваемого в вентилируемую каверну газа. Рядом авторов [1-3] была показана принципиальная возможность использования режима кавитационных автоколебаний в системе, содержащей вентилируемую каверну, для создания периодических импульсных струй. Принципиальным тут является наличие в системе кавитатора, за которым образуется вентилируемая каверна и выходного сопла (или другого сопротивления). Механизм обратной связи начинает работать, когда кормовая часть каверны достигает выходного сопла генератора. Итак, исследуются режимы работы генератора импульсных струй (рис. 1 а, б), состоящего из кавитатора 1, вентилируемой каверны 2, соединительного канала 3 и сужающегося сопла на выходе 4. Эксперименты проведены с двумя моделями осесимметричных генераторов – на рис. 1а показана схема генератора с центральной струей, истекающей из отверстия диафрагмы (кавитатора), на рис. 1б схема генератора с центральной каверной, образующейся в результате поддува воздуха за конический кавитатор.

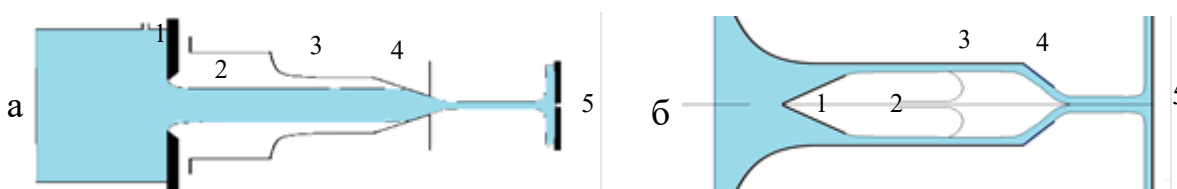


Рис. 1 а,б

Основное внимание в докладе уделено высокочастотному режиму автоколебаний, когда колебания давления в каверне и в форкамере отсутствуют или малы, но имеет место прерывистое истечение жидкости из сопла, сопровождающееся наличием интенсивных периодических импульсов давления на экране-мишени 5. Для схемы с центральной струей (рис. 1а) предположение, что такие автоколебания могут быть связаны с Релей-Тейлоровской (Р-Т) неустойчивостью границы струи подкреплено анализом точного решения плоской задачи о взаимодействии конечной струи с наклонной пластиной при различных давлениях на поверхностях падающей и истекающей струй. Задача решена точно методами ТФКП с помощью квазидвокопериодических тэта функций. Показано, что течение с неустойчивой границей струи имеет место вблизи предельного решения, когда струя замыкается без возвратной струи на поверхности наклонной пластины. Аналогичная плоская задача для течения с центральной каверной (рис 1б) была рассмотрена ранее. Здесь также область течений с неустойчивой по Релею-Тейлору границей каверны находится вблизи предельного решения, когда каверна касается плоскости симметрии. Расчетным путем получена связь между числом кавитации предельного течения и параметрами генератора импульсных струй.

Плоский аналог генератора с центральной струей (рис. 1а) показан на рис. 2. Так как длина генератора значительно больше ширины входного и выходного отверстий достаточно рассмотреть взаимодействие приходящей из бесконечности (толчка E) струи, текущей вдоль прямолинейной границы ED (оси или

плоскости симметрии), с наклонной пластиной AC (на рис. 2 наклон стенки сопла 45°). Отличие от известной задачи о глиссировании пластины в том, что давления на поверхности падающей струи EB и струи, истекающей в пространство AD различны. Решение строится методом особых точек с использованием свойств квазидвокопериодических тэта функций [4]. Показано, что в случае, когда давление в каверне больше, чем во внешнем пространстве, имеется предельное решение (цветные линии на рис. 2, красная - падающая струя, зеленая - истекающая в пространство), когда точка разветвления потоков B превращается в точку касания набегающей струи на наклонной стенке. В этом случае кривизна границы струи такова, что она неустойчива по Релею-Тейлору. Отметим, что такая ситуация возможна только в случае, когда давление в каверне больше, чем во внешнем пространстве.

Все линейные размеры на рис. 2 отнесены к ширине падающей струи h_j , относительная ширина сопла здесь $d/h_j = 0.4$, критическим условиям течения при этих геометрических параметрах соответствует коэффициент давления в каверне $C_d^* = 0.91$ (кривая 1 на рис. 2). Кривым 2 – 3 соответствуют значения $C_d = 0.904, 0.891, 0.84$. Видно, что ничтожное уменьшение коэффициента C_d приводит к исчезновению области неустойчивости. Это свидетельствует об узости области существования неустойчивых режимов, что и подтверждается экспериментом. Однако, нужно иметь в виду, что при увеличении C_d за критическое значение, в рамках принятой модели, решение не существует, стационарная струя уже не может взаимодействовать с наклонной стенкой, реально же процесс развития Р-Т структур уже на нестационарной границе продолжается и даже интенсифицируется.

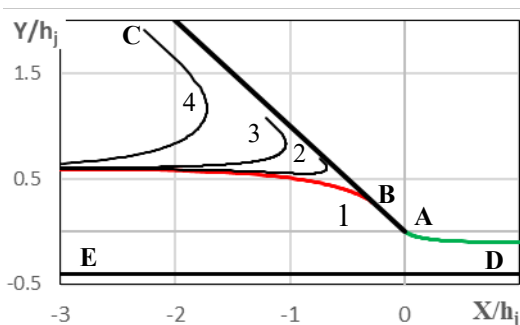


Рис. 2.

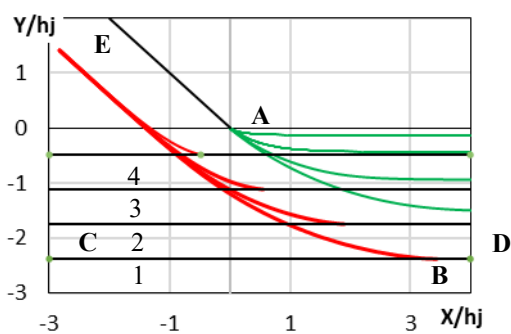


Рис. 3.

На рис. 3 показаны режимы критических течений, соответствующих схеме с центральной каверной – струя течет из бесконечности вдоль наклонной пластины EA (стенка сопла) и касается горизонтальной стенки (плоскости симметрии) в точке B. На рис. 3 приведены результаты расчетов для наклона пластины 45° и для различных значений ширины сопла $d/h_j = 2.321, 1.748, 1.115, 0.483$ (линии 1-4), которым соответствуют критические коэффициенты давления в каверне $C_d^* = 0.254, 0.347, 0.534, 0.874$, здесь прямые линии - положение плоскости симметрии, красные кривые – поверхность каверны (граница струи со стороны повышенного давления), зеленые – форма истекающей из сопла струи. Экспериментально обнаружено, что вычисленные критические значения коэффициентов давления хорошо согласуются с коэффициентами давления осесимметричных течений, при которых наблюдаются высокочастотные автоколебания. С использованием формулы для скорости однофазного режима Р-Т перемешивания [5] и полученной в эксперименте частоты колебаний проведена оценка глубины проникновения Р-Т структур в струю, которая получилась сравнимой с шириной истекающей струи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Козлов И.И., Прокофьев В.В. Закономерности развития волн на поверхности каверны с отрицательным числом кавитации // Доклады РАН. 2006. Т. 409. № 1. С. 43-47.
2. Шкапов П.М., Благовещенская М.М. Теоретические и прикладные вопросы динамики течений жидкости с ограниченной искусственной газовой каверной. Ч. 2 // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. 2012. № 4. С. 117-125.
3. Козлов И.И., Очеретяный С.А., Прокофьев В.В. Автоколебательные режимы в жидкой струйной завесе, разделяющей газовые области с различными давлениями // Изв. РАН МЖГ. 2013. №6. С. 33-43.
4. М.И. Гуревич Теория струй идеальной жидкости. М.: Наука, 1979. 536 с.
5. Герценштейн С.Я., Козлов И.И., Прокофьев В.В., Резниченко Н.Т., Черный Г.Г., Чернявский В.М. Неустойчивость Рэлея-Тейлора в ячейке Хеле-Шоу: влияние начальных возмущений // Изв. РАН. МЖГ 2008. № 3. С. 12-18.

ИЗЛУЧЕНИЕ КОНТРОЛИРУЕМЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ СВЕРХЗВУКОВЫМ ПОГРАНИЧНЫМ СЛОЕМ

М.В. Питеримова, А.Д. Косинов, Л.В. Афанасьев, А.А. Яцких, Ю.Г. Ермолаев
Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН, Новосибирск

В экспериментах по развитию контролируемых возмущений при числах Маха 2 и 2,5 обнаружено усиление квазидвумерных волн в нелинейной области. Квазидвумерные волны наблюдались в волновых спектрах амплитуды на частоте субгармоники и частоте фундаментальных возмущений в области нелинейного развития. Однако, в ближнем поле источника доля двумерных возмущений также значима, и они, имея слабое затухание по нормальной координате (по сравнению с трехмерными волнами) могут оставлять «свой след» вне пограничного слоя и при линейном развитии собственных волн. Отметим, что до сих пор нет адекватного теоретического представления о вкладе режимов развития неустойчивых волн в акустику сверхзвукового пограничного слоя, а наши знания в этой области ограничены случаем однородного течения в пограничном слое. С учетом воздействия N-волн на переднюю кромку задача об акустике линейной и нелинейной области сверхзвукового пограничного слоя не решалась [1]. В некоторой степени данная работа восполняет этот пробел. В докладе рассматриваются результаты амплитудно-фазовых измерений высокочастотных контролируемых возмущений над моделью плоской пластины. Оценки их волновых характеристик отражают акустические свойства двумерного пограничного слоя при числах Маха 2 и 2,5.

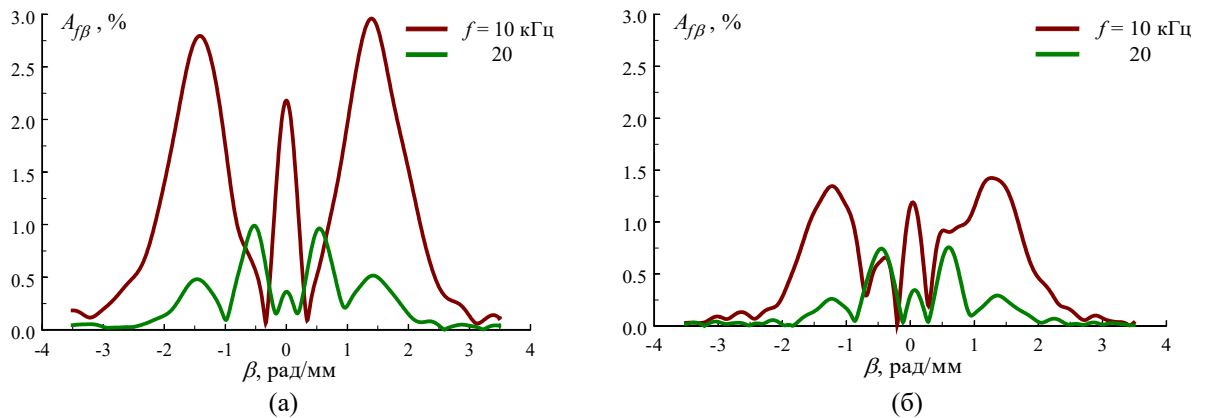


Рис. 1. Амплитудные спектры контролируемых возмущений в сечении $x = 130$ мм по волновому числу β для основной и субгармонической частоты без воздействия (а) и при воздействии (б) N-волны

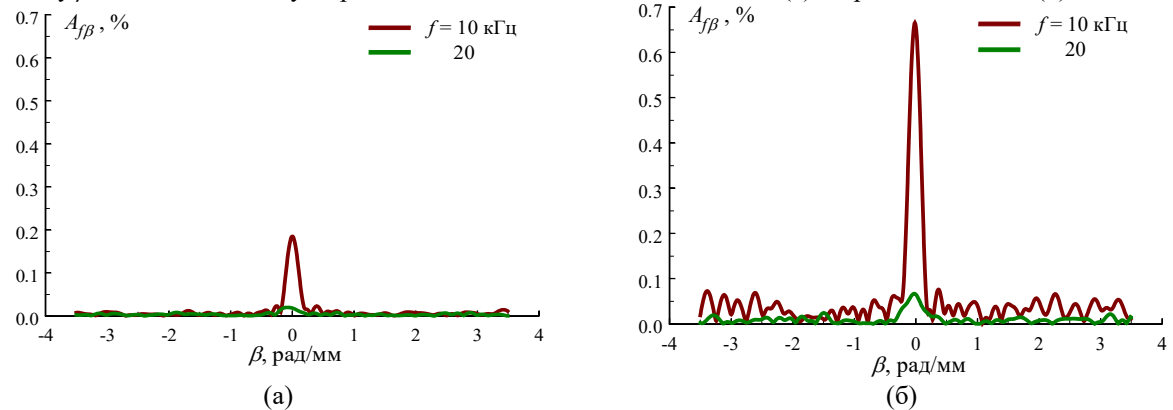


Рис. 2. Амплитудные спектры контролируемых возмущений вне пограничного слоя в сечении $x = 160$ мм по волновому числу β для основной и субгармонической частоты без воздействия (а) и при воздействии (б) N-волны

Из рисунков 1 и 2 видно, что волновые спектры в пограничном слое (рис.1) и интенсивность излучения контролируемых волн (рис.2) значительно изменяется при боковом воздействии N-волны на переднюю кромку. Впервые продемонстрирована возможность излучения двумерных субгармонических возмущений при числе Маха 2,5. Амплитуда излучаемых волн в несколько раз больше в случае воздействия N-волны на переднюю кромку (рис. 2).

В докладе будут представлены результаты, полученные в ближнем поле источника контролируемых возмущений в потоке при числах Маха 2 и 2,5.

Эксперименты проводятся на базе ЦКП "Механика". Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-19-00666-П, <https://rscf.ru/project/22-19-00666/>.

ЛИТЕРАТУРА

1. А.Д. Косинов, М.В. Питеримова, Н.В. Семёнов, Б.В. Смородский, А.А. Яцких Эксперименты по нелинейному развитию контролируемых возмущений в области искусственной неоднородности течения в пограничном слое плоской пластины при числе Маха 2.5. Известия РАН. Механика жидкости и газа, 2025, №1, с. 113–128.

РАСЧЕТ ИЗВИЛИСТОСТИ ПОРИСТЫХ МАТЕРИАЛОВ С ПОМОЩЬЮ ТЕХНИКИ ИЗМЕРЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ДИФФУЗИИ РАСТВОРЕННОГО В ЖИДКОСТИ ФЛУОРЕСЦЕНТНОГО КРАСИТЕЛЯ

Д.А. Полежаев, А.В. Терёхина

Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, Пермь

Представлены результаты вычисления извилистости пористых материалов с помощью новой техники, основанной на измерении коэффициента диффузии флуоресцентного красителя Родамина Б в воде, заполняющей поры пористой среды. Внутри пористых материалов молекулы растворенного вещества движутся иначе, чем в свободной жидкости: их траектории более сложные, поскольку частицы огибают элементы скелета пористой среды. В результате этого молекулы диффундируют на меньшее расстояние, чем в свободной жидкости за такое же время. Извилистость траекторий молекул растворенного вещества влияет на темп его массопереноса внутри пористой среды и характеризуется диффузионной извилистостью τ , показывающей во сколько раз коэффициент молекулярной диффузии больше коэффициента диффузии растворенного вещества в жидкости, заполняющей пористую среду (например, [1]). При теоретическом изучении пористых сред с целью определения их извилистости часто рассматривают упрощенные модели: скелет пористой среды задают квадратами и кругами [2 – 4] или шариками, кубиками и цилиндрами [5, 6]. В немногочисленных экспериментальных работах по измерению извилистости используют реальные пористые среды и их упрощенные модели [7]. В настоящих экспериментах в качестве трехмерной модели пористой среды используется вертикальный прямоугольный канал, заполненный одинаковыми шариками.

Эксперименты проводятся в вертикальных прямоугольных каналах, заполненных упорядоченным образом расставленными шариками. Шарик имеет диаметр $d_{s1} = 1.98 \pm 0.01$ мм, $d_{s2} = 3.98 \pm 0.01$ мм или $d_{s3} = 0.98 \pm 0.01$ мм. В экспериментах с шариками диаметром d_{s2} и d_{s3} толщина канала равна диаметру шариков. Эксперименты с шариками диаметром d_{s1} проводятся в каналах различной толщины $d = 2.0, 2.2, 2.5$ и 2.7 мм, что позволяет варьировать пористость P (отношение суммарного объема всех пор к объему прямоугольного канала) и, следовательно, извилистость пористой среды.

В экспериментах нижняя половина вертикального прямоугольного канала с шариками заполняется водным раствором Родамина Б и хлорида натрия, а верхняя – чистой водой. Родамин Б диффундирует из нижней жидкости в верхнюю, в результате образуется диффузионная зона, концентрация Родамина Б внутри которой изменяется от максимального значения до минимального. Ширина диффузионной зоны с течением времени увеличивается благодаря диффузии красителя из нижней жидкости в верхнюю. Зная темп увеличения ширины диффузионной зоны, можно вычислить коэффициент диффузии и, следовательно, извилистость.

Результаты измерений коэффициента диффузии Родамина Б в воде в каналах, заполненных шариками, представляются на плоскости параметров P, τ . В экспериментах с шариками диаметром d_{s1} пористость варьируется в пределах от 0.40 до 0.55, в экспериментах с шариками диаметрами d_{s2} и d_{s3} пористость равна 0.41 ± 0.01 . Экспериментальные данные сравниваются с результатами теоретического моделирования пористых сред, скелет которых состоит из шариков, и экспериментальными данными других авторов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ghanbarian B. et al. Tortuosity in porous media: a critical review // *Soil Sci. Soc. Am. J.* 2013. V. 77 (5). P. 1461 – 1477.
2. Matyka M., Khalili A., Koza Z. Tortuosity – porosity relation in porous media flow // *Phys. Rev. E.* 2008. V. 78. P. 026306
3. Zuo X. et al. Geometrical model for tortuosity of transport paths in hardened cement pastes // *Adv. Cem. Res.* 2012. V. 24 (3). P. 145 – 154.
4. Cao K. et al. Effects of grain's shape-and size-polydispersities, orientation, and area fraction on tortuosity and permeability of 2D granular media // *Particuology.* 2024. V. 90. P. 535 – 557.
5. Ahmadi M.M., Mohammadi S., Nemati Hayati A. Analytical derivation of tortuosity and permeability of monosized spheres: A volume averaging approach // *Phys. Rev. E.* 2011. V. 83. P. 026312.
6. Tsai D.S., Strieder W. Effective conductivities of random fiber beds // *Chem. Eng. Commun.* 1986. V. 40. P. 207 – 218.
7. Comiti J., Renaud M. A new model for determining mean structure parameters of fixed beds from pressure drop measurements: Application to beds packed with parallelepipedal particles // *Chem. Eng. Sci.* 1989. V. 44. P. 1539 – 1545.

АЭРОДИНАМИЧЕСКИЙ НАГРЕВ И ОХЛАЖДЕНИЕ В ПОТОКЕ СЖИМАЕМОГО ГАЗА

С.С. Попович

НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Особенностью обтекания тел сверхзвуковым потоком сжимаемого газа является возникновение значительного аэродинамического нагрева вследствие большого градиента температуры в пограничном слое нежели при дозвуковых скоростях течения. Градиент температуры возникает из-за перехода скоростного напора в тепло под воздействием вязкого трения. Достоверность прогнозирования аэродинамического нагрева поверхностей летательных аппаратов, движущихся с высокими скоростями в условиях тепло- и массообмена, остается весьма низкой несмотря на многочисленные исследования [1-3].

В области сверхзвуковых внутренних течений в каналах актуальным представляется учёт при определении величины аэродинамического нагрева (теплового потока и коэффициента теплоотдачи) локальных изменений определяющей температуры – адиабатной температуры стенки [4-7]. Как показано в ряде работ [8], погрешность в определении коэффициента теплоотдачи, рассчитанного без учета локальных изменений равновесной температуры стенки, может составлять до 50%. На рис. 1 показаны возможные профили температуры в тепловом пограничном слое при адиабатической (теплоизолированной), нагретой и охлажденной стенке. При исследовании высокоскоростного аэродинамического нагрева дальнейшее повышение точности определения закономерностей теплоотдачи при обтекании сверхзвуковым потоком поверхностей сложной формы требует тщательного исследования локальных значений адиабатной температуры стенки.

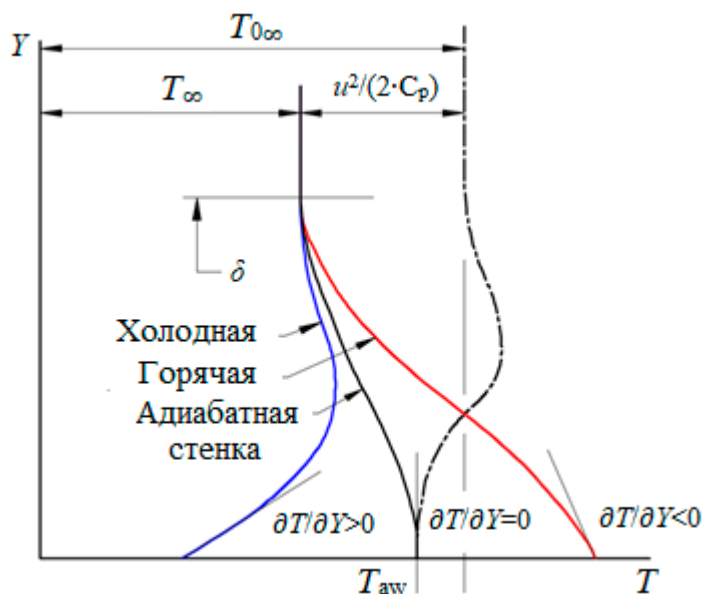


Рис. 1. Тепловой пограничный слой при обтекании стенки потоком сжимаемого газа [2].

Термин «аэродинамическое охлаждение» был, по-видимому, впервые, введен О. Райаном [6, 9-11] по аналогии с более известным эффектом аэродинамического нагрева для описания явления снижения адиабатной температуры стенки в области задней критической точки поперечно обтекаемого цилиндра (эффект Эккерта-Вайзе). За цилиндром (или, например, за выходной кромкой лопатки турбины) образуется вихревой след с температурной стратификацией по сечению вихря: в центре вихря полная температура ниже начальной, а на периферии – выше. Для сверхзвуковых потоков [6, 12-14] снижение адиабатной температуры стенки фиксируется в следе за плохо обтекаемым препятствием в виде клина, ребра или ступеньки.

Доклад посвящен исследованию динамических (распределение статического давления на стенке, поле скорости) и тепловых (адиабатная температура стенки, коэффициенты восстановления температуры и теплоотдачи) параметров в потоке сжимаемого газа при обтекании плоской стенки и наличии/отсутствии воздействий в виде падающего скачка уплотнения (исследование аэродинамического нагрева) и течения в следе за выступом на обтекаемой поверхности (эффект аэродинамического охлаждения).

Исследования проводились на аэродинамической установке АР-2 периодического действия. Размеры рабочей секции: длина – 200 мм, ширина – 70 мм, высота – 98 мм. Число Рейнольдса, рассчитанное по длине нарастания динамического пограничного слоя от критического сечения сопла, составляло не менее $2 \cdot 10^7$ на срезе сопла, что свидетельствует о турбулентном режиме течения. Толщина пограничного слоя в начале рабочей секции на верхней и нижней стенках составляла около 6 мм. Установка оснащена как оптическими кварцевыми окнами, так и ИК-прозрачным иллюминатором из ZnSe, что позволяет измерять температуру

нижней и боковых поверхностей рабочей секции с помощью ИК-камеры InfraTEC 8800. Тепловой поток в стенку определялся аналитическим методом: решением обратной задачи теплопроводности по измеренному темпу охлаждения стенки и теплофизическим свойствам материала модели. Для определения локальной скорости течения потока использовался метод PIV.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ №23-19-00096.

ЛИТЕРАТУРА

1. J.R. Hayes, R.D. Neumann Introduction to the aerodynamic heating analysis of supersonic missiles. Hemsch M., Nielsen J. (Eds.). Tactical Missile Aerodynamics. Progress in Astronautics and Aeronautics Series, AIAA, 1992, 142, 63-114.
2. R.D. Neumann, D.C. Freeman. Experimental measurement of aerodynamic heating about complex shapes at supersonic Mach numbers. *J. Spacecr. Rockets*, 2012, 49 (6), 1080-1087.
3. С.Т. Суржиков, М.П. Шувалов. Тестирование расчетных данных по радиационному и конвективному нагреву спускаемых космических аппаратов нового поколения (Обзор). *ТВТ*. 2013, 51 (3), 456–470.
4. R.J. Moffat What's new in convective heat transfer? *Int. J. Heat Fluid Flow*, 1998, 19, 90-101.
5. D.J. Mee, H. Chiu, P.T. Ireland. Technique for detailed heat transfer measurements in cold supersonic blowdown tunnels using thermochromic liquid crystals. *Int. J. Heat Mass Transf.*, 2002, 45.
6. А.И. Леонтьев, Луцик В.Г., М.С. Макарова, С.С. Попович. Коэффициент восстановления температуры в сжимаемом турбулентном пограничном слое. *ТВТ*, 2022, 60 (3), 455–480.
7. S.S. Popovich, A.G. Zditovets, N.A. Kiselev, U.A. Vinogradov. Experimental study of aerodynamic heating in the region of an incident shock wave boundary layer interaction. *Acta Astronaut.*, 2025, 229, 804-813.
8. S. Lavagnoli, C.D. Maesschalck, G. Paniagua. Uncertainty analysis of adiabatic wall temperature measurements in turbine experiments. *Appl. Therm. Eng.*, 2015, 82.
9. L.F. Ryan, Experiments on aerodynamic cooling. Swiss Federal Institute of Technology, 1951.
10. E. Eckert, Energy separation in fluid streams. *Int. Commun. Heat Mass Transf.*, 1986, 13, 127-143.
11. A.G. Zditovets, N.A. Kiselev, S.S. Popovich, Y.A. Vinogradov. Experimental investigation of the Eckert-Weise effect (aerodynamic cooling) of pair side-by-side circular cylinders in a compressible cross-flow // *Int. J. Heat Mass Transf.*, 2024. Vol. 233.
12. P.K. Chang. Separation of flow. Pergamon Press, 1970.
13. A.I. Leontiev, S.S. Popovich, U.A. Vinogradov, M.M. Strongin. Experimental research of supersonic aerodynamic cooling effect and its application for energy separation efficiency, Proc. 16th Int Heat Transf Conf IHTC-16 212244, 2018, 1–8.
14. S.S. Popovich Aerodynamic cooling of the wall in the trace of a supersonic flow behind a backward-facing ledge // *Fluid Dyn.* 2022. V. 57. N. 1. P. 57–64.

ТЕРМОКОНЦЕНТРАЦИОННАЯ КОНВЕКЦИЯ С ЭФФЕКТОМ CORE В ПЛОСКИХ СЛОЯХ С ГРАНИЦАМИ НИЗКОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

С.А. Прокопьев, Т.П. Любимова

Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь

Работа посвящена численному исследованию конвекции однокомпонентных, бинарных и тройных жидкостей в горизонтальных слоях в условиях, когда сверху и снизу жидкость окружают твердые непроницаемые для вещества стенки с теплопроводностью много меньшей, чем теплопроводность рассматриваемой жидкости.

В большинстве проводимых исследований по тепловой конвекции делается допущение о так называемых границах идеальной теплопроводности, когда твердые окружающие жидкость массивы обладают много большей теплопроводностью, чем сама исследуемая жидкость. На практике это допущение выполняется в абсолютном большинстве случаев; например, отношение теплопроводностей меди или алюминия к теплопроводности воды при нормальных условиях превышает 100. Математически это физическое допущение приводит к заданию температуры на границах области, т.е. к граничным условиям Дирихле. Однако обратная ситуация, при которой теплопроводность стенок меньше теплопроводности жидкости, хотя и является более редкой, но также практически реализуема [1]. Можно показать, что в данном случае на границах области необходимо задавать тепловой поток, т.е. условие Неймана [2]. Анализ литературы показывает (см., например, [3, 4]), что задача конвекции с границами низкой теплопроводности является относительно хорошо изученной лишь для однокомпонентных жидкостей: имеются теоретические исследования по устойчивости равновесия таких жидкостей, результаты прямого численного моделирования и лабораторных экспериментов. При этом до конца остается неясным, каковы условия формирования квадратных ячеек и конвективных двумерных валов и пространственные масштабы течения вдали от порога возникновения конвекции. Для смесей же задача остается изученной в намного меньшей степени.

В настоящей работе рассматривается бесконечный горизонтальный слой с твердыми верхней и нижней стенками, непроницаемыми для вещества. На твердых стенках задается постоянный вертикальный тепловой поток. Задача исследуется в рамках приближения Буссинеска для несжимаемой жидкости; система уравнений Навье-Стокса дополняется уравнениями теплопроводности и диффузии (с учетом эффекта Соре) [5].

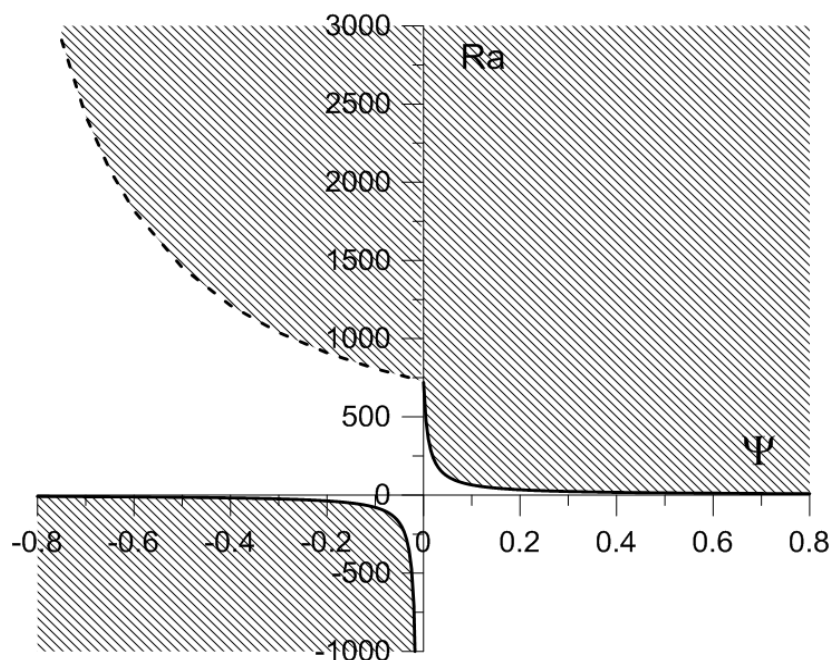


Рис. 1. Карта устойчивости на плоскости отношение разделения (Ψ) – число Рейля (Ra) для бинарной жидкости. Заштрихованная область – зона неустойчивости. Сплошные линии – монотонная длинноволновая неустойчивость, пунктирная – длинноволновая колебательная неустойчивость.

Ранее нами была решена линейная задача устойчивости [6] для бинарных и тройных жидкостей. На рис. 1 представлены обобщающие исследование результаты в виде карты устойчивости: отношение разделения (Ψ – параметр термодиффузии) – число Рейля (Ra). Результаты были получены для числа Прандтля $Pr = 10$. Для тройных смесей, за рядом некоторых исключений, результат качественно похож на случай бинарных жидкостей. Характерной особенностью задачи конвекции Соре в слое с границами малой теплопроводности является наличие длинноволновой колебательной неустойчивости не только в случае тройной, но и в случае бинарной смеси; в задаче о конвекции Соре в случае слоя с границами высококой теплопроводности длинноволновая колебательная неустойчивость наблюдается для трехкомпонентной смеси (или для смеси с большим числом компонент), а для бинарной смеси имеются лишь монотонные длинноволновые моды.

Полученный результат противоречит некоторым экспериментальным работам (см., например, исследование для однокомпонентной жидкости [7]), где наблюдалась конвекция в виде конечных волновых квадратных ячеек.

Однако, проведенное прямое численное моделирование позволило пролить свет на данное противоречие. Двумерное прямое численное моделирование показало, что длинноволновой режим действительно наблюдается, но лишь вблизи порога возникновения конвекции. По мере увеличения интенсивности нагрева слоя (абсолютного значения Ra) происходит перестройка системы с уменьшением характерного горизонтального масштаба течения. В особенности это хорошо наблюдается для монотонной неустойчивости при подогреве сверху. Отметим, что колебательный режим в действительности тоже наблюдается лишь вблизи порога возникновения конвекции.

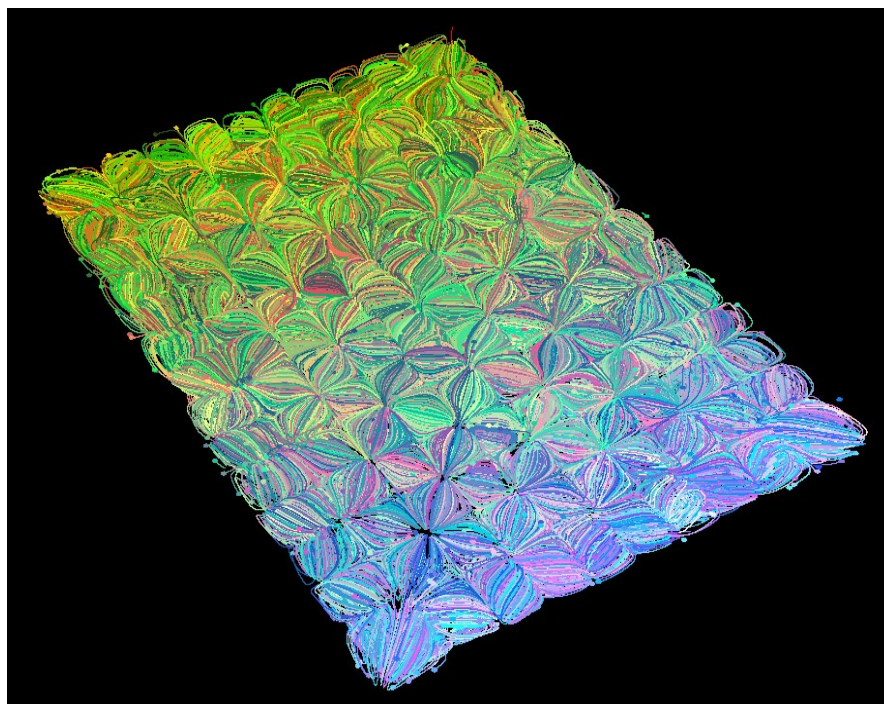


Рис. 2. Трехмерное моделирование конвекции: квадратные ячейки.

Результаты исследования при помощи прямого численного моделирования в полной трехмерной постановке показали, что, в зависимости от параметров расчета, возможно получить как течение в виде двумерных валов, так и в виде квадратных ячеек, что находится в согласии с экспериментальной работой [7]. Течение в виде валов при этом по своим параметрам полностью соответствует течению, реализующемуся в двумерном моделировании. Понимание механизмов, определяющих выбор того или иного типа течения в зависимости от параметров задачи, требует дальнейшего изучения.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант 25-71-00038).

ЛИТЕРАТУРА

1. K. Horai. Thermal conductivity of rock-forming minerals. *Journal of Geophysical Research*, 1971, 76, 1278-1308.
2. Г. З. Гершуни, Е. М. Жуховицкий. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. Москва: Наука, 1972, 392.
3. А. В. Гетлинг. Конвекция Рэлея-Бенара: структуры и динамика. Москва: Эдиториал УРСС, 1999, 248.
4. F. H. Busse, N. Riahi. Nonlinear convection in a layer with nearly insulating boundaries. *Journal of Fluid Mechanics*, 1980, 96, 243–256.
5. Рыжков И. И. Термодиффузия в смесях: уравнения, симметрии, решения и их устойчивость. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2013, 200.
6. T. P. Lyubimova, E. S. Sadilov, S. A. Prokopenv. Onset of Soret-induced convection in a horizontal layer of ternary fluid with fixed vertical heat flux at the boundaries. *The European Physical Journal E*, 2017, 40, 15.
7. P. Le Gal, V. Croquette; Appearance of a square pattern in a Rayleigh–Bénard experiment. *Phys. Fluids* 1 November 1988; 31 (11): 3440–3442.

УСТОЙЧИВЫЙ АЛГОРИТМ МОДЕЛИРОВАНИЯ МНОГОФАЗНЫХ ТЕЧЕНИЙ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА ФАЗОВОГО ПОЛЯ

С.А. Прокопьев, Т.П. Любимова
Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь

Метод фазового поля, основанный на теории Кана-Хилларда [1], представляет собой эффективный подход для моделирования многофазных течений, в последние годы набирающий популярность. В основе данного метода лежат несколько ключевых положений. Во-первых, рассматривается обобщенное уравнение диффузии, где в качестве движущей силы выступает градиент химического потенциала. Во-вторых, химический потенциал определяется через функцию свободной энергии, которая, в простейшем случае для изотермической задачи, определяется лишь составом вещества (концентрацией или параметром порядка). В-третьих, функция свободной энергии, в отличие от классических термодинамических моделей, зависит не только от значения самой концентрации, но также от градиентов концентрации: градиентная часть при этом отвечает за межфазное натяжение. Безградиентная часть конструируется в зависимости от физики рассматриваемого явления. Теория Кана-Хилларда вместе с моделью Навье-Стокса позволяет исследовать широкий класс задач, в которых межфазные (капиллярные) явления в значительной степени могут определять характер протекания физического процесса. Например, исследование неустойчивостей Релея-Тейлора и Кельвина-Гельмгольца, всплытие/подъем капли, вытеснение одной жидкости другой в капиллярах и многое другое [2, 3]. Уравнение Кана-Хилларда выглядит следующим образом:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = M \nabla^2 \mu, \quad \mu = \frac{\delta E}{\delta C}, \quad E = \int_{\Omega} f(C, \nabla C) dV,$$

Здесь C – концентрация, μ – химический потенциал, E – полная свободная энергия. В простейшем случае подынтегральная функция $f = F(C) - \varepsilon / 2 (\nabla C)^2$, $F(C) = 0.25 (C^2 - 1)^2$. При всех своих достоинствах модель Кана-Хилларда обладает и рядом недостатков, прежде всего, это трудности при численной реализации. Представленное выше уравнение представляет собой уравнение 4-ого порядка в частных производных, при использовании явных схем, таким образом, теоретически реализуемый временной шаг интегрирования $\Delta t \sim h^4$. Неявные схемы также сталкиваются с проблемами, сопряженными с плохо обусловленными матрицами СЛАУ, получаемыми в результате дискретизации исходного уравнения Кана-Хилларда. Кроме того, для получения корректного физического результата необходимо выполнения условия $dE/dt \leq 0$.

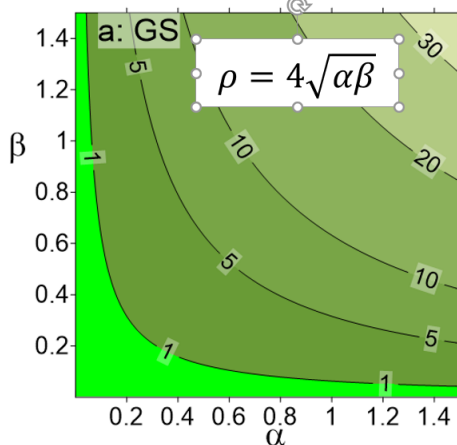


Рис. 1. Спектральный радиус (ρ) для метода Гаусса-Зейделя в зависимости от параметров α и β , где $\alpha = M\Delta t / h^2$, $\beta = \varepsilon / h^2$. Устойчивость метода при $\rho < 1$.

В настоящей работе проведен анализ имеющихся в литературе подходов для улучшения алгоритмов расчета с помощью метода Кана-Хилларда. Получено явное выражение для спектрального радиуса матриц итерационных алгоритмов, что позволяет точно оценить устойчивость схемы в зависимости от параметров расчета. На основе полученных выражений для спектрального радиуса предложен вариант улучшения численной схемы путем добавления фиктивного стабилизирующего слагаемого; показано, что данный подход позволяет увеличить шаг интегрирования в 20-50 раз в зависимости от условий задачи и параметров модели. Показано, что данная методика может быть расширена на случай многофазной фазово-полевой модели.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант № 24-11-00269).

ЛИТЕРАТУРА

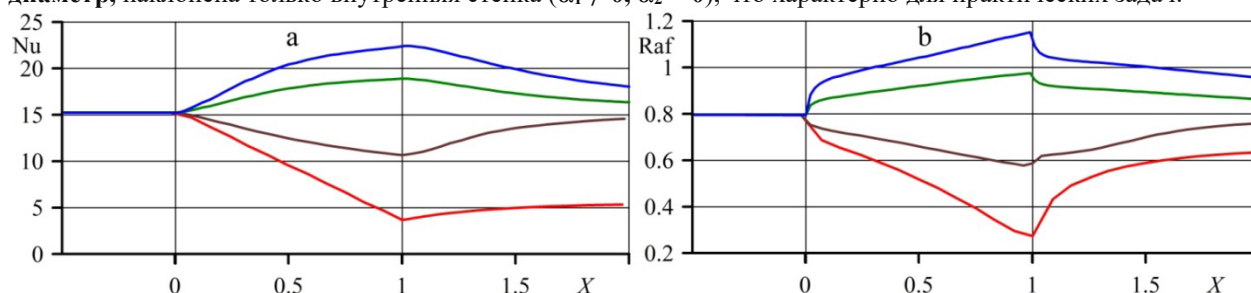
1. J.W. Cahn, J.E. Hilliard. Free energy of a nonuniform system. I. Interfacial free energy. Journal of Chemical Physics, 1958, 28, 258–267.
2. T. Lyubimova, A. Vorobev, S. Prokopen. Rayleigh-Taylor instability of a miscible interface in a confined domain. Physics of Fluids, 2019, 31(1), 014104.
3. S. Prokopen, A. Vorobev, T. Lyubimova. Phase-field modeling of an immiscible liquid-liquid displacement in a capillary. Physical Review E, 2019, 99(3), 033113.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕЧЕНИЯ И ТЕПЛОПЕРЕНОСА В КОНИЧЕСКОМ КОЛЬЦЕВОМ КАНАЛЕ С МАЛЫМ УГЛОМ РАСКРЫТИЯ

А.И. Решмин, В.В. Трифонов
НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва
trifonov@imec.msu.ru

Проведено численное исследование безотрывного течения в кольцевом канале переменного сечения с малыми углами наклона стенок с подогреваемой внутренней стенкой. Для диапазона чисел Рейнольдса $Re = 3000-10000$ рассчитаны поля скорости, турбулентной энергии, напряжений Рейнольдса и характеристики турбулентного теплообмена. Вычисления выполнены с использованием трёхпараметрической дифференциальной модели турбулентности, дополненной уравнениями турбулентного переноса тепла [1].

Исследованы течение и теплообмен в двух конфигурациях кольцевого конического канала: 1 - углы наклона внутренней и внешней стенок равны по величине и противоположны по знаку ($\alpha_1 = -\alpha_2$), что при малом изменении температуры обеспечивает неизменность Re по длине канала; 2 - постоянный внешний диаметр, наклонена только внутренняя стенка ($\alpha_1 \neq 0, \alpha_2 = 0$), что характерно для практических задач.



На рисунках показано изменение числа Нуссельта Nu (a) и фактора аналогии Рейнольдса Raf (b) воздушного потока по длине нагреваемой стенки канала $X = x/L_d$ в зависимости от угла раскрытия $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$ при $Re = 5000$. α : синий 1° , зеленый 0.5° , коричневый -0.5° , красный -1° .

Расширяющийся канал ($\alpha > 0$): Происходит интенсификация турбулентности (рост интенсивности турбулентности и напряжений Рейнольдса). Значительно увеличивается число Нуссельта (Nu), характеризующее теплообмен. Коэффициент гидравлического сопротивления возрастает незначительно, что приводит к росту фактора аналогии Рейнольдса (Raf) — ключевого показателя энергетической эффективности.

Сужающийся канал ($\alpha < 0$): Наблюдается подавление турбулентности. При углах сжатия $|\alpha| > \sim 0.7^\circ$ и $Re = 3000$ наступает полная ламинаризация течения.

Выявленные эффекты влияния геометрии на турбулентность и теплообмен проявляются уже при очень малых углах (порядка $0.2^\circ - 1.0^\circ$).

Показано, что расширение кольцевого канала является эффективным методом пассивной интенсификации теплообмена. По сравнению с каналом постоянного сечения при тех же числах Рейнольдса, данный подход позволяет увеличить число Нуссельта и фактор аналогии Рейнольдса без применения искусственной турбулизации. Это открывает путь к созданию более эффективных теплообменных аппаратов (типа «труба в трубе»), где прирост теплосъема достигается без значительного увеличения гидравлических потерь.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда, грант №. 25-19-00278.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Г. Лушник, А. А. Павельев, А. Е. Якубенко. Трёхпараметрическая модель сдвиговой турбулентности. Известия РАН. Механика жидкости и газа, 1978, № 3, с. 13 - 25.

РАЗВИТИЕ ВОЗМУЩЕНИЙ В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ ПРИ ПОВЫШЕННОЙ ВНЕШНЕЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ НА МОДЕЛИ С ТОЛСТОЙ ПЕРЕДНЕЙ КРОМКОЙ

Д.С. Сбоев, С.Н. Толкачев

Центральный аэрогидродинамический институт, Жуковский

Эксперименты по ламинарно-турбулентному переходу при повышенной степени турбулентности внешнего потока чаще всего проводятся на плоских пластинах с острыми передними кромками [1]. На практике этот тип перехода очень важен для задач внутренней аэродинамики, в которых передние кромки тел затуплены. Теоретические модели явления [2-4] базируются на идее о том, что перпендикулярная передней кромке компонента завихренности внешнего турбулентного потока изгибается и растягивается передней кромкой, превращаясь в продольную компоненту. Такие механизмы могут быть линейными или нелинейными и они весьма эффективны при возбуждении в пограничном слое продольных структур, являющихся основным типом возмущений в ламинарном пограничном слое при повышенной внешней турбулентности. Экспериментов, кроме работы [5], по этому вопросу нет. Результаты [5] показали, что затупленная передняя кромка приводит к тому, что переход на такой модели происходит раньше, чем в тех же условиях на совершенно аналогичной модели, но с острой кромкой. Однако в измерениях [5] область перехода оказалась довольно короткой, что не дало возможности более детально изучить развитие возмущений. Исходя из стремления выявить влияние именно передней кромки, а не градиентов давления, для представленных ниже экспериментов была выбрана модель прямого крыла с характерным для современных сверхкритических профилей "полочным" распределением давления (рис. 1) на малых скоростях. Это обеспечило одновременно большой радиус затупления передней кромки, безотрывное обтекание в области измерений и возможность достаточно широкого регулирования протяженности зоны перехода. Полученный ламинарный пограничный слой был достаточно близок к Блазиусовскому, что дает возможность прямого сравнения результатов со случаем пластины с острой передней кромкой. В данном сообщении основное внимание уделено измерениям развития возмущений в начальной стадии перехода.

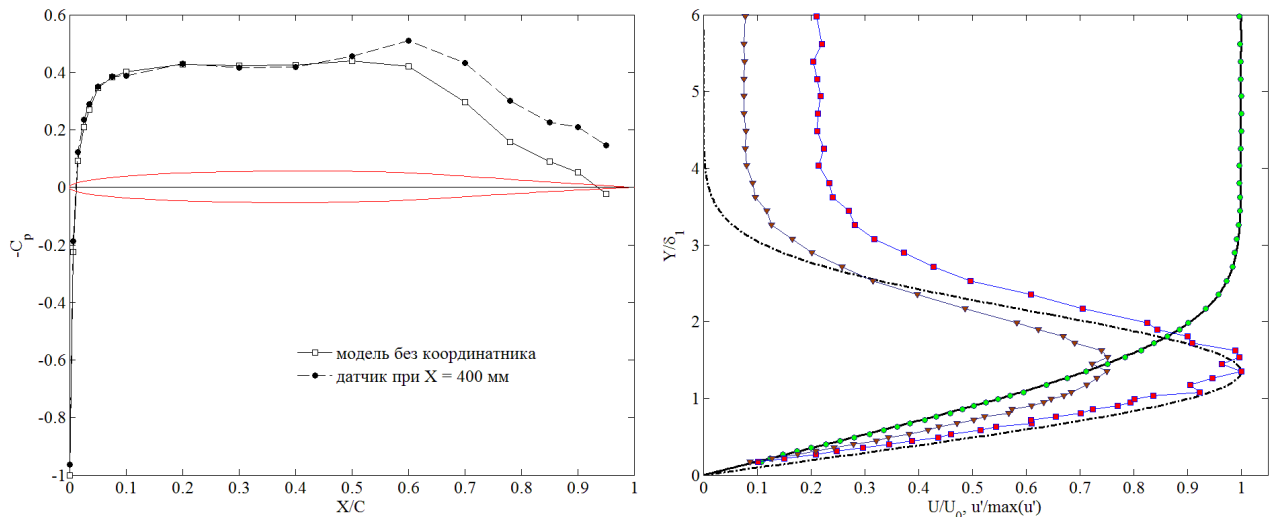


Рис. 1. Слева – форма профиля крыла и распределения давления по модели с координатным устройством и без него, справа – профили средней скорости (кружки), интегральных по спектру среднеквадратичных пульсаций (квадраты) и пульсаций в полосе 0-20 Гц (треугольники) в пограничном слое при $X = 350$ мм ($Re_x = 1,77 \cdot 10^5$), $U_0 = 7,5$ м/с (справа). Линиями показаны профиль Блазиуса и профиль $U\partial U/\partial Y$.

Эксперименты выполнены в аэродинамической трубе Т-124 ЦАГИ на модели прямого крыла с хордой $C = 1$ м, относительной толщиной 10%, установленной под нулевым углом атаки. Модель была дренирована. Измерения в пограничном слое проведены одноточечными датчиками термоанемометра с нитью диаметром 5 мкм, длиной около 1 мм. Датчик либо закреплялся в автоматизированном координатном устройстве, либо стационарно крепился на модели. Применялись термоанемометры постоянного сопротивления Dantec 55T30. Частотный диапазон прибора 0-10 кГц. Измерения проводились при скоростях набегающего потока $U_0 = 7,5$ и 15,9 м/с, диапазон области измерений по продольной координате X от 200 до 550 мм при малой скорости и от 150 до 500 мм при повышенной с шагом 50 мм. Проведение измерений ближе к передней кромке было невозможным по причине недопустимого искажения распределений давления координатным устройством. В области измерений продольный градиент давления по модели был близок к нулевому (рис. 1) и тщательно контролировался в ходе измерений для каждого из рабочих положений координатного устройства путем подбора загромождений в рабочей части.

Турбулентность в рабочей части создавалась сеткой с квадратными ячейками 50x50 мм и диаметром прутка 1,5 мм, крепившейся на срезе сопла. Измерения турбулентности проведены двухниточным X-образным датчиком. Степень турбулентности по продольной компоненте пульсаций около передней кромки оценивается как 1,2%, продольный интегральный масштаб турбулентности около 11 мм, отношение поперечной и продольной компонент пульсаций около модели 0,9. Радиус закругления передней кромки крыла $r = 12,8$ мм и сравним с интегральным масштабом.

Частота дискретизации сигнала термоанемометра составляла 2 либо 20 кГц в зависимости от режима измерений. Время выборки 60-100 с на точку. Даже при малой скорости в пограничном слое наблюдалась генерация турбулентных пятен. Поэтому вычислялась перемежаемость и для последующего анализа использовались только ламинарные участки сигналов. Все данные ниже приведены для этого случая, за исключением кривых нарастания максимума пульсаций в пограничном слое.

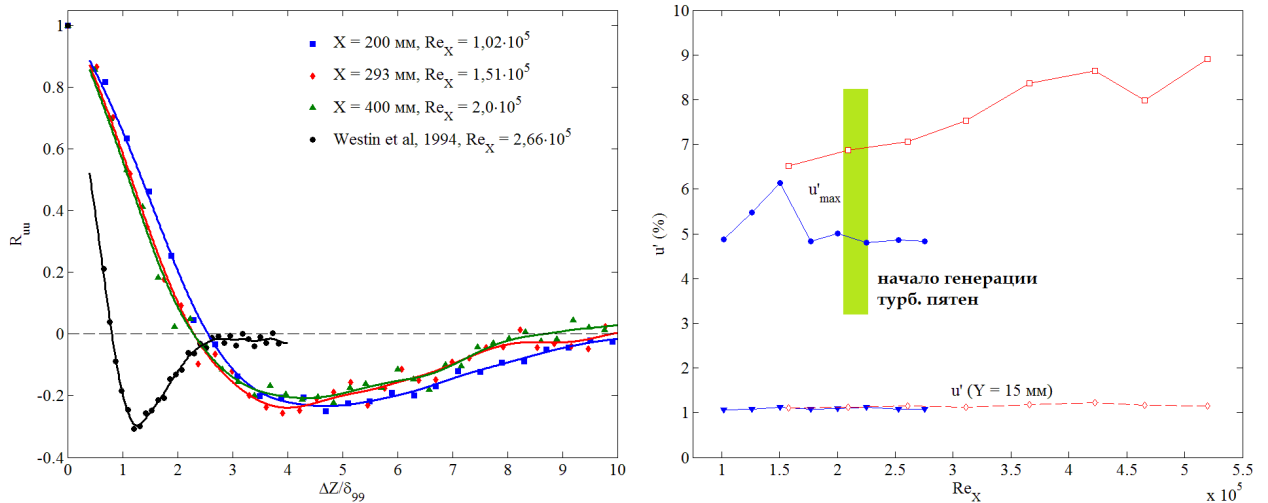


Рис. 2. Корреляции скорости в трансверсальном направлении ($U_0 = 7,5$ м/с, слева) и нарастание пульсаций u'_{\max} в их максимуме по координате Y и при $Y = 15$ мм (справа, залитые символы $U_0 = 7,5$ м/с, открытые $U_0 = 15,9$ м/с).

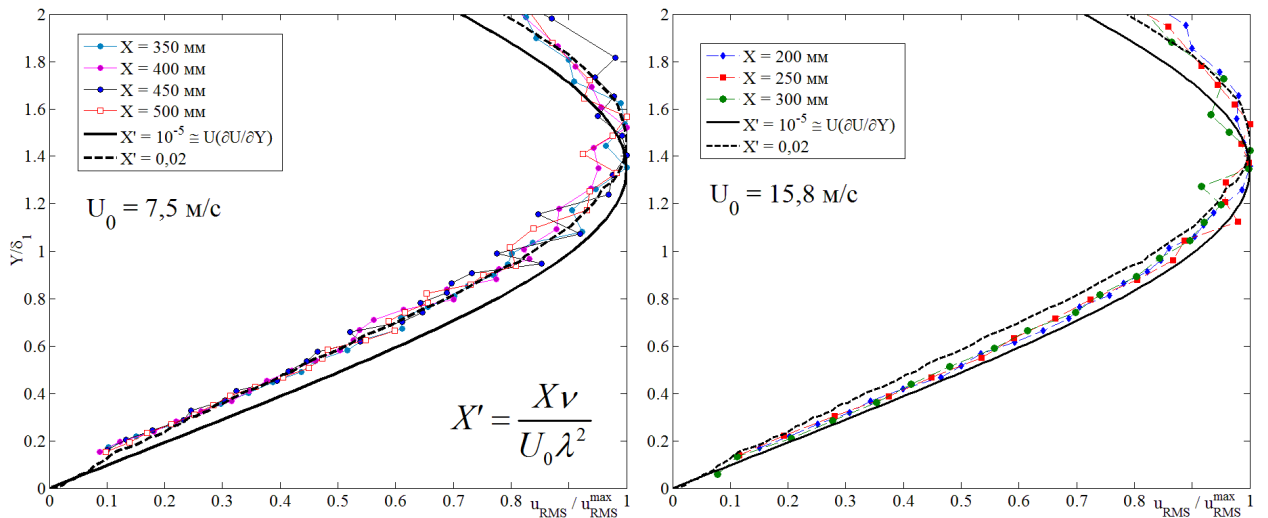


Рис. 3. Форма профилей пульсаций скорости в нижней части пограничного слоя, $U_0 = 7,5$ м/с (слева) и 15,9 м/с (справа). Линиями показаны результаты [3] для значений безразмерной продольной координаты $X' = 10^{-5}$ (сплошная линия) и 0,02 (штриховая линия), λ – период пространственной неоднородности внешнего возмущения в [3].

Пример профилей средней скорости и среднеквадратичных пульсаций в пограничном слое показан на рис. 1. В ламинарном режиме течения все профили средней скорости были весьма близки к профилю Блазиуса. Профили среднеквадратичных пульсаций имели колоколообразную форму, близкую к форме профилей пульсаций на пластинах с острыми кромками. Форма профилей близка к зависимости $U\partial U/\partial Y$, которая характеризует полосчатые структуры. Как и на пластинах, в пограничном слое усиливались низкие частоты и подавлялись высокочастотные колебания. Для показанного на рис. 1 профиля пульсаций более 55%

энергии колебаний лежит в полосе 0-20 Гц. Измерения корреляций в трансверсальном направлении Z на высоте максимума пульсаций приведены на рис. 2 в сравнении с данными для плоской пластины. Из рисунка видно, что в пограничном слое развиваются локализованные по Z возмущения со вполне определенным трансверсальным масштабом, который можно оценить по положению минимума корреляций.

Качественное совпадение, в сравнении с тонкими пластинами, таких характеристик возмущений пограничного слоя, как профили интегральных по спектру пульсаций, спектральный состав и локализация возмущений по трансверсальной координате оказалось хорошим, однако количественно влияние затупленной передней кромки на эти характеристики очень велико. Пример такого влияния приведен на рис. 1 и 3. Из рис. 1 видно, что профиль пульсаций в нижней части пограничного слоя несколько смещен вверх от теоретической кривой $U\partial U/\partial Y$, с которой такие профили на плоских пластинах с острыми кромками в этой области слоя совпадают очень хорошо. Согласно линейной теории [3], на пластине с затупленной кромкой профили пульсаций при возрастании безразмерной координаты X' (см. рис. 3) действительно смещаются вверх. Как видно из рис. 3, при $U_0 = 7,5$ м/с профили пульсаций на ранних стадиях развития очень хорошо совпадают с расчетами [3] для $X' = 0,02$. Тогда в одинаковых условиях проведения экспериментов (интегральный масштаб турбулентности и искажения среднего потока остаются теми же при использовании той же самой сетки) увеличение скорости уменьшает безразмерную координату X' и профили пульсаций должны лучше совпадать с кривой $U\partial U/\partial Y$ (результаты [3] для $X' = 10^{-5}$ практически неотличимы от этой кривой). Именно это и наблюдалось в данных экспериментах.

Формы корреляций (рис. 2) подобны в двух сравниваемых случаях, но количественно они существенно различаются. Характерный поперечный масштаб возмущений в случае плоской пластины несколько более двух толщин пограничного слоя, на крыле этот масштаб составил около 8-10 местных толщин. Такой эффект наблюдался в модельных экспериментах [6] при исследовании взаимодействия контролируемых локализованных вихревых возмущений из внешнего потока с пограничными слоями на плоской пластине и прямом крыле. Рис. 2 показывает, что, как и на плоской пластине, трансверсальный масштаб возмущений на крыле растет вниз по потоку несколько медленнее толщины пограничного слоя. Из данных спектрального анализа и автокорреляций следует, что характерный продольный масштаб возмущений в пограничном слое составляет от 20 до 60 толщин вытеснения. Это значит, что отношение трансверсального и продольного масштабов на крыле около 1:4, в то время как на остроносых плоских пластинах это отношение порядка 1:10 или выше. На рис. 2 при сопоставлении корреляций на плоской пластине и крыле видно, что относительные размеры областей положительной и отрицательной корреляции на пластине примерно одинаковы, в то время как на крыле область положительной корреляции сравнительно уже. Это соответствует геометрическим особенностям продольных структур в пограничном слое на затупленной пластине, рассчитанным в [4] по слабонелинейной теории.

Еще более различается в двух случаях нарастание возмущений вниз по потоку (рис. 2). Как известно, на плоской пластине они первоначально нарастают как $X^{1/2}$. В проведенных экспериментах такого поведения пульсаций не наблюдалось. Нарастание возмущений в пограничном слое показано на рис. 2 в зависимости от $Re_x = U_0 X / \nu$. При малой скорости возмущения нарастают в области передней кромки, далее их амплитуда несколько снизилась и оставалась постоянной вниз по потоку. При повышении скорости возмущения монотонно нарастают во всей области измерений, однако рост также не соответствует зависимости $X^{1/2}$. Необходимо отметить высокую амплитуду возмущений в начале области измерений около 5–6,5%. Это означает, что на весьма коротком участке от передней кромки происходит интенсивный рост пульсаций. Вероятно, в данных экспериментах во всех режимах с самого начала области измерений развитие возмущений было (слабо)нелинейным. Генерация турбулентных пятен в обоих режимах начиналась примерно при $Re_x = 2,2 \cdot 10^5$, при этом, как уже отмечалось, среднеквадратичная амплитуда возмущений при малой скорости оставалась приблизительно постоянной. Тем не менее, число турбулентных пятен в этом режиме возрастало вниз по потоку. На пластинах с острыми кромками при степени турбулентности 1,2% начало генерации пятен соответствует Re_x около $(2,9-3) \cdot 10^5$, примерно на треть длины модели ниже по потоку.

Обнаруженные в данной работе различия в характеристиках развития полосчатых структур в пограничном слое плоской пластины и прямого крыла, вероятно, связаны с тем, что над моделью крыла внешняя турбулентность развивается совершенно по-иному. В частности, на рис. 2 показано, что на высоте над поверхностью порядка 5δ ($Y = 15$ мм) внешняя турбулентность не затухает, амплитуда ее пульсаций постоянна и даже слегка возрастает. Это резко контрастирует с хорошо известными законами развития сеточной турбулентности, имеющими место при тех же высотах над поверхностью пластин. Более того, эта внешняя турбулентность на большом протяжении от поверхности по нормальной координате Y является негауссовой, в то время как она близка к гауссовой в набегающем потоке. При высоте над моделью $Y = 40$ мм турбулентность вниз по потоку затухает. В [7] было введено понятие «надслоя», как области над поверхностью модели, в которой приблизительно изотропная внешняя турбулентность «ощущает» присутствие стенки и ее изотропия нарушается. В зависимости от соотношения толщин динамического пограничного слоя δ и интегрального масштаба турбулентности высота «надслоя» либо примерно равна δ , либо существенно больше, до 20η (η – переменная Блазиуса). В данных экспериментах внешняя турбулентность не затухает при $Y = 15$ мм ($\eta > 35-40$). Это означает, что затупленная передняя кромка

существенно влияет на завихренность во внешнем потоке, увеличивая высоту «надслоя» и, тем самым, влияет и на развитие порождаемых турбулентностью возмущений пограничного слоя.

По результатам проведенных экспериментов можно утверждать, что в пограничном слое развиваются низкочастотные полосчатые структуры. Многие черты этого развития сходны со случаем острой пластины, однако имеются существенные различия:

- возмущения чрезвычайно быстро входят в стадию нелинейного развития, нарастание их на этой стадии слабое, но амплитуды высокие;
- масштабы возмущений в трансверсальном направлении существенно больше, а отношение продольного и поперечного масштабов меньше, чем на острой пластине;
- протяженность области вне пограничного слоя, в которой в направлении по нормали к стенке происходят сильные изменения в структуре внешней турбулентности, значительно больше, чем над острой пластиной;
- многие наблюдаемые особенности ранних стадий развития возмущений успешно предсказываются линейной и слабонелинейной теориями восприимчивости пограничного слоя к вихревым возмущениям;
- затупление передней кромки способствует более раннему началу ламинарно-турбулентного перехода по сравнению с острыми пластинами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Westin K.J.A., Boiko A.V., Klingmann B.G.B., Kozlov V.V., Alfredsson P.H. Experiments in a boundary layer subjected to free stream turbulence. Part I: Boundary layer structure and receptivity. *J. Fluid Mech.*, 1994. 281, 193-218.
2. Goldstein M.E., Leib S.J., Cowley S.J. Distortion of a flat-plate boundary layer by free-stream vorticity normal to the plate. *J. Fluid Mech.*, 1992. 237, 231-260.
3. Устинов М.В. Восприимчивость пограничного слоя на плоской пластине с затупленной передней кромкой к стационарной неоднородности набегающего потока. ПМТФ, 2000, т.41, №4, с.93-100.
4. Goldstein M.E., Sescu A. Boundary-layer transition at high free-stream disturbance levels – beyond Klebanoff modes. *J. Fluid Mech.*, 2008. 613, 95-124.
5. Жигулев С.В., Успенский А.А., Устинов М.В. Влияние масштаба турбулентности потока и формы передней кромки на ламинарно-турбулентный переход в пограничном слое. Изв. АН СССР. МЖГ, 2009, №1, с.39-55.
6. Сбоев Д.С., Грек Г.Р., Козлов В.В. Экспериментальное исследование восприимчивости пограничного слоя к локализованным возмущениям из внешнего потока. Теплофизика и аэромеханика, 1999, т.6, №1, с.1-14.
7. Дыбан Е.П., Эпик Э.Я. Тепломассообмен и гидродинамика турбулизированных потоков. Киев: Наукова думка, 1985. 296 с.

НЕРАВНОВЕСНЫЙ ТУРБУЛЕНТНЫЙ ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ С НЕОБЫЧНЫМИ СВОЙСТВАМИ

Д.С. Сбоев

Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), Москва

Классические представления о форме профиля средней скорости в турбулентном пограничном слое (ТПС) основываются на существовании двух (полу)эмпирических законов. Это закон стенки и закон дефекта скорости. Одновременное выполнение этих законов обеспечивает существование в профиле так называемого логарифмического участка при условии того, что ТПС является равновесным, то есть свободным от эффектов памяти, вызванных воздействием каких-либо возмущений выше по потоку. Многие методы определения характеристик пограничного слоя основываются на существовании логарифмического участка и связанном с этим аналитическом представлении формы профиля. Для шероховатых поверхностей средний профиль в переменных стенки обычно представляется в виде [1]

$$U^+ = \frac{U}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln \left(\frac{(Y-d)u_\tau}{\nu} \right) + B - \Delta U^+ + \frac{2\Pi}{\kappa} w \left(\frac{Y-d}{\delta} \right), \quad (1)$$

где величины скорости трения u_τ , положения плоскости действия эффективного касательного напряжения d , параметра следа Π и параметра ΔU^+ , описывающего возрастание среднего трения, могут быть определены из экспериментальных данных методом наименьших квадратов, а w – функция следа, описывающаяся заранее принятым выражением. На гладкой сплошной стенке ΔU^+ и d равны нулю. В развитом режиме на шероховатых поверхностях деталями течения непосредственно вблизи стенки обычно пренебрегается.

В недавнее время в ЦАГИ и ИАЛТ МФТИ при малых скоростях (35 м/с) были проведены достаточно обширные измерения характеристик ТПС на перфорированной поверхности, являющейся частным случаем шероховатой стенки. Перфорация была образована закрытыми цилиндрическими кавернами. Изучаемый ТПС формировался на сплошных стенках элементов аэродинамических труб (АДТ) выше по потоку и затем развивался над перфорацией. Ввиду краткости перфорированного участка ТПС при этом становился неравновесным. Первоначально планировалось провести обработку данных по средней скорости обычными методами [1]. Однако было установлено, что получаемые таким образом результаты с данными [1] существенно расходятся. В частности, параметр следа оказался близким к нулю, а не возрос по сравнению со случаем сплошной стенки, как это было в [1]. Кроме того, выяснилось, что количественные результаты обработки профилей зависят от самого способа обработки. Для устранения влияния неучтенных факторов эксперименты были повторены на одной и той же модели в двух АДТ разными методами, термоанемометрией и PIV. Результаты в двух АДТ оказались практически одинаковыми.

Для объяснения наблюдаемых фактов было высказано две гипотезы. Первая состояла в том, что в неравновесном ТПС над перфорацией профили скорости не могут быть описаны классической схемой и, в частности, имеются признаки двух логарифмических участков. Вторая гипотеза основывалась на том выясненном при помощи PIV обстоятельстве, что вследствие негерметичности каверн в области их дна мог иметь место отсос пограничного слоя и ТПС приближался к известному асимптотическому состоянию ТПС с отсосом, для которого параметр следа близок к нулю.

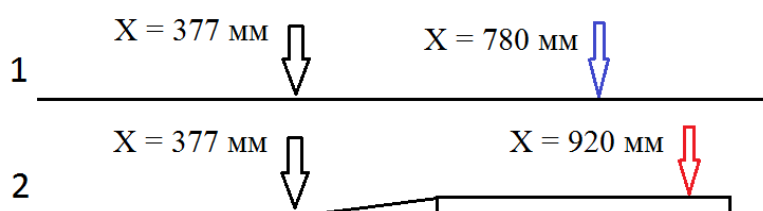


Рис. 1. Положение измерений на гладкой стенке (1) и над перфорацией (2). Поток слева направо.

Для проверки второй гипотезы в АДТ АТ-1 ФАЛТ МФТИ были проведены дополнительные измерения на новой перфорированной панели, геометрия которой была близка к ранее исследованной, однако при этом каверны были гарантированно герметичными. Панель имела толщину 3 мм, длину 440 мм и укладывалась на пол рабочей части АДТ, занимая всю ее ширину. Тем самым, над панелью развивался ТПС, сформированный ранее на стенках АДТ. Перфорация образована отверстиями диаметром 3,7 мм, полностью герметично заглушенными с нерабочей стороны панели при помощи клейкой ленты. Паттерн перфорации был близок к гексагональному, шаг между центрами отверстий 7,5 мм. Для плавного входа потока с пола рабочей части на панель последняя была снабжена передней кромкой длиной 150 мм.

АДТ АТ-1 имеет рабочую часть прямоугольного сечения 170x170 мм длиной 2 м. Степень турбулентности в установке 0,5-0,6%. Термоанемометрические измерения были проведены однониточным датчиком с вольфрамовой нитью длиной 1 мм и диаметром 5 мкм при скорости набегающего потока в основной части измерений 29,7 м/с. Применялся термоанемометр постоянного сопротивления 55Т30 фирмы Dantec с полосой 10 кГц. Одна из стенок АДТ дренирована вдоль всей длины рабочей части. Измерения распределения давления вдоль стенки АДТ показало, что установка панели ввиду ее малой толщины на распределение давления практически не влияла.

Начало продольных координат расположено на срезе сопла АДТ. Профили скорости в ТПС измерялись при $X = 377$ мм на гладкой стенке перед началом панели, при $X = 780$ мм на гладкой стенке без панели в АДТ и при $X = 920$ мм на перфорированной панели над участком ее сплошной поверхности между отверстиями (см. рис. 1). Смещение точки измерений над перфорацией вниз по потоку было вызвано стремлением обеспечить по возможности наибольшую длину участка развития ТПС над перфорацией, которая составила около 420 мм. В предыдущих измерениях длина этого участка была ограничена влиянием вверх по потоку ступеньки, образованной задней кромкой модели и полом рабочей части, и наибольшая достигаемая позиция над перфорацией была $X = 780$ мм. В данных измерениях высота этой ступеньки уменьшена в 10 раз до 3 мм, что и дало возможность сместить точку измерений ниже по потоку.

В качестве функции следа была выбрана использовавшаяся в [1] функция, предложенная Гранвиллом

$$w = \left(\frac{1}{2\Pi}\right)\left((1+6\Pi) - (1+4\Pi)\left(\frac{Y-d}{\delta}\right)\right)\left(\frac{Y-d}{\delta}\right)^2.$$

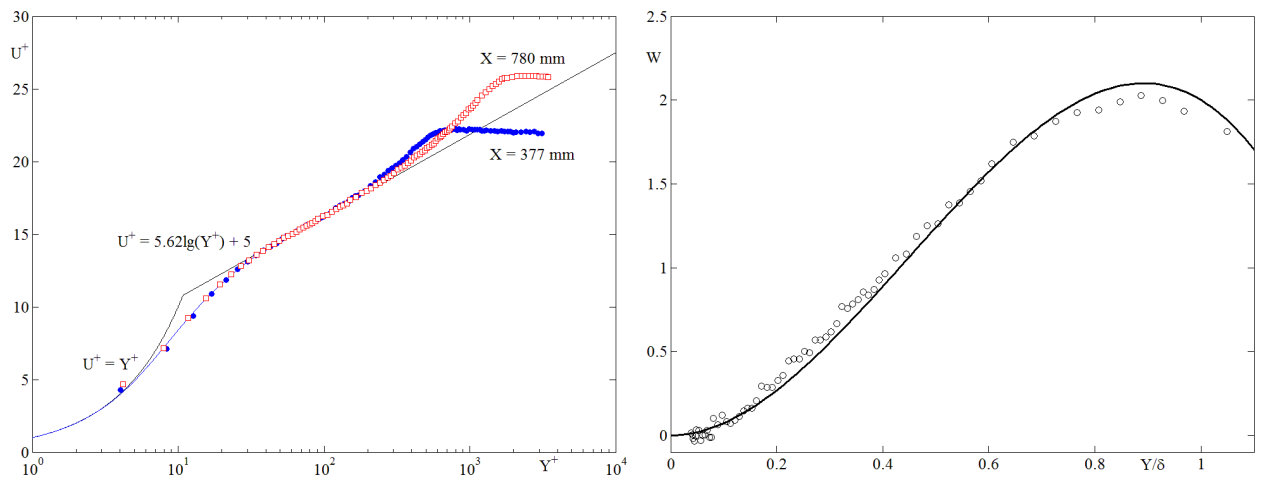


Рис. 2. Профили средней скорости на гладкой стенке (слева) и функция следа для $X = 780$ мм (справа).

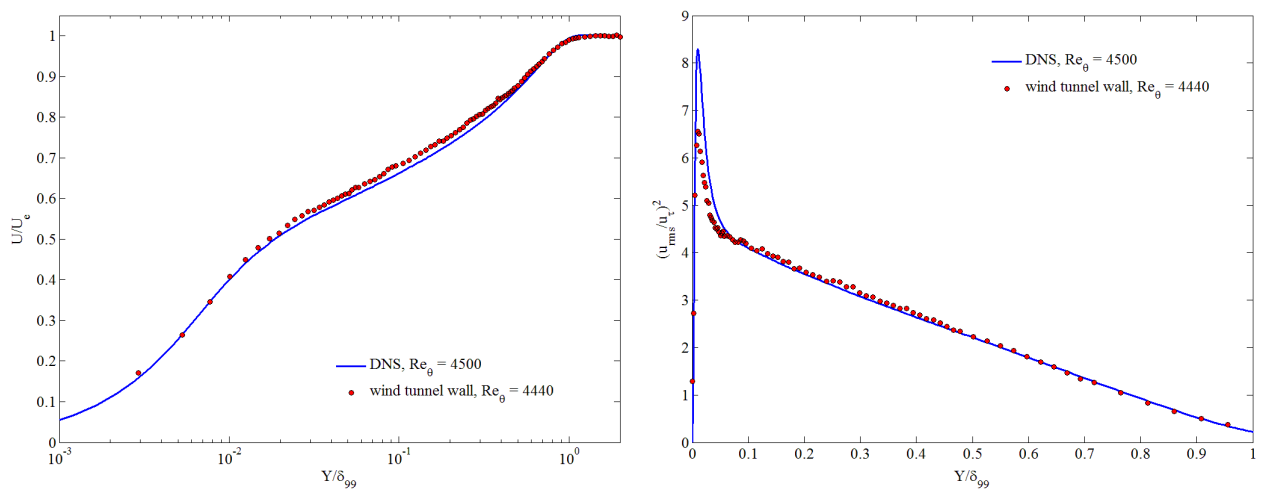


Рис. 3. Профили средней скорости (слева) и продольных пульсаций скорости (справа) на гладкой стенке при $X = 780$ мм в сравнении с данными прямого численного моделирования [2].

Обработка измерений на гладкой стенке проведена методом диаграмм Клаузера. Эти измерения (рис. 2) показали, что при $X = 377$ мм ТПС еще подвержен эффектам памяти в результате возмущений, возникающих при сопряжении сопла АДТ и рабочей части ($Re_\theta = 1469$, $\Pi = 0,36$, формпараметр $H = 1,41$, формпараметр Клаузера $G = 6,41$). Сравнение измерений при $X = 377$ мм в пустой рабочей части и при установке на стенке модели не показало какого-либо заметного влияния модели вверх по потоку, полученные результаты были практически идентичными. При $X = 780$ мм параметры ТПС близки к значениям для равновесного пограничного слоя ($Re_\theta = 4882$, $\Pi = 0,55$, $H = 1,35$, $G = 6,76$). Выбранная функция следа хорошо описывает полученные данные. Сравнение профилей средней скорости и продольной компоненты ее пульсаций с результатами прямого численного моделирования [2] при близких числах Рейнольдса (рис. 3) показывает удовлетворительное согласование данных. Измерения были выполнены при несколько меньшей скорости для соблюдения равенства чисел Рейнольдса с расчетом. Профиль средней скорости в средней части несколько более наполнен, что вполне объясняется довольно высоким уровнем турбулентности в ядре потока в АДТ, в то время как расчет выполнялся для малотурбулентного внешнего потока. Совпадение профилей пульсаций очень хорошее всюду, за исключением пристенной области, где измеренные уровни несколько ниже. Этот эффект объясняется тем, что датчик имел сравнительно большую длину нити и плохо разрешал мелкомасштабные высокочастотные пульсации вблизи стенки, фильтруя их. В целом, полученные на гладкой стенке данные показывают, что при $X = 780$ мм и ниже по потоку пограничный слой был близок к каноническому равновесному ТПС с нулевым градиентом давления.

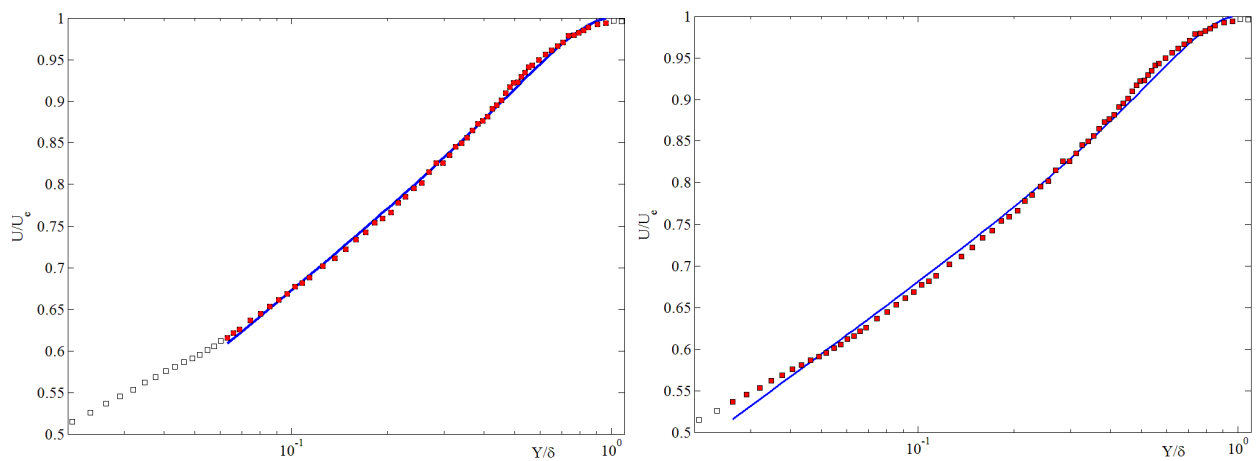


Рис. 4. Профили средней скорости над перфорацией при $X = 920$ мм во внешних переменных. Выбранные для обработки точки показаны красным. Полученные методом наименьших квадратов профили изображены синим. Для левого графика параметр следа $\Pi = 0,06$, для правого – $\Pi = 0,16$.

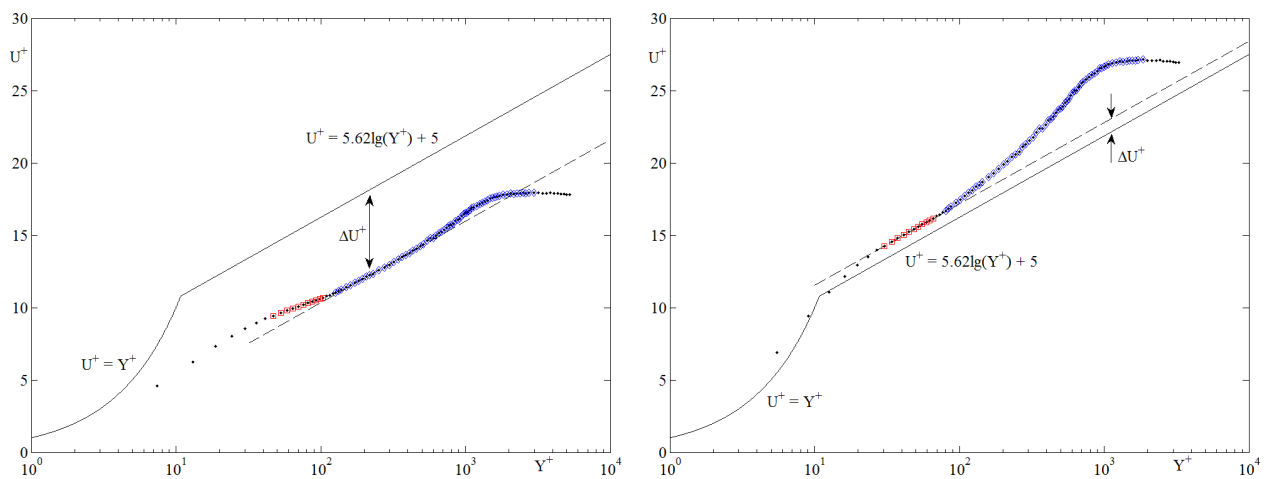


Рис. 5. Профили средней скорости над перфорацией при $X = 920$ мм, $Re_{\theta} = 3236$ в переменных стенках. Слева показаны данные обработки по методике [1] с включением только верхнего логарифмического участка (синие точки), справа показаны результаты, полученные методом диаграмм Клаузера с включением в обработку только нижнего логарифмического участка (красные точки).

При установке перфорированной панели пограничный слой, естественно, подвергается возмущению и становится неравновесным. Согласно [3] ТПС при этом релаксирует к некоторому состоянию, которое можно назвать универсальным. Ожидалось, что в настоящих экспериментах этот процесс также имеет место и над перфорацией будут получены результаты, близкие к [1], с учетом разницы в дистанциях развития ТПС между данной работой и экспериментами [1]. Это оказалось не так. В отличие от результатов [1], параметр следа над перфорацией, полученный по этой методике, снова не увеличился, а уменьшился по сравнению с гладкой стенкой. Применение принятой в [1] процедуры обработки снова показало совершенно разные результаты в зависимости от длины массива данных, выбранного для обработки из одних и тех же измерений (рис. 4). Высокая чувствительность методики обработки данных к длине массива является свидетельством ее плохой пригодности для решения задачи.

На рис. 4 хорошо видно, что профиль средней скорости над перфорацией содержит два логарифмических участка с разными наклонами. Принятая модель профиля (1) содержит логарифмический член, который выделяет верхний логарифмический участок в экспериментальных данных. Включение в обработку нижнего участка приводит к существенному расхождению восстановленного профиля с экспериментом. Поэтому была проведена еще одна обработка тех же данных традиционным методом диаграмм Клаузера. При этом для построения диаграммы использовался только нижний логарифмический участок с отказом от рассмотрения деталей течения в верхней части ТПС. Результаты показаны на рис. 4. Выбранные точки для обработки методом [1] дают обширный логарифмический участок и малый параметр следа $\Pi = 0,06$. По сравнению со сплошной стенкой, трение при обработке данных этим методом существенно возрастает, величина ΔU^+ отрицательна.

Для диаграммы же Клаузера, напротив, местное трение падает по сравнению со сплошной стенкой, величина ΔU^+ положительна. Естественно, что определенные двумя способами скорости трения на этих графиках различаются. Из сравнения двух графиков, построенных разными методами, следует, что в измеренном профиле одновременно существуют два неперекрывающихся логарифмических участка.

Снижение трения также подтверждается изменением толщин потери импульса θ . На гладкой стенке перед моделью при $X = 377$ мм $\theta = 0,745$ мм ($Re_\theta = 1469$), при $X = 780$ мм на гладкой стенке $\theta = 2,472$ мм ($Re_\theta = 4882$). В то время как над перфорацией ниже по потоку от $X = 780$ мм, при $X = 920$ мм, $\theta = 1,675$ мм ($Re_\theta = 3236$). Этот результат находится в согласии с экспериментами [4] по снижению трения в ТПС при помощи участков перфорированной поверхности.

По всей вероятности, тот факт, что изученный ТПС был над перфорацией неравновесным (короткий участок развития), является важным для полученных результатов. В работе [3] для широкого спектра геометрии шероховатостей в ТПС с достаточно длинной областью развития над шероховатостью были получены профили средней скорости с одним логарифмическим участком. Это обстоятельство может быть объяснением расхождения данных настоящей работы и экспериментов [1].

Таким образом, впервые экспериментально продемонстрировано существование неравновесных турбулентных пограничных слоев с двумя логарифмическими участками в профиле средней скорости. Полученный пограничный слой плохо описывается классическим представлением (1). Использование этого представления может привести к большим ошибкам в определении трения. Этот вопрос необходимо исследовать путем прямых измерений трения на перфорированной поверхности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Bergstrom D.J., Kotey N.A., Tachie M.F. The effects of surface roughness on the mean velocity profile in a turbulent boundary layer. *J. Fluids Eng.*, 2002. 124(9), 664-670.
2. Sillero J.A., Jimenez J., Moser R.D. One-point statistics for turbulent wall-bounded flows at Reynolds numbers up to $\delta^+ \approx 2000$. *Phys. Fluids*, 2013. 25, 105102.
3. Castro P. Rough-wall boundary layers: mean flow universality. *J. Fluid Mech.*, 2007. 585, 469-485.
4. Scarano F., Jacob M.F., Gojon R., Carbonneau X., Gowree E.R. Modification of a turbulent boundary layer by circular cavities. *Phys. Fluids*, 2022. 34, 065134.

ВОЗНИКНОВЕНИЕ ОСОБЕННОСТЕЙ ДЛЯ ЗАВИХРЕННОСТИ В КОНВЕКТИВНЫХ ПОТОКАХ В ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБЛАСТЯХ

Сердюков М.Г.¹, Кузнецов Е.А.², Михайлов Е.А.^{1,2}

¹Физический факультет МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва

²Физический институт имени П. Н. Лебедева РАН, Москва

Перенос в замороженных полях конвективными потоками представляет большой интерес как с точки зрения фундаментальной гидродинамики, так и для приложений. Кроме магнитных полей в хорошо проводящей среде [1], типичным примером является завихренность [2, 3]. Еще классические работы Колмогорова [4] предсказывают возможность увеличения ее амплитуды на малых масштабах, а в более поздних работах обсуждается возможность коллапса в трехмерной эйлеровой гидродинамике. Коллапс в двумерных задачах невозможен, тем не менее - допустим экспоненциальный рост основных величин, что означает возможность достижения ими сколь угодно больших значений [5]. В случае вязкой среды возникновение особенностей также возможно - однако ограничено величиной числа Рейнольдса. Рост замороженных полей имеет большое значение для прикладных задач физики атмосферы, описывая возможность возникновения смерчей (торнадо) и другие важные эффекты.

В настоящей работе нами рассмотрено течение в цилиндрической области, соответствующее полоидальным конвективным потокам, что может служить простейшим примером конвекции в атмосфере. Исследуется поведение завихренности. Она концентрируется на оси симметрии около поверхности, причем как градиент скорости (рис. 1), так и градиент завихренности растут достаточно быстро. Также исследовано решение при конечных значениях числа Рейнольдса, что означает переход к вязкой среде. В случае малой вязкости переходный слой около поверхности оказывается достаточно тонким, и решение качественно выглядит почти так же, как и для задачи в эйлеровой постановке. При уменьшении числа Рейнольдса значения градиентов скорости и завихренности растут медленнее.

Ещё одним результатом является поведение завихренности в системе из двух тороидальных осесимметричных вихрей. В данной системе численный анализ даёт взрывное рост уже самой завихренности, что может говорить о возможности коллапса (рис. 2).

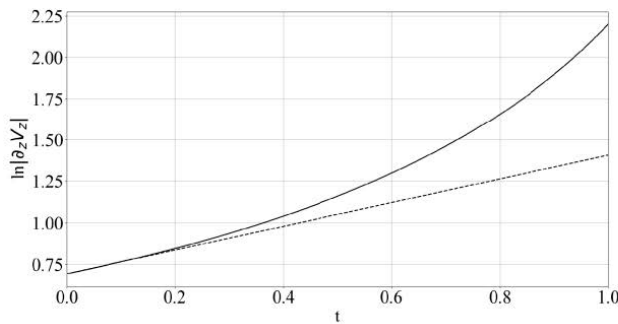


Рис.1. График зависимости логарифма градиента скорости от времени на нижней границе оси цилиндра в полоидальном вихре в отсутствие азимутального вращения (сплошная линия); экспоненциальная аппроксимация начального момента (пунктирная линия)

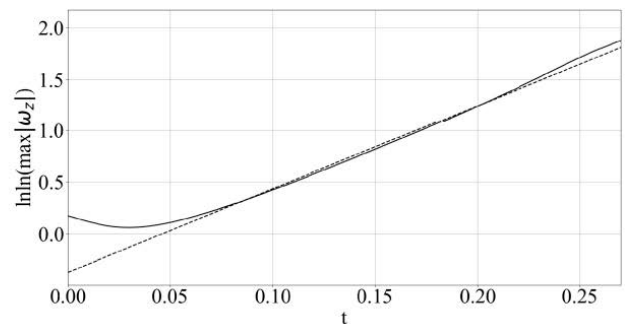


Рис.2. График зависимости двойного логарифма максимума завихренности от времени на нижней границе цилиндра в системе из двух полоидальных вихрей при наличии азимутального вращения (сплошная линия); двойная экспоненциальная аппроксимация (пунктирная линия)

Работа выполнена с использованием оборудования Центра коллективного пользования сверхпроизводительными вычислительными ресурсами МГУ им. М.В. Ломоносова

ЛИТЕРАТУРА

1. Е.А. Кузнецов, Е.А. Михайлов. ЖЭТФ, т.158, с.561 - 572 (2020)
2. Е.А. Kuznetsov, Е.А. Mikhailov. Ann. Phys., 447. 169088 (2022)
3. Е.А. Кузнецов, Е.А. Михайлов, М.Г. Сердюков. Изв.вузов: Радиофизика, т.66, с.145 - 160 (2023).
4. А.Н. Колмогоров. Доклады АН СССР, т.31, с.538 - 541 (1941)
5. Е.А. Kuznetsov, V. Naulin, А.Н. Nielsen, J.J. Rasmussen. Phys.Fluids, v.19, 105110 (2007)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ АСИМПТОТИЧЕСКОГО РАЗЛОЖЕНИЯ ФУНКЦИИ ДЕЙСТВИТЕЛЬНОГО ПЕРЕМЕННОГО И «АСИМПТОТИЧЕСКИЕ» РЕШЕНИЯ НЕКОТОРЫХ КИНЕТИЧЕСКИХ И СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННЫХ УРАВНЕНИЙ

С.А. Серов¹, С.С. Серова²

¹Институт теоретической и математической физики, Саров, Россия

²Санкт-Петербургский Государственный Университет, Санкт-Петербург, Россия

При выводе кинетического уравнения Больцмана для разреженного газа (системы кинетических уравнений Больцмана для газовой смеси) используется «гипотеза хаоса», независящая от того, является течение газа ламинарным или турбулентным. В наших статьях [1], [2], опубликованных в материалах конференций после X Всероссийского съезда по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики и конференции Int'l Conference on Theoretical and Computational Physics (TCP-2016, China), построены корректные асимптотические решения системы кинетических уравнений Больцмана для газовой смеси в асимптотических пределах Энского [3] (для ламинарных течений газов) и Струминского [4] (для турбулентных течений газов), и из построенных асимптотических решений выведены соответствующие системы уравнений газовой динамики.

В докладе мы отмечаем, что «асимптотические» решения Гильберта [5] и Энского-Чепмена [3] кинетического уравнения Больцмана не являются *асимптотическими*, так как противоречат, по существу, единственным образом формулируемому определению асимптотического разложения функции действительного переменного, см. [6]. Решение Гильберта может быть скорректировано изменением метода (алгоритма) решения, в то время как метод Энского асимптотического решения системы уравнений Больцмана для газовой смеси, несмотря на то что он приводит к правильной системе уравнений газовой динамики, должен быть изменён, практически, полностью.

Рассматривая пример «абсурдного асимптотического решения» сингулярно возмущённого (однородного) уравнения, приведённого в известной книге Резибуа и Ленара [7], мы отмечаем, что решение, о котором пишут авторы, противоречит определению асимптотического разложения функций, и, более того, решения сингулярно возмущённых однородных уравнений вообще нельзя разлагать по шкале сравнения, состоящей из степеней малого параметра. Мы показываем, как получать (строить) корректные асимптотические решения сингулярно возмущённых однородных уравнений в общем случае.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. А. Серов и С. С. Серова. Асимптотические решения кинетического уравнения Больцмана, многокомпонентная неравновесная газовая динамика и турбулентность. Вестник Нижегородского Университета им. Н. И. Лобачевского, 2011, № 4 (03), 1106-1108.

2. S. A. Serov, S. S. Serova. Asymptotic Solutions of the Kinetic Boltzmann Equation and Multicomponent Non-equilibrium Gas Dynamics. Journal of Applied Mathematics and Physics, 2016, № 4 (08), 1687-1697.
3. С. Чепмен и Т. Каулинг. Математическая теория неоднородных газов. Москва: Издательство иностранной литературы, 1960.
4. В. В. Струминский. Влияние диффузионной скорости на течение газовых смесей. ПММ, 1974, № 38, 203-210.
5. Д. Гильберт, Основы общей теории линейных интегральных уравнений, Избранные труды, Т. 2. Москва: Факториал, 1998.
6. Н. Бурбаки, Элементы математики. Книга IV. Функции действительного переменного. Москва: Наука, 1965.
7. П. Резибуа и М. Де Ленер, Классическая теория жидкостей и газов. Москва: Мир, 1980.

РАЗВИТИЕ СВОБОДНОЙ КОНВЕКЦИИ У ВНЕЗАПНО НАГРЕТОЙ ВЕРТИКАЛЬНОЙ ПЛАСТИНЫ ПРИ ТУРБУЛИЗИРУЮЩЕМ ДЕЙСТВИИ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ РЕБЕР

Е.М. Смирнов, А.С. Еропов, А.М. Левчена
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

При разработке и эксплуатации многих сооружений и технических устройств остро стоит проблема охлаждения нагреваемых поверхностей и, соответственно, вопрос интенсификации теплообмена. Традиционный подход к интенсификации пристенных процессов теплопереноса заключается в использовании выступов и ребер различной формы [1,2]. Альтернативой по отношению к использованию выступов является применение активно исследуемых в последние годы углублений в форме лунок различной геометрии (см., например, [3,4]). Влияние выступов и углублений обычно исследуется для условий вынужденной конвекции. Однако во многих практических приложениях пассивное охлаждение конструкций происходит в условиях свободной конвекции [2]. На поверхностях промышленных установок и жилых помещений реальных размеров свободно-конвективный пограничный слой находится в турбулентном состоянии, однако коэффициент теплоотдачи при этом относительно невелик: для случая воздушной среды он типично составляет величину около $5 \text{ Вт}/(\text{К}\cdot\text{м}^2)$. Это обуславливает интерес к проведению исследований по проблеме повышения интенсивности теплоотдачи в условиях свободной конвекции.

Одним из видов интенсификаторов поверхностной теплоотдачи является периодическая система тонких ребер с V-образным расположением. Соответственно, встает задача оптимизации геометрии системы, для решения которой сегодня целесообразно использовать методы и технологии вычислительной гидродинамики. Однако достаточно аккуратное численное моделирование пространственно развивающегося трехмерного течения, взаимодействующего с развитой системой ребер, сопряжено с большими вычислительными затратами. Применительно к задаче поиска оптимальной геометрии для случая свободно-конвективного теплообмена привлекательным выглядит применение относительно экономичного подхода Time-Developing Simulation (TDS), согласно которому развитие течения по продольной координате подменяется развитием во времени, а продольная координата трактуется как однородная, с возможностью постановки условий периодичности.

Подход Time-Developing изначально применялся для исследования ламинарно-турбулентного перехода в вынужденно-конвективных [5] и свободно-конвективных пограничных слоях [6,7] путем прямого численного решения уравнений Навье-Стокса (Time-Developing Direct Numerical Simulation, TDDNS). Оценка применимости нескольких RANS-моделей турбулентности для решения одномерной нестационарной задачи о развитии во времени свободно-конвективного течения воздуха у поверхности внезапно нагретой бесконечной вертикальной пластины проводилась в работе [8]; результаты вычислений, проведенных по коду ANSYS Fluent с использованием различных моделей и частично показанных на рис. 1, были сопоставлены со статистическими данными TDDNS [6]. Проведенное сопоставление показало вполне приемлемую работоспособность RANS моделирования для предсказания характеристик теплоотдачи при достижении турбулентного режима развивающегося во времени течения (рис.1б). В работе [9] по методу TDS в рамках Unsteady RANS подхода моделировалось развитие трехмерной свободной конвекции около внезапно нагретой пластины с цилиндрическими выступами, периодически расположенными на различном расстоянии друг от друга.

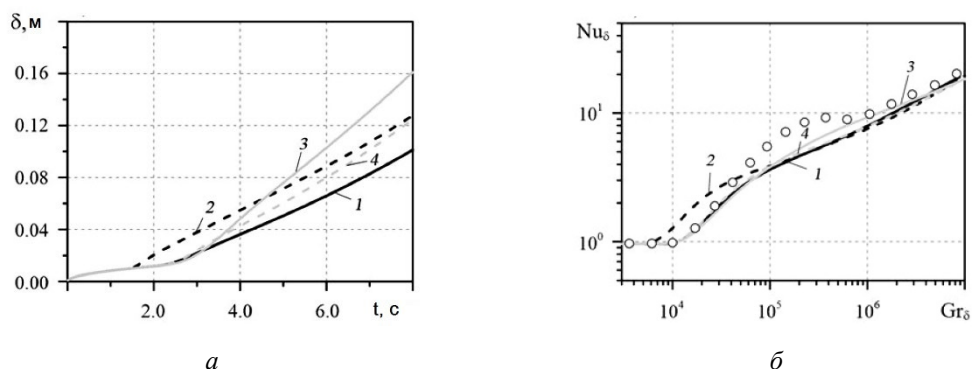


Рис.1. Рассчитанное [8] по RANS моделям турбулентности нарастание во времени интегральной толщины δ свободноконвективного пограничного слоя на гладкой пластине (а) и расчетные зависимости числа Нуссельта от числа Грасгофа (линии) в сопоставлении (б) с данными Time-Developing DNS (символы), приведенными в [6]. Зависимости 1-4 получены по моделям SST $k-\omega$, RNG $k-\epsilon$, DRSM SO и DRSM BSL, соответственно.

В настоящей работе представляются результаты исследования методом TDS свободноконвективного обтекания системы парных несприкасающихся адиабатических ребер с V-образным расположением на вертикальной пластине. По термическим условиям постановка задачи соответствует экспериментальной работе [10], в которой исследовался пограничный слой воздуха на гладкой вертикальной пластине, нагретой до 60 градусов Цельсия.

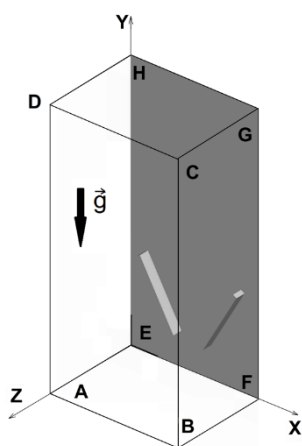


Рис. 1. Расчетная область

Схема расчетной области показана на рис.1. В общем случае, геометрия рассматриваемой периодической системы ребер характеризуется семью параметрами: длиной ребра – l ; его высотой и шириной – h , b ; продольным и поперечным шагами расположения пар ребер – s_1 и s_2 ; углом наклона ребер к вектору гравитационного ускорения – β ; минимальным расстоянием между ребрами – d . В представляемых расчетах варьировалась только высота ребер. Остальные размеры были фиксированы и составляли: $b = 0.01 \cdot l$, $s_1 = 4 \cdot l$, $s_2 = 2 \cdot l$, $\beta = 30^\circ$, $d = 0.5 \cdot l$, где длина ребра используется в качестве характерного масштаба.

Расчеты, с применением пакета ANSYS Fluent 24.2, выполнялись в размерной постановке, длина ребер l полагалась равной 8 см. Размеры расчетной области вдоль осей x , y , z , показанных на рис. 1, составляли $2 \cdot l$, $4 \cdot l$ и $25 \cdot l$. В соответствии с концепцией метода TDS, на нижней и верхней границах расчетной области (ABFE и CGHD) накладывались условия периодичности. На боковых границах также задавались условия периодичности.

Как и в работе [9], задача решалась на основе Unsteady RANS подхода; действие силы плавучести моделировалось в приближении Буссинеска. Турбулентная вязкость рассчитывалась по SST $k-\omega$ модели. Полагалось, что в начальный момент времени температура пластины внезапно принимает значение 60°C , что на 40°C превышает температуру среды во внешнем пространстве, исходно заполненного неподвижным воздухом, с температурой 20°C . Начальные значения кинической энергии турбулентности и удельной скорости диссипации во внешней среде задавались следующими: $k_0 = 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}^2$ и $\omega_0 = 0.1 \text{ с}^{-1}$.

Для расчетов использовалась сетка, содержащая 12 млн ячеек, со сгущением у стенок. Для продвижения по времени применялся безытерационный солвер. Шаг по времени составлял $1.25 \cdot 10^{-3} \text{ с}$, при общей длительности охваченного интервала времени 20 с. Расчет конвективных потоков осуществлялся по противопоточной схеме второго порядка точности.

На рис. 2 иллюстрируется влияние высоты ребер на нарастание во времени интегральной толщины скоростного пограничного слоя, средней по размаху в сечении CGHD. Локальные (усредняемые) значения интегральной толщины слоя вычислялись традиционным образом: $\delta = \int_0^\infty (V/V_{max}) dz$. Помимо случая гладкой пластины, данные приведены для трех значений высоты ребра: 0.5 см, 1 см и 2 см, что соответствует нормированным значениям $h/l = 0.0625, 0.125, 0.25$. Можно отметить, в частности, что возмущающее действие ребер различной высоты начинает отчетливо проявляться при одном и том же времени от начала развития течения.

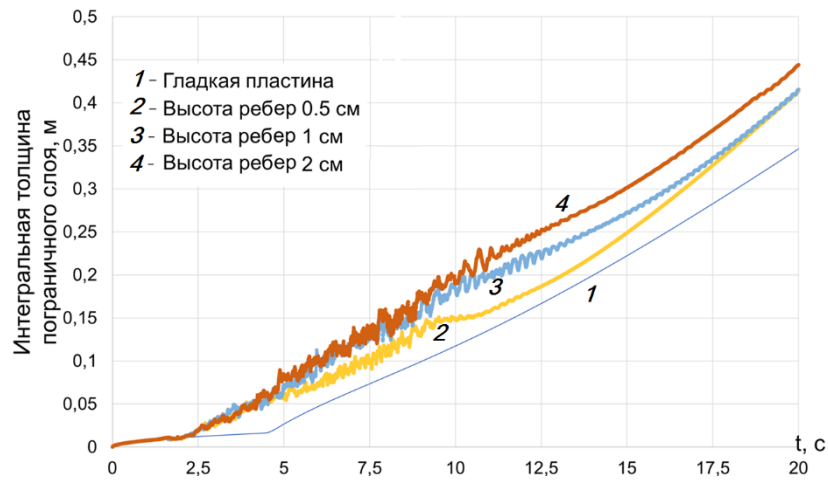


Рис.3. Влияние высоты ребер на нарастание во времени интегральной толщины пограничного слоя $\langle \delta \rangle$, средней по размаху

Типичная картина развития исследуемого свободно-конвективного течения иллюстрируется на рис. 4 для случая ребра высотой 1 см. Изменения в картине течения отчетливо отражаются на расчетных значениях интегрального коэффициента теплоотдачи α , вычисляемого как отношение средней по поверхности пластины плотности теплового потока к перепаду температур (рис. 5).

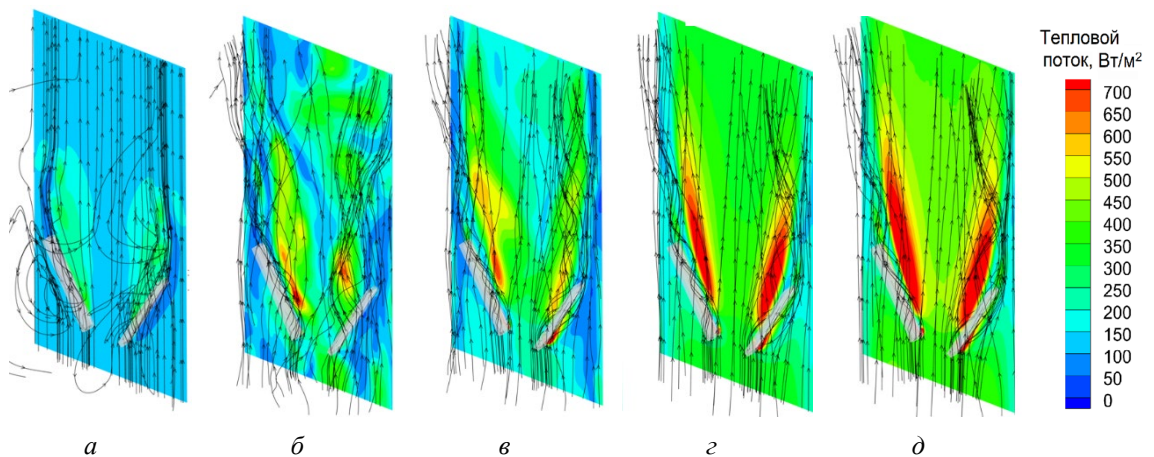


Рис. 4. Мгновенные картины линий тока и поля теплового потока в случае ребра высотой 1 см: (а) $t = 1.0$ с, (б) $t = 4.5$ с, (в) $t = 9.0$ с, (г) $t = 12$ с, (д) $t = 18$ с.

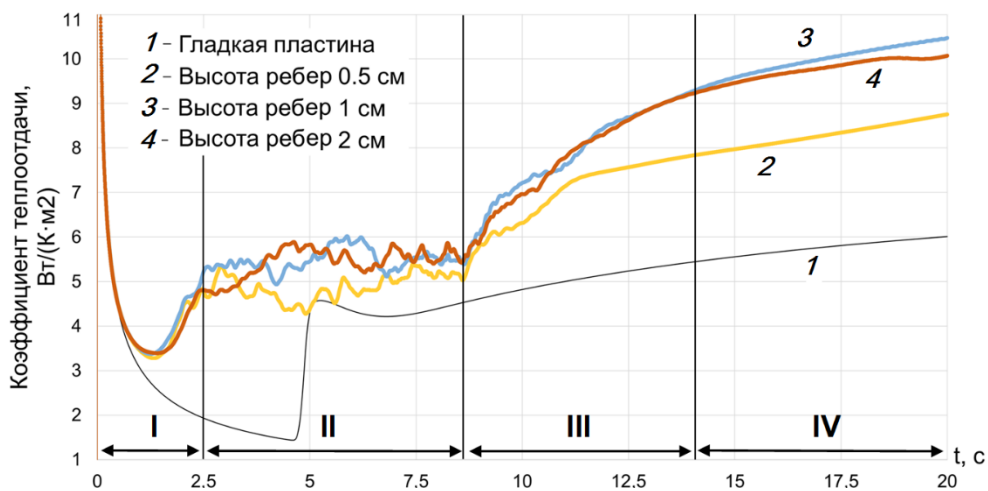


Рис.5. Влияние высоты ребер на изменении во времени интегрального коэффициента теплоотдачи

Условно, процесс развития течения может быть разделен на четыре этапа (I-IV). Начиная с момента времени $t \approx 0.7$ с, становится заметным влияние ребер на нарастающий ламинарный пограничный слой, прежде всего, в их окрестности. В развивающемся далее ламинарном течении, остающимся регулярным до $t \approx 2$ с, все более значительный размер приобретают вихри, формирующиеся при обтекании верхних кромок ребер и обуславливающие существенный рост коэффициента теплоотдачи относительно случая гладкой пластины. Далее наступает этап II, который характеризуется формированием и нерегулярным взаимодействием интенсивных крупных вихрей, охватывающим всю область течения. На большей части этого этапа уровень турбулентной вязкости остается пренебрежимо малым по отношению к молекулярной (рис.6а,б). В среднем, прирост интенсивности теплоотдачи на этапе II, по отношению к достигнутому в конце этапа I – весьма умеренный. В конце этапа II наблюдается резкий рост моделируемой турбулентной вязкости, и в большей части пограничного слоя она на порядок превосходит молекулярную (рис. 6в). По времени начало этого «вычислительного» ламинарно-турбулентного перехода, очевидно, будет зависеть от используемой модели турбулентности, но здесь важен сам факт выхода на режим течения, где использование RANS подхода становится достаточно адекватным. На этапе III в большей части течения турбулентная вязкость продолжает нелинейно нарастать, и к концу этого этапа она уже на два порядка превосходит молекулярную. При этом остаточные низкочастотные осцилляции в URANS решении вырождаются, а картина течения приближается к зеркально симметричной (рис. 4з). Последующий этап (IV) можно характеризовать как этап почти автомодельного течения, с постепенным увеличением области, охваченной зеркально симметричными квази-стационарными вихрями, которые формируются при обтекании ребер (рис.4д).

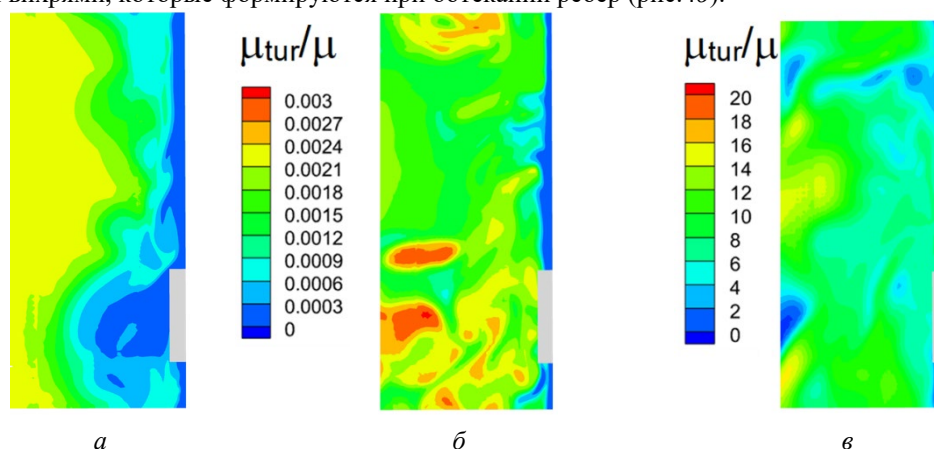


Рис.6. Поля отношения турбулентной и молекулярной вязкостей в среднем продольном сечении для трех моментов времени: (а)-(в) $t = 2.5, 4.5$ и 9.0 с.

На этапе IV, а также на значительной части этапа III, коэффициент теплоотдачи существенно превосходит значения для гладкой пластины (рис. 5). В случае ребер высотой 1 и 2 см это увеличение достигает 80%. Картины течения, приведенные на рис. 4з,д, позволяют заключить, что интенсификация теплоотдачи в относительно толстом турбулентном пограничном слое определяется развитием за ребрами квази-стационарных вихрей, обуславливающих интенсивный конвективный унос теплоты от поверхности пластины.

ЛИТЕРАТУРА

1. Теплообмен в дозвуковых отрывных потоках: монография / колл. авторов; под редакцией В.И. Терехова. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2016. – 247 с
2. Попов И.А. Интенсификация теплообмена. Гидродинамика и теплообмен внешних и внутренних вертикальных течений с интенсификацией. – Казань: Центр инновационных технологий, 2007. – 326 с.
3. Isaev S. A., Leontiev A. I., Milman O. O. et al. Influence of the depth of single-row oval-trench dimples inclined to laminar air flow on heat transfer enhancement in a narrow micro-channel // Int. J. Heat Mass Transfer. 2019. V.134. P. 338–358.
4. Исаев С. А., Гувернюк С. В., Никущенко Д. В. и др. Взаимосвязь аномальной интенсификации отрывного течения и экстраординарных перепадов давления в канавке на пластине при изменении угла наклона от 0 до 90° // Письма в ЖТФ. 2023. Т. 49(15). С. 39–42.
5. Устинов М.В. Численное моделирование ламинарно-турбулентного перехода в пограничном слое при повышенной степени турбулентности потока // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2006. № 6. С. 77–93.
6. Abedin M.Z., Tsuji T., Hattori Y. Direct numerical simulation for a time-developing natural convection boundary layer along a vertical plate // Int. J. Heat Mass Transfer. 2009. V. 52. No. 19–20. P. 1723–1734.
7. Abramov A.G., Smirnov E.M., Goryachev V.D. Temporal direct numerical simulation of transitional natural-convection boundary layer under conditions of considerable external turbulence effects // Fluid Dynamics Res. 2014. V. 46 (4), 041408.

8. Левченя А.М., Трунова С.Н., Колесник Е.В. Оценка возможностей RANS-моделей турбулентности по результатам расчетов свободной конвекции, развивающейся вблизи внезапно нагретой вертикальной пластины // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физ.-мат. науки. 2020. Т. 13. № 2. С. 27–40.
9. Левченя А.М., Смирнов Е.М., Трунова С.Н. Влияние периодической макрошероховатости на развитие турбулентной свободной конвекции у внезапно нагреваемой вертикальной пластины // Письма в Журнал технической физики. 2022. Т. 48 (3). С. 47–50.
10. Tsuji T., Nagano Y. Characteristics of a turbulent natural convection boundary layer along a vertical flat plate // Int. J. Heat Mass Transfer. 1988. 31 (8) P.1723–1734.

КОНВЕКТИВНОЕ РАСТВОРЕНИЕ ФЛЮИДА CO₂ В ВОДЕ ВНУТРИ ПОРИСТОГО ПЛАСТА

Е.Б. Соболева

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва

Ежегодные выбросы в атмосферу в результате сжигания ископаемого топлива выросли с 11 миллиардов тонн в 1960-х годах прошлого века до 36,6 миллиарда тонн в 2022 году [1]. Чтобы сократить вредное воздействие парниковых газов на температуру и климат Земли развиваются технологии геологического захоронения CO₂. Объемы CO₂ закачивается под землю в засоленные водоносные горизонты, истощенные месторождения нефти и газа, неразработанные угольные пласты, базальтовые образования и гидраты. Также закачивают CO₂ в нефтеносные пласты для вытеснения нефти и увеличения нефтеотдачи. На глубине около 800 м в силу высоких температуры и давления углекислый газ переходит в сверхкритическое жидкоподобное состояние – плотность существенно возрастает. Обычно CO₂ опускают на глубину 800 м – 3 км, но и в таких условиях плотность сверхкритического флюида оказывается меньше плотности окружающих его жидкостей (поровой воды или нефти), поэтому флюид имеет тенденцию всплывать. Существует несколько механизмов, которые удерживают CO₂ под землей: 1). статическое или структурное улавливание (флюид CO₂ попадает под шапку из низкопроницаемой породы); 2). остаточное улавливание (мелкие капли CO₂ удерживаются за счет капиллярных сил между зернами твердой породы); 3). улавливание за счет минерализации (в результате химической реакции из CO₂ образуются карбонатные минералы, которые осаждаются на твердых породах); 4). улавливание за счет растворения CO₂ в поровой воде или нефти; образуется раствор с плотностью, превышающей плотность растворителя, что приводит к развитию опускного конвективного течения.

В данной работе исследуется механизм, связанный с растворением CO₂ в поровой воде. В пористой среде имеется слой сверхкритического флюида CO₂, расположенного над слоем H₂O. Вещество CO₂ начинает диффундировать в воду, в результате химической реакции образуется небольшое количество угольной кислоты, при этом плотность раствора ρ становится несколько больше (примерно на 1 %), чем плотность чистой воды. Состояние диффузионного слоя (слоя раствора) оказывается неустойчивым в поле силы тяжести, рост неустойчивости приводит к развитию направленной вниз односторонней естественной конвекции. Цель работы – проанализировать параметры конвективного движения и массопереноса в зависимости от физических свойств жидкой системы, которые в свою очередь зависят от температуры и давления.

Процессы, связанные с изменением плотности в результате химических реакций и развитием конвекции, которая в данном случае называется хемоконвекцией, исследовались в [2, 3]. Для математического описания использовались модели многокомпонентной среды; преобразование одного компонента в другой учитывалось с помощью источниковых членов в законе сохранения массы. В данной работе химические реакции протекают много быстрее, чем развивается конвективное движение, что позволяет использовать упрощенную модель. Жидкая фаза считается двухкомпонентной, индекс 1 соответствует воде, индекс 2 – CO₂. Плотность смеси жидкостей ρ есть функция концентрации C вещества 2 (в данном случае, CO₂). Таким образом, результат изменения плотности жидкой фазы из-за химической реакции описывается уравнением состояния $\rho = \rho(C)$. Функция $\rho = \rho(C)$ немонотонная и имеет максимум.

Система уравнений включает уравнения неразрывности, движения (уравнение Дарси), уравнение конвекции-диффузии и уравнение состояния.

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

$$\mathbf{u} = -\frac{k}{\mu}(\nabla P - \rho g \mathbf{e}) \quad (2)$$

$$\phi \frac{\partial C}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla C = \nabla \cdot (\phi D \nabla C) \quad (3)$$

$$\rho = \rho(C) \quad (4)$$

Здесь ρ – плотность двухкомпонентной жидкости, C – концентрация вещества 2, \mathbf{u} , P – скорость фильтрации и давление; ϕ , k – пористость и проницаемость твердой фазы; μ , D , g , \mathbf{e} – коэффициенты вязкости и диффузии, ускорение свободного падения и единичный вектор, сонаправленный с вектором силы тяжести. Под концентрацией C понимается плотность ρ_2 вещества 2 в смеси (суммарная масса молекул CO_2 в смеси, деленная на объем смеси) относительно плотности ρ_{CO_2} чистого флюида: $C = \rho_2 / \rho_{\text{CO}_2}$.

В [4-6] в качестве $\rho = \rho(C)$ использовались гладкие нелинейные функции с максимумом плотности ρ_m , который достигается при концентрации насыщения C_m (рис.1, штрих-пунктирная линия). Однако эксперименты [7] показывают, что плотность раствора возрастает линейно с концентрацией, поэтому при $C \in [0, C_m]$ значение ρ линейно увеличивается от $\rho_{\text{H}_2\text{O}}$ до ρ_m (рис.1, сплошная линия). Если $C > C_m$, то CO_2 больше не растворяется, жидкая система становится двухфазной, состоящей из насыщенного раствора и чистого флюида CO_2 ; плотность линейно убывает от ρ_m до ρ_{CO_2} . В данной работе при $C > C_m$ используется однофазная модель, поскольку в опускающихся конвективных «пальцах» концентрация CO_2 близка к C_m и двухфазность течения играет незначительную роль. Вязкость системы существенно меняется. Например, на глубине 1.25 км под Землей, где температура составляет около 320 К, а давление достигает 12.4 МПа, вода имеет вязкость $\mu_{\text{H}_2\text{O}} = 579.03 \cdot 10^{-6}$ Па·с, в то время как сверхкритический флюид CO_2 обладает вязкостью $\mu_{\text{CO}_2} = 45.565 \cdot 10^{-6}$ Па·с (webbook.nist.gov/chemistry/fluid/). Согласно экспериментам [7] вязкость водного раствора немного увеличивается при растворении CO_2 (рост линейный), доходя до максимального значения μ_m при концентрации C_m . Таким образом, вязкость считается переменной, зависимость $\mu = \mu(C)$ также состоит из двух линейных участков, как и $\rho = \rho(C)$.

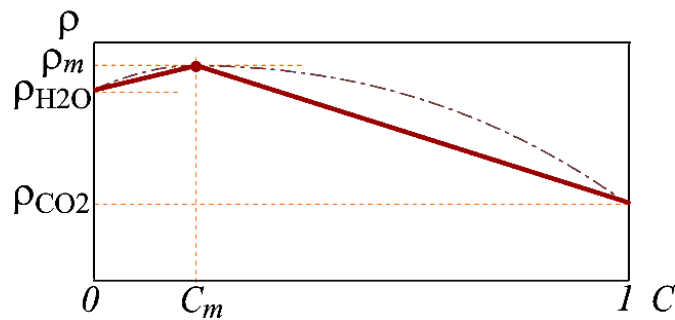


Рис. 1

При переходе к безразмерным переменным появляются безразмерные параметры:

$$Ra = \frac{k(\rho_m - \rho_{\text{H}_2\text{O}})gH}{\phi \mu_{\text{H}_2\text{O}} D}, \quad \phi, \quad C_m, \quad \Sigma_d = \frac{\rho_{\text{CO}_2}}{\rho_{\text{H}_2\text{O}}}, \quad \Sigma_\rho = \frac{\rho_{\text{H}_2\text{O}} - \rho_{\text{CO}_2}}{\rho_m - \rho_{\text{H}_2\text{O}}}, \quad \Sigma_\mu = \frac{\mu_{\text{CO}_2}}{\mu_{\text{H}_2\text{O}}}, \quad f_m = \frac{\mu_m}{\mu_{\text{H}_2\text{O}}} \quad (5)$$

Здесь Ra – число Рэлея-Дарси, ϕ – пористость пористой среды, C_m – концентрация, соответствующая насыщенному раствору, остальные параметры следуют из функций $\rho = \rho(C)$ и $\mu = \mu(C)$.

Проанализированы литературные данные о свойствах сверхкритического флюида CO_2 и воды в диапазоне температур $T = 307.7 \div 342.8$ К и давлений $P = 8.07 \div 31.42$ МПа и определены безразмерные параметры задачи. Выполнено численное моделирование начала и развития одностороннего конвективного движения и массопереноса на основе созданного конечно-разностного кода. Данный код является модификацией разработанного ранее кода с линейным уравнением состояния, который использовался в течение ряда лет для решения различных задач о концентрационно-конвективных течениях в пористой среде [8-10].

Рассматривается область высотой $H = 500$ м. Под верхней непроницаемой границей имеется слой CO_2 высотой $h = 10$ м. Пористая среда характеризуется пористостью $\phi = 0.2$ и проницаемостью $k = 5 \cdot 10^{-14}$ м². Численное моделирование проведено на неравномерной по вертикали сетке с уменьшением шага в 2 раза в верхней части области, по горизонтали шаг одинаковый. Сетка 1000x2000. Шаг интегрирования по времени $\tau = 0.3 \cdot 10^{-9} \div 0.3 \cdot 10^{-8}$. Безразмерная область 1x1.

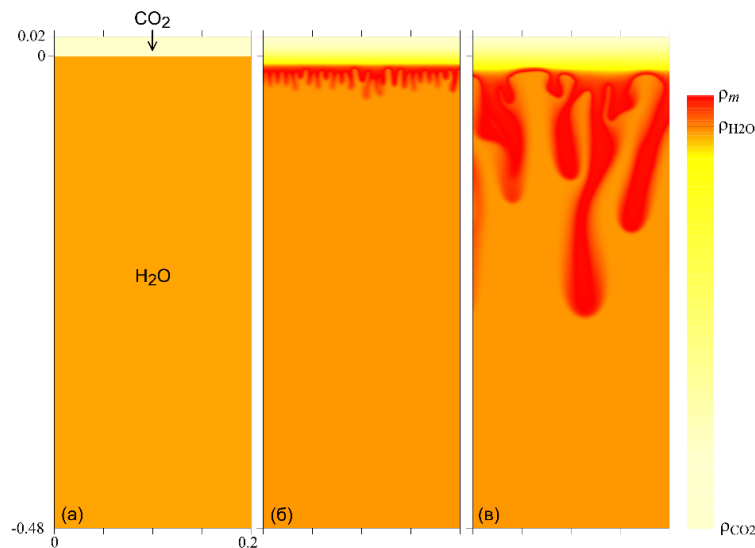


Рис. 2

На рис. 2 показана часть расчетной области, приводится поле плотности, полученное для жидкой системы при $T = 307.7$, $P = 17.73$ МПа в моменты времени $t = 0$ (а); $0.24 \cdot 10^{-4}$ (б); $0.90 \cdot 10^{-4}$ (в). Параметры моделирования: $Ra = 1.0 \cdot 10^5$, $C_m = 0.0067$, $\Sigma_d = 0.846$, $\Sigma_\rho = 10.83$, $\Sigma_\mu = 0.110$, $f_m = 1.008$. В начальный момент имеются две жидкости; сверху – CO_2 , снизу – H_2O (а). Граничные условия предполагают непротекание жидкостей на верхней и боковых границах; на нижней границе задается направленный в область вертикальный поток воды для того, чтобы скомпенсировать увеличение плотности, которое происходит при растворении и химической реакции. Исходно система устойчива в поле силы тяжести, поскольку $\rho_{\text{CO}_2} < \rho_{\text{H}_2\text{O}}$. На начальном этапе происходит смешение жидкостей за счет диффузии – между исходными жидкостями образуется слой раствора повышенной плотности ρ . Образующийся слой неустойчив в поле силы тяжести, поскольку он тяжелее расположенной под ним воды. Из этого слоя рождаются конвективные «пальцы» (б), которые со временем все дальше продвигаются вглубь, сливаются друг с другом, деформируются, течение стохастическое (в). Исследовались различные характеристики конвективного движения и массопереноса: количество CO_2 , которое выносится вниз конвективным течением; время, в течение которого, количество CO_2 в слое уменьшится вдвое; глубина проникновения конвективных «пальцев» в воду. Получено, что при увеличении давления и температуры конвекция эффективней транспортирует CO_2 на глубину, обеспечивая более надежное хранение в долгосрочной перспективе.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского Научного Фонда (код проекта 24-11-00222).

ЛИТЕРАТУРА

1. A. Bashir et al. Comprehensive review of CO_2 geological storage: Exploring principles, mechanisms, and prospects // *Earth-Science Reviews*, 2024, V. 249, 104672.
2. Е.А. Мошева, Р.Р. Сираев, Д.А. Брацун. Хемоконвекция смешивающихся растворов в наклонном слое // *Вычислительная механика сплошных сред*, 2023, Т. 16, № 1, С. 5–16.
3. D.A. Bratsun, V.O. Oschepkov, E.A. Mosheva, R.R. Siraev. The effect of concentration-dependent diffusion on double-diffusive instability // *Physics of Fluids*, 2022, V. 34 (3), 034112.
4. D. Daniel, A. Riaz. Effect of viscosity contrast on gravitationally unstable diffusive layers in porous media // *Phys. fluids*, 2014, V. 26, 116601.
5. M.T. Elenius, S.E. Gasda. Convective Mixing Driven by Non-monotonic Density // *Transport in Porous Media*, 2021, V. 138, P. 133–155.
6. Е.Б. Соболева. Моделирование односторонней конвекции в пористой среде с использованием нелинейного уравнения состояния // *Известия РАН. Механика жидкости и газа*, 2025, № 3, С. 94–106.
7. M. McBride-Wright, G.C. Maitland, J.P.M. Trusler. Viscosity and density of aqueous solutions of carbon dioxide at temperatures from (274 to 449) K and at pressures up to 100 MPa // *J. Chemical & Engineering Data*, 2014, V. 60 (1), P. 171–180.
8. Е.Б. Соболева. Density-driven convection in an inhomogeneous geothermal reservoir. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2018, V. 127 (part C), P. 784–798.
9. Е.Б. Соболева. Численное моделирование фильтрационных концентрационно-конвективных течений с контрастом вязкости // *Журнал вычислительной математики и математической физики*, 2022, Т. 62, № 11, С. 1927–1939.
10. E. Soboleva. On the influence of weak heterogeneity of porous medium on Rayleigh-Taylor convection of miscible fluids // *Transport in Porous Media*, 2025, V. 152, 50.

НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА ИНЕРЦИОННЫХ ВОЛН ВО ВРАЩАЮЩЕМСЯ СФЕРИЧЕСКОМ СЛОЕ

С.В. Субботин¹, М.А. Ширяева¹, Н.Д. Шмакова¹, Е.В. Ерманюк²
¹Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, Пермь
²Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

Интерес к изучению движения жидкости между двумя вращающимися сферами представляет большой фундаментальный интерес в связи геофизическими приложениями [1]. При этом внешнее гармоническое воздействие может поддерживать внутренне волновое движение, известное как инерционные волны [2–4]. В данной работе экспериментально исследуются нелинейные режимы инерционных волн во вращающемся сферическом слое. Энергия в систему закачивается посредством осцилляций внутренней сферы, движущейся по траектории постоянного радиуса в экваториальной плоскости слоя. В данных условиях докритическое волновое движение представлено свободными сдвиговыми слоями, в которых происходят колебания жидкости. При отдельных частотах в полости возбуждаются резонансные инерционные моды в виде крупномасштабных осциллирующих вихрей. По мере увеличения амплитуды колебаний ядра генерируются вторичные волны с субгармоническими частотами, удовлетворяющими временному условию триадных взаимодействий. В спектре азимутальной скорости наблюдаются три различных типа спектральных пиков: субгармоники с парами различных частот (Т), строго параметрические колебания жидкости (Р) и субгармоники с парами различных частот, содержащие медленную (низкочастотную) компоненту (L). Сосуществование всех режимов проявляется, когда частота вынуждающего воздействия совпадает с собственной частотой инерционной моды. Неустойчивости возникают одновременно в нескольких зонах сферического слоя с различными частотами и волновыми числами: коротковолновые субгармоники возникают вблизи внешней стенки полости, а длинноволновые субгармоники вблизи оси вращения. За пределами резонанса инерционных мод неустойчивость Р-типа ослабевает, в то время как L-тип (Т-тип) становится доминирующим при высоких (низких) частотах воздействия. Развитие волновой неустойчивости сопровождается генерацией квазидвумерных вихрей, проявляющихся при осреднении поля скорости по основному периоду форсинга. Так, в параметрическом режиме осреднённые вихри локализованы на периферии цилиндрического радиуса (Рис. 1а). В течение периода колебаний ядра наблюдается смена знака завихренности в вихрях, а их радиальное и азимутальное положение сохраняется. В L-режиме вдоль оси вращения формируется цилиндрическое течение в виде многогранной призмы, совершающая медленный азимутальный дрейф, частота которого пропорциональна квадрату азимутального волнового числа и зависит от скорости зонального течения.

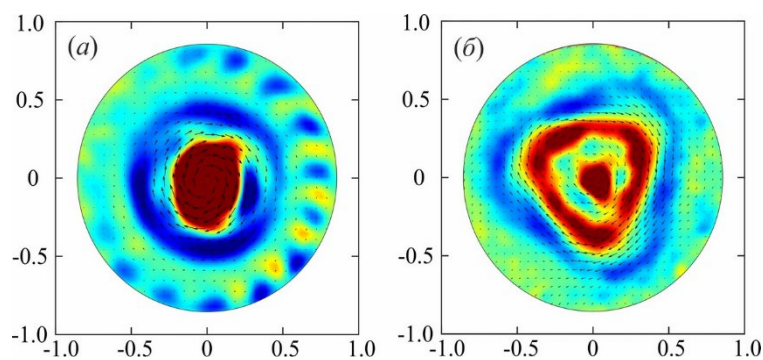


Рис. 1. Пример векторного поля осредненной азимутальной скорости жидкости в поперечном сечении слоя в параметрическом (а) и низкочастотном (б) режиме

Работа выполнена при поддержке Российского Научного Фонда (проект 25-11-00358).

ЛИТЕРАТУРА

1. M. Le Bars, A. Barik, F. Burmann, D. P. Lathrop, J. Noir, N. Schaeffer, and S. A. Triana. Fluid Dynamics Experiments for Planetary Interiors // *Surv. Geophys.* 2022. Vol. 43. P. 229–261.
2. H. P. Greenspan. The theory of rotating fluids (Cambridge University Press, 1968).
3. S. Subbotin and M. Shiryayeva. On the linear and non-linear fluid response to the circular forcing in a rotating spherical shell // *Phys. Fluids.* 2021. Vol. 33(6). P. 066603.
4. S. Subbotin, N. Shmakova, E. Ermanyuk, V. Kozlov. Stewartson layer instability and triadic resonances in rotating sphere with oscillating inner core // *Phys. Fluids.* 2022. Vol. 34(6). P. 064103.

ИСТОРИЯ ЛЕТНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ ЛАМИНАРИЗАЦИИ ОБТЕКАНИЯ САМОЛЕТОВ В СССР И РОССИИ

В.Г. Судаков

Центральный аэрогидродинамический институт им. проф. Н.Е. Жуковского, Жуковский

Проблема снижения сопротивления самолетов транспортной категории – одна из проблем повышения аэродинамического совершенства ЛА. Основной вклад в сопротивление магистрального самолета дает вязкое трение (около 50%). Для снижения трения можно рассматривать две основные концепции: снижение турбулентного трения и снижение трения с помощью ламинаризации обтекания (т.к. сопротивление трения на ламинарном участке существенно меньше, чем на турбулентном).

Максимальный вклад в вязкое трение дает фюзеляж. Однако ламинаризовать течение на фюзеляже представляется крайне затруднительным из-за больших чисел Рейнольдса и большого количества различных надстроек. Основной вклад здесь мог бы быть получен из-за ламинаризации обтекания крыла, которое вносит очень существенный вклад в сопротивление. Меньший вклад мог бы быть получен из ламинаризации обтекания вертикального и горизонтального оперения, а также из ламинаризации обтекания мотогондол двигателей.

Обычно технологии ламинаризации разбивают на несколько типов: ЕЛО – естественная ламинаризация обтекания (NLF – natural laminar flow), УЛО – управление ламинарным обтеканием (LFC – laminar flow control) и КУЛО – комбинированное управление ламинарным обтеканием (HLFC – hybrid laminar flow control). Под естественной ламинаризацией понимают пассивные методы, связанные, в основном, с изменением формы тела на такую, которая обеспечивает поздний ламинарно-турбулентный переход (ЛТП) в пограничном слое (ПС) из-за благоприятного градиента давления, который стабилизирует волны Толлмина-Шлихтинга (ТШ). Под управлением ламинарным обтеканием чаще всего понимают отсос ПС с целью затягивания ЛТП. А под КУЛО – комбинацию предыдущих двух методов, т.е. отсос недалеко от передней кромки тела (до переднего лонжерона) с последующей благоприятной формой тела вниз по потоку.

ЕЛО можно применять для мотогондол и крыльев относительно малой стреловидности (до $\sim 20^\circ$), где неустойчивость поперечного течения слаба, а ламинарно-турбулентный переход (ЛТП) вызван волнами ТШ. В случае, когда ЛТП вызван поперечной неустойчивостью (CF – cross-flow), необходимо применять КУЛО. КУЛО требуется применять для вертикального и горизонтального оперения (ВО и ГО), а также для стреловидного крыла с углом стреловидности больше $\sim 20^\circ$.

В данной работе рассмотрена история развития крупных проектов и летных исследований по ламинаризации обтекания (ЕЛО, УЛО, КУЛО) в СССР и России. В конце 30-х годов XX века были начаты работы по уменьшению сопротивления самолетов с помощью тщательной отделки. Это послужило толчком к развитию исследований по уменьшению профильного сопротивления прямого крыла за счет увеличения ламинарного участка. В 1939-1941 гг. в ЦАГИ были созданы первые ламинаризованные профили (например, 2315bis) на основе принципа ЕЛО, а также методы расчета положения перехода [1]. Под руководством И.В. Остославского в ЦАГИ был разработан проект и в 1940г. начата постройка экспериментального планера ЛС с ламинаризованным крылом, планер был построен в эвакуации в Казани (Г.П. Свищев, Г.С. Бюшгенс) в 1942г. Большое количество работ было выполнено для самолета ДБ-3.

Так как первая серия ламинарных профилей имела недостатки, связанные с малыми значениями максимальной подъемной силы, то в ЦАГИ была создана вторая серия ламинаризованных профилей, которые применялись на опытных, а после Великой Отечественной Войны и на серийных самолетах. Первым в СССР самолетом, на котором поставили ламинарные профили ЦАГИ, стал истребитель Як-7 [2]. Позднее улучшенные профили были установлены на Ла-7, Ла-9 и Ла-11 с прямым крылом.

Следующий этап самолетостроения был связан с внедрением реактивных двигателей и стреловидных крыльев, что изменило тенденции ламинаризации крыльев с ЕЛО на УЛО. Были проведены испытания на летающих лабораториях Ту-16, Як-28 и др. [3] в ЛИИ в 60-70х гг. Для исследований ламинаризации в 1989 году создали летающую лабораторию Ту-22МЛЛ с изменяемой геометрией крыла, на которой были получены только первые летные данные.

В работе дан обзор всех наиболее значимых летных исследований ламинаризации обтекания самолетов в СССР и России, приведены методы и средства измерений. Кроме того, указаны современные направления развития данных технологий.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г.С. Бюшгенс, Е.Л. Бедржицкий. ЦАГИ на рубеже двух столетий 1918-2008. М.
2. ЦАГИ – Победе / М. «Грани успеха», 2025. – 88 с.
3. ЦАГИ в Великой Отечественной Войне.
4. Летные исследования и испытания. М. «Машиностроение», 1993.

ВЛИЯНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК КОНЕЧНОГО ВОЗМУЩЕНИЯ НА ПЕРЕХОД К ТУРБУЛЕНТНОМУ ТЕЧЕНИЮ В КРУГЛОЙ ТРУБЕ

В.В. Трифонов

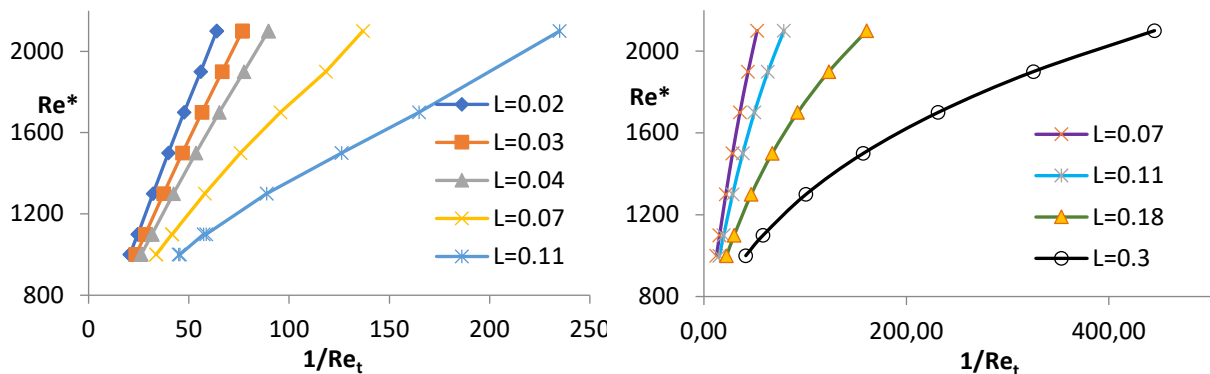
НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

trifonov@imec.msu.ru

Течение в круглой трубе является фундаментальной задачей гидродинамики и широко применяется в технических устройствах. Несмотря на длительную историю изучения, ряд вопросов остаётся малоисследованным, включая механизмы поддержания турбулентности, условия перехода и определение нижнего критического числа Рейнольдса.

Проведено численное моделирование течения в круглой трубе длиной 400 диаметров с использованием трёхпараметрической RANS-модели турбулентности [1]. Исходное течение — ламинарное течение Пуазейля с параболическим профилем скорости при числах Рейнольдса в диапазоне 900–2100. Реализовано два типа конечных возмущений: Тип 1 (равномерное): Однородное распределение энергии турбулентности — E_t и масштаба турбулентности — L на входе в трубу. Тип 2 (локализованное): Колоколообразное распределение E и L , вводимое на расстоянии 10 диаметров от входа и локализованное на определённом радиусе.

Введен безразмерный параметр — турбулентное число Рейнольдса $Re_t = (L\sqrt{E_t})/(2\nu)$ — эффективно характеризует амплитуду возмущения и позволяет сформулировать обобщённый критерий перехода. Критическая амплитуда возмущения Re_t^* для перехода демонстрирует разную зависимость в зависимости от типа возмущения. Для 1 типа возмущения: гиперболическая зависимость $Re_t^* = a/Re + b$. Для 2 типа: степенная зависимость. Развитие возмущений происходит только при $Re > \sim 1000$ и локализуется в радиальной области с максимальным градиентом средней скорости. Локализованные возмущения (Тип 2) оказались по энергоэффективности такими же как и равномерные возмущения (Тип 1), требуя столько же энергии для инициирования перехода к турбулентности, что и при равномерном возмущении. При приближении к критическому числу Рейнольдса расстояние от точки внесения возмущения до точки, где происходит переход - увеличивается (это отмечалось в [2]), это позволяет в расчёте наблюдать линейную стадию развития возмущения (что в эксперименте трудно реализовать).



На рисунках зависимость критического числа Рейнольдса в трубе от обратной величины числа Рейнольдса возмущения, левый рисунок – тип возмущения 1, правый – тип возмущения 2.

Расчет показывает, что переход к турбулентности в круглой трубе критически зависит как от амплитуды, так и от пространственного распределения начального возмущения. Получены количественные критерии для инициирования перехода при числах Рейнольдса ниже порога в 2100 с использованием возмущений реализуемых в эксперименте.

Предложены прямые экспериментальные аналоги расчётных возмущений: Возмущение Типа 1 может быть реализовано с помощью турбулизирующей решётки. Этот тип возмущения можно рассматривать как «естественную» турбулентность, которая характеризует качество изготовления установки. Возмущение Типа 2 соответствуют цилиндрическому кольцу, установленному на оптимальном радиусе.

Результаты работы позволяют целенаправленно управлять режимом течения в технических устройствах, сохраняя реалистичные условия основного потока.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда, грант №. 25-19-00278.

ЛИТЕРАТУРА

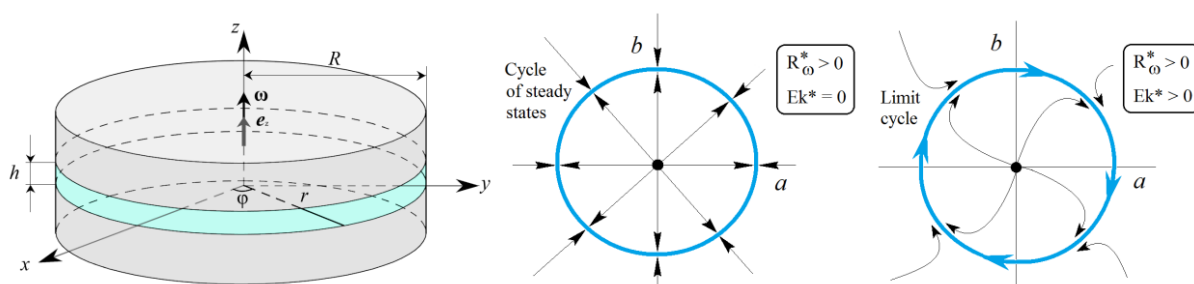
1. В. Г. Лушник, А. А. Павельев, А. Е. Якубенко. Трёхпараметрическая модель сдвиговой турбулентности. Известия РАН. Механика жидкости и газа, 1978, № 3, с. 13 - 25.
2. А. А. Павельев, А. И. Решмин. Переход к турбулентности на начальном участке круглой трубы. Изв. РАН. МЖГ. №4. 200–211. 2001.

НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА КОНВЕКТИВНЫХ ДВИЖЕНИЙ, ВЫЗВАННЫХ ЦЕНТРОБЕЖНОЙ ПЛАВУЧЕСТЬЮ ВО ВРАЩАЮЩЕМСЯ ПОРИСТОМ ДИСКЕ

В.Ю. Уточкин

Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь

В пределе бесконечно тонкого слоя число Россби, определяемое как отношение силы Кориолиса и инерционного слагаемого уравнений движения, стремится к бесконечности. В рамках стандартной модели Хеле-Шоу это указывает на пренебрежимо малое влияние силы Кориолиса. Тем не менее, экспериментальные наблюдения за течением жидкости во вращающейся ячейке с малым аспектным отношением демонстрируют ее существенное влияние. В работе демонстрируется, что последовательный вывод уравнений движения в приближениях Буссинеска и Хеле-Шоу в рамках теории возмущений приводит к возникновению слагаемого Кориолиса, пропорционального плотностной неоднородности. Рассмотрена задача о конвективной устойчивости жидкости с внутренней генерацией компонента переноса во вращающемся пористом диске. В ходе изучения системы найдено основное состояние и проведен линейный анализ его устойчивости. Исследованы общие свойства спектра инкрементов малых возмущений. Проанализировано поведение слабонелинейных решений вблизи бифуркации равновесия.



Разложение исходных уравнений в ряд по степеням надкритичности приводит к системе обыкновенных дифференциальных уравнений для амплитуд возмущений. Уравнения содержат два управляющих параметра – центробежное число Рэлея R_ω и число Экмана Ek . Последнее отвечает за вклад плотностной неоднородности в величину силы Кориолиса. В условиях малости данного эффекта бифуркация равновесия сопровождается ответвлением однопараметрического семейства устойчивых неподвижных точек. В системе с группой поворотов все равновесия отвечают одинаковым по своей структуре стационарным течениям, переходящим друг в друга вращением вокруг оси диска. В несимметричных условиях аналогичная динамическая система демонстрирует ответвление семейства стационарных течений с различной структурой [2]. При $Ek \neq 0$ цикл равновесий переходит в устойчивый предельный цикл. Таким образом, при достижении числом Рэлея порогового значения стационарное равновесие жидкости сменяется колебательной конвекцией.

Для исследования нелинейной динамики вдали от первой бифуркации исходная система нелинейных уравнений интегрируется численно [3]. На плоскости параметров (R_ω, Ek) строится область неустойчивости. Демонстрируется стабилизирующее влияние силы Кориолиса на равновесие. Область неустойчивости имеет форму мешка, ограниченного нейтральной кривой бифуркации Хопфа. При ее пересечении в фазовом пространстве системы возникает предельный цикл, что подтверждает вывод слабонелинейного анализа о возникновении колебательной конвекции при произвольно малом Ek . С ростом R_ω в системе происходит вторая бифуркация Хопфа, вследствие чего от предельного цикла ответвляется двухчастотный тор. Переход к хаосу сопровождается разрушением 2-D или 3-D торов и появлением странных аттракторов тороидального типа.

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (проект № FSNM-2025-0001).

ЛИТЕРАТУРА.

1. Bratsun D. A., Utochkin V. Yu. Convection induced by centrifugal and Coriolis buoyancy in a rotating Hele-Shaw reactor. // *Physics of Fluids*. — 2024. — no. 36.
2. Bratsun D.A., Lyubimov D.V., Roux B. Co-symmetry breakdown in problems of thermal convection in porous medium. // *Physica D: Nonlinear Phenomena*. — 1995. — no. 82. — pp. 398 — 417.
3. Уточкин В.Ю., Брацун Д.А. Устойчивость слоя жидкости во вращающемся реакторе Хеле-Шоу при конкуренции эффектов плавучести, генерируемых силами инерции // *Вычислительная механика сплошных сред*. 2025. Т. 18. № 1. С. 15 – 31.

АСИММЕТРИЧНЫЕ ЦЕПОЧКИ КОНВЕКТИВНЫХ ЯЧЕЕК ПРИ КОНВЕКЦИИ БЕНАРА В ТОНКИХ КОЛЬЦЕВЫХ СЛОЯХ ГАЗА

А.С. Федотов, М.А. Медведева, С.А. Мовчан

Объединенный институт ядерных исследований, Лаборатория физики высоких энергий, Дубна
Научно-исследовательский институт ядерных проблем Белорусского государственного университета, Минск

Дрейфовые камеры (Time-projection chamber – TPC) исследовательских установок класса Megascience требуют соблюдения режимов термостабилизации с допуском порядка ± 0.1 К [1, 2]. Исследование теплообмена в кольцевых и цилиндрических зазорах TPC приобретает, в связи с этим, особенную актуальность. В данном исследовании рассматривается задача о свободной конвекции в кольцевом зазоре в однородном (не центрально-симметричном) поле силы тяжести.

Будем следовать ранее сформулированным в статье [3] граничными условиям:

$$\vec{v} = 0, \quad x, y \in \Gamma_{in}, \Gamma_{out}; \quad T = T_{hot}, \quad x, y \in \Gamma_{in}; \quad T = T_{cold}, \quad x, y \in \Gamma_{out},$$

где v – скорость, x, y – координаты, T – температура, T_{hot} – температура горячей границы, T_{cold} – температура холодной границы, Γ_{in} и Γ_{out} – внутренняя и внешняя границы кольцевого слоя, соответственно.

Для достаточно тонких зазоров (отношение внутреннего радиуса к внешнему $\eta \rightarrow 1$) при числах Рэлея $Ra > Ra_c$ в верхней части зазора формируется цепочка конвективных ячеек. По мере отдаления от наивысшей точки начинают приобретать пространственную асимметрию: вихрь, находящийся ниже по вертикали, удлиняется. При прохождении критического угла отклонения от вертикали ϕ_c картина течения становится нестационарной, с нестабильными во времени ячейками, однако тенденция к асимметрии сохраняется.

Для описания параметра асимметрии β – отношения радиуса большего вихря к меньшему – построена аналитическая модель на основании уравнений для функции тока в локальных координатах x - z . Функция тока представляется в виде суммы вклада неустойчивости Бенара-Рэлея и крупномасштабной циркуляции, ответственной за нарушение симметрии ячейки. Можно показать, что зависимость функции тока от угла ϕ имеет вид:

$$\psi = A_1 \sin(kx) + A_2 \tan \phi,$$

где A_1 и A_2 зависят от безразмерных критериев системы. Далее, можно установить выражение для параметра асимметрии ячеек:

$$\beta = \frac{2\pi}{\pi - 2 \text{ArcSin}[C \text{Tan}[\phi]]} - 1,$$

где C – подгоночный параметр, лежащий в диапазоне 1..4. Пример аппроксимации зависимости параметра асимметрии от угла приведен на рисунке.

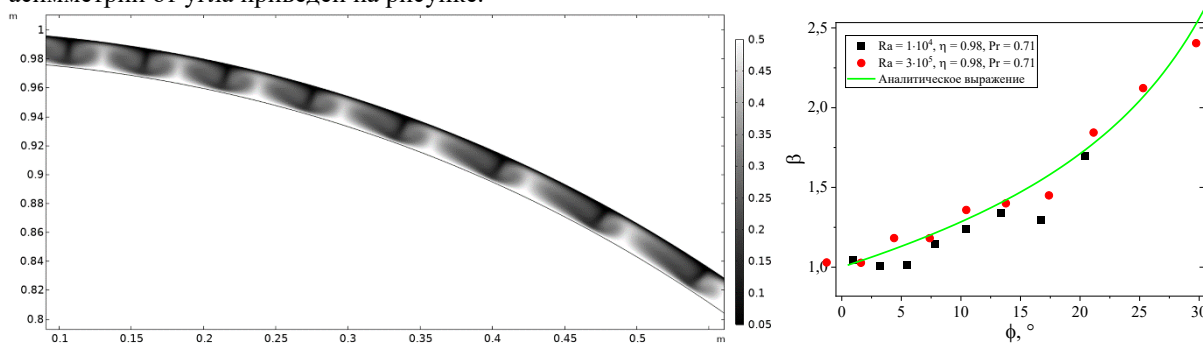


Рисунок. Распределение температуры в тонком воздушном слое для $Ra = 1 \cdot 10^4$, $\eta = 0.98$ и зависимость параметра асимметрии конвективных ячеек β от угла наклона ϕ относительно вертикали.

В докладе будут представлены характеристики теплового потока в тонких кольцевых слоях, рассмотрены их отличия от трехмерных цилиндрических слоев, продемонстрировано влияние угла наклона на вид конвективной текстуры последних.

Работа выполнена при поддержке темы 02-1-1065-2007/2026 MPD (Multi-Purpose Detector) ускорительного комплекса NICA (Nuclotron-based Ion Collider).

ЛИТЕРАТУРА

1. The ALICE TPC, a large 3-dimensional tracking device with fast readout for ultra-high multiplicity events / J. Alme [et al.] // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. – 2010. – Vol. 622, № 1. – P. 316-367.
2. Time Projection Chamber for Multi-Purpose Detector at NICA Technical Design Report v.7. TPC TDR. – Joint Institute for Nuclear Research, 2019.
3. Fedotov, A. Numerical study of free convection in a thin layer between coaxial horizontal cylinders / A. Fedotov, Y. Tsitavets, A. Elyshev // Case Studies in Thermal Engineering. – 2023. – Vol. 41 – P. 102606.

ИНТЕНСИФИКАЦИЯ ТЕПЛООБМЕНА НА ПЛОСКОЙ ПЛАСТИНЕ ПОПЕРЕЧНЫМИ ПЕРИОДИЧЕСКИМИ ВОЗДЕЙСТВИЯМИ НА ПРОДОЛЬНУЮ СКОРОСТЬ ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ

А.И. Федюшкин

ФГБУН Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН

При вибрационном воздействии на течение жидких, сыпучих, одно- и многокомпонентных сред могут проявляться их аномальные нелинейные гидродинамические особенности и резонансные свойства [1-3], поэтому результаты данных воздействий изучаются теоретически и экспериментально во многих работах. Авторами [4, 5] впервые было показано существование осредненного течения жидкости при вибрационном воздействии и исследовалась устойчивость течений жидкости при вибрациях. Вибрационное воздействие на течение жидкости может быть осуществляться различными способами: перемещением всего объёма жидкости (или изменением силы тяжести), перемещением отдельной границы или погруженного вибратора, а также без перемещения границ с помощью вдув-отсоса жидкости. Вибрационные воздействия являются эффективным средством управления структурой течения жидкости и тепломассопереносом [6-13]. Ранее было показано, что слабыми вибрационными воздействиями можно ламинизировать и симметризовать течение в диффузоре [6]. В работе [7] представлены результаты о влиянии горизонтальных и вертикальных вибраций на гравитационное конвективное течение в квадратной области при подогреве сбоку. В работах [8, 9] приведены результаты изучения влияния вибраций для конвективной задачи Рэлея-Бенара (при подогреве жидкости снизу) и показано, что вибрационным воздействием можно изменять структуру течения и критические характеристики конвекции (время и критическое число Рэлея возникновения конвекции), а также приведены результаты о влиянии вибраций в процессе пузырькового кипения. Исследования влияния вибраций на конвективный тепломассоперенос в процессах получения монокристаллов показали, что вибрационным воздействием можно влиять на толщину пограничных слоёв (на градиенты тепла и массы) около фронта кристаллизации при выращивании монокристаллов всеми основными методами роста: Бриджмена, Чохральского и зонной плавки [10-12]. При получении материалов эпитаксиальными методами происходит обтекание газом или жидкостью с питающей фазой подложек, на которых происходит осаждение и рост материала, форма подложек часто представляет плоские пластины. Поэтому изучение влияния вибрационных воздействий при обтекании плоской пластины могут быть интересны не только для гидродинамиков, изучающих фундаментальные закономерности гидродинамики, но и для специалистов по получению новых материалов эпитаксиальными методами, а также для теплотехников по интенсификации охлаждения электронных приборов. Влияние вибрационных воздействий на пограничные слои скорости и температуры при обтекании плоской пластины были рассмотрены в работах [13, 14].

В данной работе исследуется влияние гармонического поперечного вибрационного воздействия на ламинарное обтекание жидкостью плоской подогреваемой или охлаждаемой пластины.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Математическая модель основана на системе двумерных нестационарных уравнений Навье-Стокса и переноса тепла для несжимаемой вязкой жидкости без учёта силы тяжести [15]:

$$\partial \mathbf{V} / \partial t + (\mathbf{V} \nabla) \mathbf{V} = -\nabla P / \rho + \nu \Delta \mathbf{V}, \quad \text{div} \mathbf{V} = 0, \quad \partial T / \partial t + (\mathbf{V} \nabla T) = a \Delta T, \quad (1)$$

где $\mathbf{V}(V_x, V_y)$ – вектор скорости, P – давление, T – температура, ρ – плотность, ν , a – коэффициенты кинематической вязкости и температуропроводности, t – время. Геометрия математической модели представляла удлинённую прямоугольную область длиной L и высотой H (рис. 1). Уравнения (1) решались численно методом контрольных объёмов [16, 17].



Рис. 1. Геометрия расчётной области и изотермы ($V_{in}=0.1$ м/с, $T_{in}=300^\circ$ К, $T_1=350^\circ$ К, $T_2=325^\circ$ К, воздух).

Граничные условия были следующими: на входе расчётной области ($x=0$) задавалась постоянная скорость V_{in} и постоянная температура T_{in} , на выходе ($x=L$) – давление P_{out} для случаев без вибраций и «мягкие» условия ($\partial P / \partial x = 0$); на пластине ($[x_1 < x < x_2, y = 0]$) задавались условие прилипания ($V=0$) и постоянная температура T_1 , на остальных участках горизонтальных границ условие отсутствия трения ($\partial V_x / \partial y = 0$) и теплоизоляции ($\partial T / \partial y = 0$). Вибрационное воздействие задавалось в расчётной зоне 1 над пластиной на

участке верхней горизонтальной границы [$x_1 < x < x_2, y = H$] условием периодического изменения скорости жидкости по закону: $V_y = A \sin(2\pi f t)$, где A – амплитуда, f – частота. В данной работе участок верхней горизонтальной границы [$x_1 < x < x_2, y = H$] условно назван «вибратором», а периодическое воздействие типа вдув-отсос будем называть вибрационным воздействием). Температура «вибратора» была постоянной и равной T_2 . Сила тяжести и перемещение «вибратора» не учитывались.

Уравнения решались методом контрольных объёмов [16] со схемами аппроксимации пространственных производных не ниже второго [17]. Решение сравнивалось с результатами, полученными по другим кодам: конечно-разностным «МАРЕНА» [18] и конечно-элементным «ASTRA» [10]. Сравнение результатов расчётов показало хорошее согласие. Для уменьшения влияния ошибок аппроксимации граничных условий на входе и выходе на течение в области пластины, геометрия математической модели представляла удлинённую прямоугольную область, условно состоящую из трёх зон: 1 – основная зона с пластиной внизу и «вибратором» наверху, 2 – входная и 3 – выходная буферные зоны (рис. 1). Границы данных зон отмечены на рис. 1 красными вертикальными пунктирными линиями. Расчётная сетка была неравномерной и в основной расчётной зоне 1 шаг сетки вблизи пластины и «вибратора» был в 5–10 раз меньше толщин динамического и теплового пограничных слоёв δ и δ_T . Значения ширины пограничных слоёв δ и δ_T определялись при достижении величин скорости и температуры, соответственно, 99% от их максимальных значений в потоке, удалённом от стенок [19].

РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Рассмотрены следующие параметры геометрии и тепловых условий: $L = 1$ м, $H = 0.0625$ м, $x_1 = 0.375$ м, $x_2 = 0.625$ м, длина пластины равна $l = x_2 - x_1 = 0.25$ м, два варианта для температуры: 1) $T_{in} = 300^\circ$ К, $T_1 = 350^\circ$ К, $T_2 = 325^\circ$ К; 2) $T_{in} = 350^\circ$ К, $T_1 = 300^\circ$ К, $T_2 = 325^\circ$ К. Безразмерные параметры и толщины пограничного слоя определены следующим образом: $Re_x = V_{in} X/\nu$, $Re = V_{in} H/\nu$, $Pr = \nu/\alpha$, $\delta^* = 5X/Re_x^{1/2}$ и $\delta_T^* = 5X/(Pr Re_x)^{1/2}$, где $X = x - x_1$. В работе нормирование функций, например, φ осуществлялось так:

$$\varphi_{norm} = \frac{\varphi - \varphi_{min}}{\varphi_{max} - \varphi_{min}}, \text{ где } \varphi_{min} \text{ и } \varphi_{max} - \text{минимальные и максимальные значения } \varphi.$$

В таблице 1 представлены значения вычисленных толщин динамических δ и температурных δ_T пограничных слоёв для трёх жидкостей (ртуть, воздух, вода) в сравнении с решением Блазиуса δ^* и δ_T^* при обтекании пластины с разными скоростями без наличия «вибратора» и с граничными условиями отсутствия касательных вязких напряжений на участке [$x_1 < x < x_2, y = H$].

Жидкость (газ)	Скорость V_{in} [м/с]	Re	δ^* [мм]	δ [мм]	δ_T^* [мм]	δ_T [мм]
Ртуть Pr= 0.02	0.01	5,55E+03	8.4	5.8	53.2	29.0
	0.1	5,55E+04	2.7	2.2	16.8	9.3
	1	5,55E+05	0.8	0.9	5.3	3.0
	10	5,55E+06	0.3	0.6	1.7	0.9
Воздух Pr=0.7	0.01	4,28E+01	47.8**	38.5**	55.4**	62.2**
	0.1	4,28E+02	30.2	23.4	35.0	30.5
	1	4,28E+03	9.6	8.6	11.1	9.8
	10	4,28E+04	3.0	2.9	3.5	3.3
Вода Pr=7	0.01	6,22E+02	25.1	19.7	9.5	7.9
	0.1	6,22E+03	7.9	6.7	3.0	2.8
	1	6,22E+04	2.5	2.5	1.0	1.1
	10	6,22E+05	0.8	0.8	0.3	0.3

Таблица. 1. Значения толщин пограничных слоёв δ и δ_T в сравнении с решением Блазиуса δ^* и δ_T^* при обтекании пластины[#] ртутью, воздухом и водой с разными скоростями V_{in} в сечении $x=0.624$ м ($x_2=0.625$ м!) для модели, представленной на рис. 1, но без «вибратора». *) - решение Блазиуса, **) - толщина пограничного слоя в сечении $x = 0.5$ м.

В таблице 1 величины толщин пограничных слоёв приведены для вертикального сечения $x = 0.624$ м ([#]) – геометрическая модель без «вибратора». *) – решение Блазиуса, **) – данные толщины пограничного слоя вычислены в сечении $x = 0.5$ м). Из данных таблицы 1 видно хорошее совпадение величин ширины пограничных слоёв при больших числах Рейнольдса и удовлетворительное при небольших.

Характер вибрационного воздействия на поток жидкости зависит от частоты и амплитуды вибрационного воздействия. Безразмерным определяющим параметром вибрационного воздействия может быть число Рейнольдса вибрационное или число Струхала, которое есть отношение вибрационного числа Рейнольдса к числу Рейнольдса, посчитанного для набегающего потока.

V_{in} f	0,01	0,1	1	10
0,01	0,25	0,025	0,0025	0,00025
0,1	2,5	0,25	0,025	0,0025
1	25	2,5	0,25	0,025
10	250	25	2,5	0,25
100	2500	250	25	2,5

V_{in} A	0,01	0,1	1	10
0,01	1	0,1	0,01	0,001
0,1	10	1	0,1	0,01
1	100	10	1	0,1
10	1000	100	10	1
100	10000	1000	100	10

а) б)
Таблица. 2. Значения числа Струхаля: а) – $Sh_1=fL/V_{in}$, б) – $Sh_2=A/V_{in}$
для $L=0.25\text{м}$, $f=0.01-100\text{Гц}$, скоростей $V_{in}=0.01-10\text{ м/с}$ и $A=0.01-100\text{ м/с}$.

В таблице 2 приведены значения числа Струхаля Sh , определённого для двух масштабов длины: а) – $Sh_1=fL/V_{in}$, и б) – $Sh_2=A/V_{in}$, где $L=0.25\text{м}$, $f=0.01-100\text{Гц}$, скоростей $V_{in}=0.01-10\text{ м/с}$ и $A=0.01-100\text{ м/с}$.

При числе Струхаля $Sh_2 \gg 1$ преобладает вибрационное течение, а при $Sh_2 \ll 1$ – преобладает проточное течение, поэтому интересен случай, когда $Sh_2=1$. На рис. 2а) показаны изотермы мгновенного поля температуры – T , а на рис. 2б) – $Mean_T$ осреднённого по времени при обтекании воздухом $V_{in}=0.1\text{ м/с}$ пластины с вибрационным воздействием с амплитудой $A=1\text{ м/с}$, частотой $f=10\text{Гц}$ ($A1\ f10$), $Sh_2=10$. Результаты на рис. 2 показывают, что при данном вибрационном воздействии происходит практически замирание теплопереноса вдоль канала (пластины).

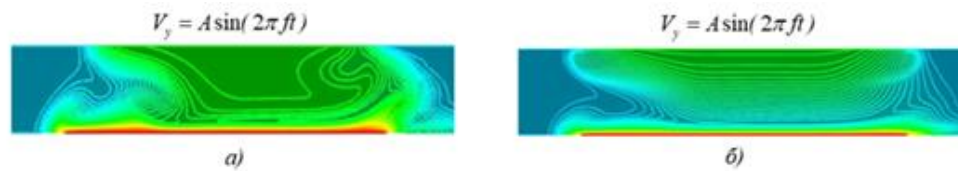


Рис. 2. Изотермы при обтекании пластины воздухом со скоростью $V_{in}=0.1\text{ м/с}$ и с вибрационным воздействием ($A1\ f10$): а) –мгновенной температуры T , б) – осреднённой по времени температуры $Mean\ T$.

Характер влияния вибрационного воздействия и возникновение краевых эффектов с образованием осциллирующих вихрей при интенсивных вибрациях можно увидеть на изолиниях функции тока на рис. 3, что влияет на распределение температуры на пластине.

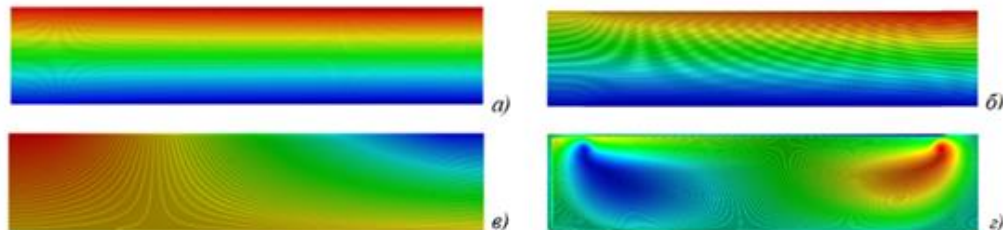


Рис. 3. Изолинии функции тока при течении воды ($V_{in}=0.1\text{ м/с}$), а) – без вибрационного воздействия и с вибрационным воздействием: б) – ($A0.01\ f100$), в) – ($A0.1\ f100$), г) – ($A10\ f100$).

Детальней это показано для различных вибрационных воздействиях на течение воздуха: на рис. 4 при ($A0.01\ f50$) и на рис. 5 при ($A10\ f100$), где представлены изолинии мгновенных и осреднённых ($Mean$) полей скоростей (компонент V_x , V_y и модуля скорости V_{mag}), давления (P) и изотермы (T), а также их среднеквадратичные отклонения (RMSE).

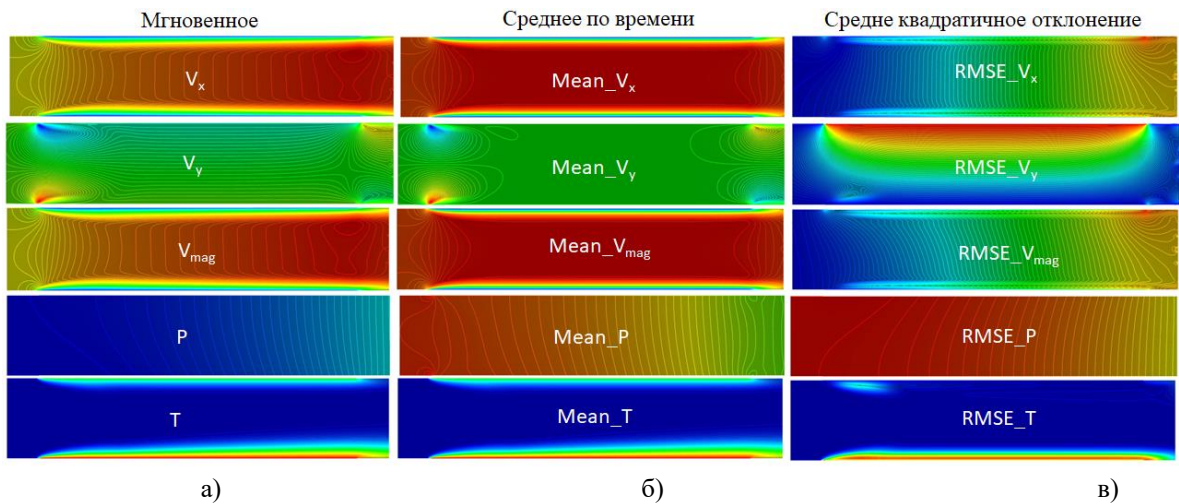


Рис. 4. Изолинии: а) – мгновенных значений, б) – осреднённых по времени, в) – среднеквадратичные отклонений от средних значений следующих функций: 1я строка – компонента скорости V_x , 2я строка – компоненты скорости V_y , 3я строка – модуль скорости V_{mag} , 4я строка – давление P , 5я строка – температура T при обтекании пластины воздухом ($V_{in}=0.1\text{м/с}$) с вибрационным воздействием ($A0.01\text{ f}50$).

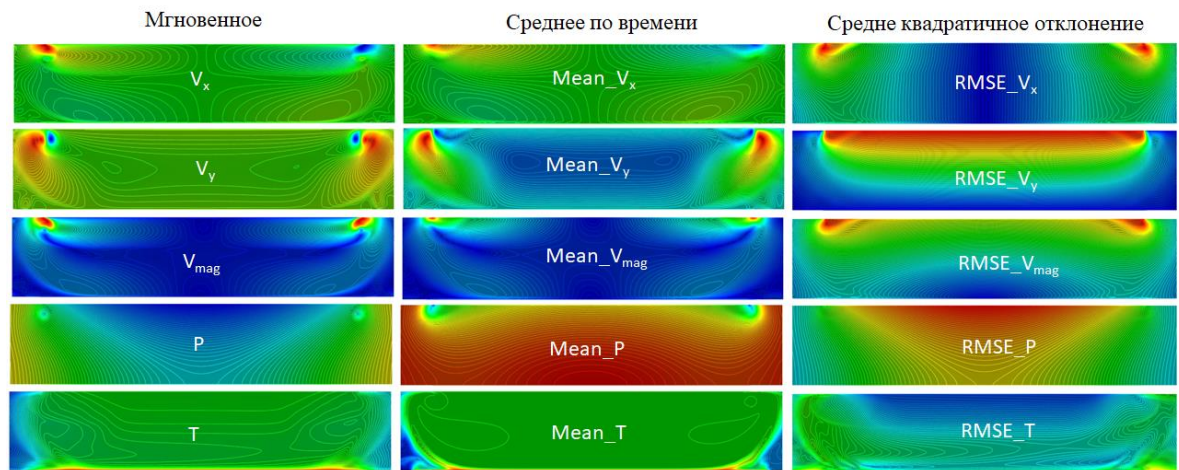


Рис. 5. Изолинии: а) – мгновенных значений, б) – осреднённых по времени, в) – среднеквадратичные отклонений от средних значений следующих функций: 1я строка – компонента скорости V_x , 2я строка – компоненты скорости V_y , 3я строка – модуль скорости V_{mag} , 4я строка – давление P , 5я строка – температура T при обтекании пластины воздухом ($V_{in}=0.1\text{м/с}$) с вибрационным воздействием ($A10\text{ f}100$).

При вибрационном воздействии вследствие увеличения нормальных градиентов температуры на пластине тепловой поток (число Нуссельта) на пластине также увеличивается. Представляет интерес распределение числа Нуссельта вдоль пластины на установившемся квазистационарном режиме.

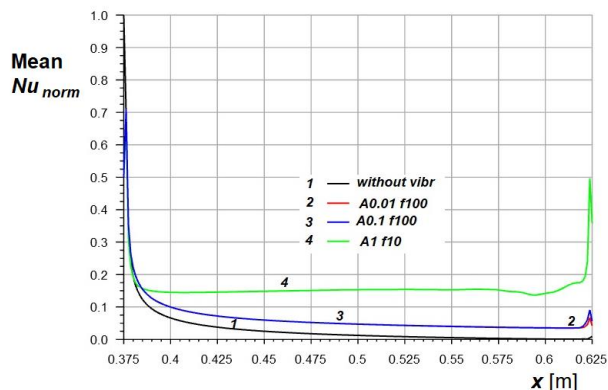


Рис. 6. Профили среднего по времени нормированного числа Нуссельта $MEAN_Nu_{norm}$ на пластине при вибрационных воздействиях в сравнении со случаем без вибраций ($V_{in}=0.1\text{м/с}$, вода)

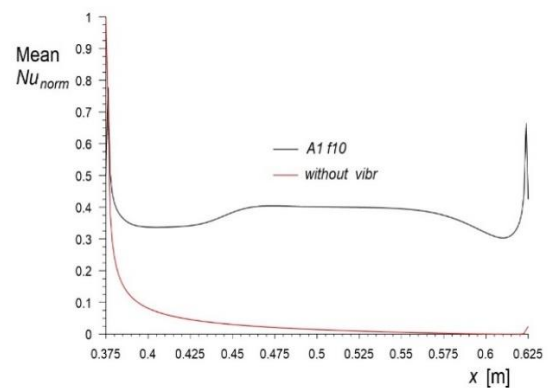


Рис. 7. Профили среднего по времени нормированного числа Нуссельта $MEAN_Nu_{norm}$ на пластине при вибрационных воздействиях ($A1\text{ f}10$) в сравнении со случаем без вибраций ($V_{in}=0.1\text{м/с}$, воздух)

На рис. 6 представлены продольные профили среднего по времени нормированного числа Нуссельта $Mean_Nu_norm$, на пластине при разных вибрационных воздействиях в сравнении со случаем без вибраций при обтекании водой ($V_{in}=0.1\text{м/с}$), а на рис. 7 – осреднённые по времени числа Нуссельта на пластине при обтекании воздухом ($V_{in}=0.1\text{м/с}$) при вибрационном воздействии ($A1f10$) в сравнении со случаем без вибраций.

Нахождение способов увеличения нормальных градиентов температуры (теплового потока или потока массы) на холодной пластине в случае обтекания её горячим потоком воздуха ($T_{in}>T_1$) также важно для многих приложений. Результаты численного моделирования обтекания холодной пластины горячим потоком воздуха также показали возможное уменьшение толщины температурного пограничного слоя при поперечном вибрационном воздействии.

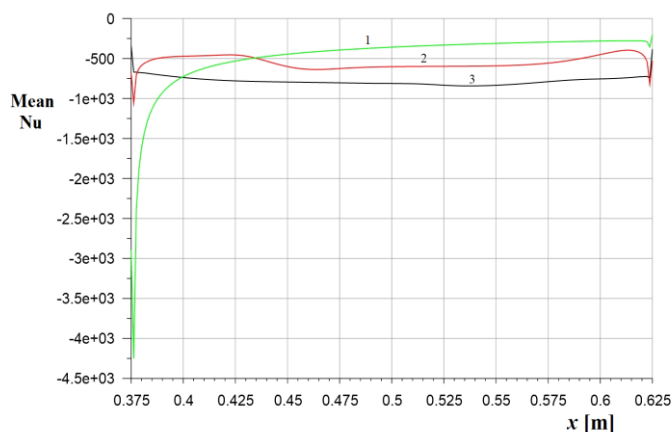


Рис. 8. Профили среднего по времени числа Нуссельта $MEAN_Nu$, на пластине при вибрационных воздействиях: линия 1 - без вибраций, 2 - ($A1 f10$), 3 - ($A1 f50$) ($V_{in}=0.1\text{м/с}$, $T_{in}=350^\circ\text{K}$, $T_1=300^\circ\text{K}$, $T_2=325^\circ\text{K}$, воздух)

На рис. 8 представлены профили числа Нуссельта вдоль пластины при вибрационных воздействиях с разной частотой: линия 1 - без вибраций, 2 - ($A1 f10$), 3 - ($A1 f50$) ($V_{in}=0.1\text{м/с}$, $T_{in}=350^\circ\text{K}$, $T_1=300^\circ\text{K}$, $T_2=325^\circ\text{K}$, воздух). Среднее по времени число Нуссельта при вибрационном воздействии больше, чем без вибрационного воздействия, практически на всей пластине, за исключением начального участка, занимаемого приблизительно 10-20% от начальной критической точки пластины (рис. 8.)

ВЫВОДЫ

1. Показан характер изменения структуры течения (от слабого до сильного, в зависимости от числа Струхала, с возможным замиранием продольного течения и теплопереноса) в зависимости от скорости набегающего потока и амплитудно-частотных характеристик вибрационного воздействия.
2. Вибрационное воздействие приводит к уменьшению толщин динамического и температурного пограничных слоёв на пластине (увеличению среднего по времени числа Нуссельта).
3. Данные результаты важны для управления теплообменом для ряда приложений, например, в процессах охлаждения электронных приборов и при выращивании кристаллов эпитаксиальными методами.

Работа выполнена по теме государственного задания (№ госрегистрации 124012500442-3)

ЛИТЕРАТУРА

1. Челомей В. Н. Парадоксы в механике, вызываемые вибрациями, Докл. АН СССР, 270:1 (1983), 62–67.
2. Блехман И.И., Блехман Л.И., Вайсберг Л.А. и др., Аномальные явления в жидкости при действии вибрации. Доклады Академии наук. 2008. Т. 422 № 4. С. 470–474.
3. Ганиев Р. Ф., Украинский Л.Е. Динамика частиц при воздействии вибраций / АН УССР. Ин-т механики. Киев: Наук. думка, 1975. 168 с.
4. Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. Гл. ред. физ.-мат. лит. изд-ва «Наука», 1972 г., 392 с.
5. Z.Gershuni and D.V.Lubimov. Thermal vibrational convection. J. Willey&Sons Ltd., G 1998, 357p.
6. Fedyushkin A. I., Gnevushev A. A., Zakharov A. S. Vibrational methods for the symmetrization of asymmetric laminar viscous fluid flow in a plane diffuser // Fluid Dynamics. 2024. Vol. 59, no. 8. P. 1–12.
7. Федюшкин А. И. Колебательная свободная конвекция и вибрации // Материалы XV Международной конференции по прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли (АММАГ'2024), 1–8 сентября 2024 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2024. — С. 294–297. ISBN 978-5-4316-1162-9.

8. Fedyushkin A. I. The influence of controlled vibration effects on fluid flow in technological and engineering processes // *Lecture Notes in Civil Engineering*. 2024. Vol. 526. P. 656–664.
9. Fedyushkin A I. Numerical simulation of gas-liquid flows and boiling under effect of vibrations and gravity. *J. Phys.: Conf. Ser.* 1479 012094. 2020. DOI 10.1088/1742-6596/1479/1/012094.
10. Федюшкин А. И., Бураго Н. Г., Пунтус А. А. МКЭ моделирование конвективного теплопереноса при выращивании кристаллов методом Бриджмена // *Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики: сб. трудов Международной научной конференции, «Научно-исследовательские публикации»*, Воронеж: 2020. С. 1159–1166.
11. Fedyushkin A, Bourago N, Polezhaev V, Zharikov E. *J. of Crystal Growth* 275 (1–2). 2005. e1557–e1564.
12. Федюшкин А. И. Интенсификация теплопереноса при выращивании монокристаллов // *Проблемы газодинамики и теплообмена в энергетических установках: сборник материалов XXV Школы-семинара молодых ученых и специалистов под руководством ак. А.И. Леонтьева. РГАТУ имени П.А. Соловьева, Рыбинск: 2025. С. 188–189.*
13. Федюшкин А. И. Влияние вибрационных воздействий на пограничные слои при обтекании плоской пластины. *Сб. материалов X Всероссийской конференции с международным участием; ПГНИУ. Пермь, 2025. С. 465 – 470.*
14. Федюшкин А.И. Влияние вибраций на обтекание пластины водой. *Физическое и математическое моделирование процессов в геосредах: Сб. материалов конференции, Москва, 22–24 октября 2025 года. – Москва: ООО "Принт Про", 2025. С. 92-95.*
15. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. *Теоретическая физика. Т. 6. Гидродинамика.* М.: Наука, 1986. 736 с.
16. Патанкар С. *Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости.* М.: Энергоатомиздат, 1984. 152 с.
17. Федюшкин А. И., Иванов К. А., Пунтус А. А. // *Сибирский журнал индустриальной математики.* 2023. Т. 26, № 2. С. 171–187.
18. Полежаев, В.И., Белло, М.С., Везуб, Н.А. и др. *«Конвективные процессы в невесомости»*, Москва: Наука, 1991.
19. Шлихтинг Г. *Теория пограничного слоя* -М.: Наука. 1974г. 713с.

КОЛИЧЕСТВЕННЫЕ И КАЧЕСТВЕННЫЕ РАЗЛИЧИЯ В ПРОИЗВОДСТВЕ ЭНТРОПИИ ДЛЯ ЛАМИНАРНОГО И ТУРБУЛЕНТНОГО РЕЖИМОВ ТЕЧЕНИЯ

О.Н. Хатунцева

Публичное акционерное общество «Ракетно-космическая корпорация
«Энергия» имени С.П. Королёва», Московский физико-технический институт, г. Королев

Для корректного описания диссипативных систем, а также для ответа на вопросы, поставленные в шестой проблеме Гильберта, принципиальным является возможность учета в уравнениях не только количества производимой в системе энтропии, но и «характера» ее производства. А именно, очень важно, чтобы уравнения, описывающие процессы, происходящие в диссипативных системах, могли характеризовать и производство энтропии вблизи положения равновесия (соответствующее Принципу минимума производства энтропии Пригожина), и производство энтропии вдали от положения равновесия (соответствующее Принципу максимума производства энтропии Циглера).

В работе показано, что причиной производства энтропии, «заложенного» в уравнении Больцмана (Н-теорема), является «динамическая» неопределенность, возникающая в результате «перемешивания» отдельных траекторий из-за несовместности уравнений. «Динамическая» неопределенность характерна для систем автономных дифференциальных уравнений, уравнений в частных производных и интегро-дифференциальных уравнений, в том числе, и для уравнения Больцмана. Она уменьшается с увеличением в системе степеней свободы [1-2]. Производство «динамической» энтропии в уравнении Больцмана подчиняется Принципу минимума производства энтропии Пригожина и практически не проявляет себя при интегрировании уравнений по конечному объему, содержащему достаточно большое число частиц. Именно поэтому уравнения Эйлера, напрямую получаемые из уравнений Больцмана при интегрировании по малому, но конечному объему, являются обратимыми.

Так как «динамическая» неопределенность быстро нивелируется с увеличением в системе степеней свободы и практически не влияет на гидродинамические процессы, ее наличие в уравнениях, имеет скорее теоретический интерес (в том числе, касающийся шестой проблемы Гильберта) в плане ответа на вопрос о причинах появления производства энтропии (Н-теорема) в, казалось бы, детерминированной системе частиц при ее описании кинетическим методом, и о корректности (или некорректности) перехода от описания взаимодействия отдельных частиц с помощью уравнений Ньютона к кинетическому подходу описания ансамбля частиц с помощью уравнений Лиувилля или Больцмана.

Для получения системы уравнений Навье-Стокса приходится прибегать к разложению правой части уравнения Больцмана – интеграла столкновения – по малому параметру, обратно пропорциональному числам Кнудсена, то есть, по сути, расширять фазовое пространство с помощью дополнительной переменной. Таким образом предлагается учитывать дальное действие, что, казалось бы, должно было бы приблизить уравнение Больцмана к исходному - обратимому по времени - уравнению Лиувилля (и, соответственно, уменьшить производство энтропии), однако, эффект оказывается противоположным: учет дального действия в первом члене разложения приводит к увеличению производства энтропии за счет появления «вязких» членов, позволяющих перейти от обратимых уравнений Эйлера к необратимым уравнениям Навье-Стокса. Дальнейшее разложение по малому параметру и вовсе приводит к расходимости. Производство энтропии, обусловленное появлением в уравнениях «вязких» членов, не заложено напрямую в уравнения Лиувилля и Больцмана, однако их введение в уравнения позволяет описывать «термодинамическое» производство энтропии.

Основными источниками производства «термодинамической» энтропии являются неучтенные процессы, связанные с перераспределением кинетической энергии при взаимодействии отдельных молекул по их внутренним степеням свободы (колебательным, вращательным), влиянием квантово-механических эффектов внутри молекул и атомов, а также сдвиговые гидродинамические эффекты. Все это делает соударение частиц неупругими. В отличие от производства «динамической» энтропии, производство «термодинамической» энтропии растет с увеличением в системе числа частиц. В результате, законы сохранения импульса при соударении частиц перестают выполняться, часть поступательной кинетической энергии молекул преобразуется в другие формы энергии, и в конечном счете, преобразуется в тепловую энергию их броуновского движения.

При рассмотрении системы на макромасштабе производство «термодинамической» энтропии за счет большого количества частиц в системе является практически детерминированным во времени процессом. Если потеря кинетической энергии направленного движения (за счет преобразования ее в энергию броуновского движения частиц и в соответствующее поддержание температуры) компенсируется поступающей кинетической энергией из вне (или можно сказать по-другому, что внутренние механизмы переработки справляются с поступающей энергией), то система пребывает в состоянии, близком к равновесному, соответствующему Принципу минимума производства энтропии Пригожина, если нет, то система переходит в состояние, далекое от положения равновесия, соответствующее Принципу максимума производства энтропии Циглера.

Исследование двух режимов течения позволяет сказать, что ламинарный режим соответствует процессу, находящемуся вблизи положения равновесия, а турбулентный – вдали от него. На кинетическом

уровне описания это означает, что для турбулентного режима характерно сильное влияние редких событий, приводящих к тому, что в каждый момент времени плотности вероятности реализации случайной величины (например, скорости) могут реализовываться неединственным образом [3].

Учет различного характера производства энтропии, начиная уже с записи уравнения Лиувилля, позволяет на более глубоком уровне понять процессы, происходящие в гидродинамических системах при различных режимах течения, последовательно перейти к «модифицированному» уравнению Больцмана и «модифицированной» системе уравнений Навье-Стокса [4], что даст возможность описывать как ламинарные, так и турбулентные режимы течения на основе одних и тех же уравнений. В результате удастся аналитически определить «ламинарные» и обобщенные «турбулентные» решения для классических задач гидродинамики [5-7].

ЛИТЕРАТУРА

1. Хатунцева О.Н. О «классических» и «квантовых» пределах при интегрировании системы автономных дифференциальных уравнений // Дифференциальные уравнения и процессы управления. 2024. №1 <https://diffjournal.spbu.ru/RU/numbers/2024.1/article.1.4.html>
2. Хатунцева О.Н. О влиянии скорости производства энтропии на реализацию режимов течения жидкости и газа // Труды МАИ. 2025. № 144.
URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=186306>.
3. Хатунцева О.Н. О механизме возникновения в стохастических процессах гауссовских распределений случайной величины с «тяжелыми» степенными «хвостами» // Труды МАИ. 2018. № 102.
URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=98854>
4. Хатунцева О.Н. Учет производства энтропии в уравнении Лиувилля и вывод из него «модифицированной» системы уравнений Навье-Стокса // Труды МАИ. 2024. № 134.
URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=178465>.
5. Хатунцева О.Н. Обобщенное аналитическое решение плоской задачи Пуазейля для турбулентного режима течения несжимаемой жидкости // Труды МАИ. 2022. № 123.
URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=165492>
6. Хатунцева О.Н. О нахождении обобщенного аналитического решения задачи Хагена-Пуазейля для турбулентного режима течения жидкости // Труды МАИ. 2021. № 118. DOI: 10.34759/trd-2021-118-02
URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=158211>.
7. Хатунцева О.Н. О нахождении обобщенного аналитического решения плоской задачи Куэтта для турбулентного режима течения жидкости // Труды МАИ. 2022. № 122. DOI: 10.34759/trd-2022-122-07
URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=164194>.

ВЛИЯНИЕ ЭФФЕКТА МАРАНГОНИ НА РЕЖИМЫ ГРАВИТАКТИЧЕСКОЙ БИОКОНВЕКЦИИ

И.Н. Черепанов, Б. Л. Смородин

Пермский государственный национальный исследовательский университет

Биоконвективные течения возникают благодаря неоднородной концентрации суспензии микроорганизмов в окружающей водной среде. Возникновение, структура и характеристики биоконвективных структур связаны с коллективным плаванием микроорганизмов [1]. В отсутствие внешнего воздействия (сила тяжести, градиенты кислорода, освещенности и т.п.) траектория индивидуального микроорганизма представляет собой случайные блуждания (активная диффузия с достаточно высоким коэффициентом $D \sim 5 \cdot 10^{-4} - 10^{-5} \text{ см}^2/\text{с}$). Если микроорганизмы чувствительны к направлению силы тяжести, а средняя скорость их движения V_c направлена вверх (против силы тяжести), говорят про отрицательный гравитаксис. При движении по направлению силы тяжести – гравитаксис положительный. Присутствие в водной среде тяжелых металлов (ртути, меди, кадмия, свинца), влияет на поведение микроорганизмов (например, водоросль *Euglena gracilis*), заставляя их переключаться с отрицательного на положительный гравитаксис [2]. Подобная реакция меняет распределение микроорганизмов, и, как следствие, поле концентрации в суспензии, а также характер биоконвективного течения. Это может быть использовано, для мониторинга и диагностики загрязнения водоемов тяжелыми металлами.

Рассмотрим бесконечный горизонтальный слой суспензии микроорганизмов в воде, ограниченный плоскостями $z = 0$ и $z = H$. Средняя концентрация микроорганизмов – \bar{C} . Используя масштабы: H – длины, $\frac{H^2}{D}$ – времени, D/H – скорости, $p = \rho H^3/Dv$ – давления, θ – температуры и \bar{C} – концентрации, запишем безразмерную систему уравнений тепловой биоконвекции при отрицательном гравитаксисе микроорганизмов в виде [3-4]:

$$\frac{1}{Sc} \left(\frac{\partial V}{\partial t} + (V \nabla) V \right) = -\nabla p' + \Delta V + Le Ra_T T k - Ra_c C k,$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial C}{\partial t} + (\mathbf{V}\nabla)C &= \Delta C - Pe\mathbf{k}\nabla C, \\ \frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{V}\nabla)T &= Le\Delta T,\end{aligned}\quad (1)$$

где $Ra_T = \frac{\beta_T g}{\chi\nu} \Theta H^3$, $Ra_c = \frac{\beta_c g}{\nu D} \bar{C} H^3$ – тепловое и концентрационное числа Релея, $Sc = \frac{\nu}{D}$, $Le = \frac{\chi}{D}$ – числа Шмидта и Льюиса. $Pe = \frac{V_c H}{D}$ – число Пекле, характеризующее среднюю скорость плавления микроорганизмов.

Для непроницаемых для микроорганизмов, теплопроводных границ слоя, соответствующих нагреву снизу, граничные условия для скорости, концентрации и температуры запишутся в виде:

$$z = 0, 1: \frac{\partial C}{\partial z} - PeC = 0; \quad T(0) = \frac{1}{2}, \quad T(1) = -1/2. \quad (2a)$$

Для скорости рассмотрен случай нижней твердой и верхней свободной недеформированной границ:

$$z = 0: \mathbf{V} = 0, \quad z = 1: V_z = 0, \quad \frac{\partial^2 V_z}{\partial x^2} = -Ma \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}. \quad (2b)$$

В граничном условии на свободной границе учтена зависимость поверхностного натяжения от концентрации

$$\sigma = \sigma_0 \left(1 + \alpha_c (C - \bar{C})\right),$$

где α_c – концентрационный коэффициент поверхностного натяжения, который может быть как положительным, так и отрицательным. За счет перераспределения микроорганизмов концентрация их на поверхности приводит к изменению поверхностного натяжения. $Ma = \frac{\alpha_c}{\eta D} \bar{C} H$ – концентрационное число Марангони.

В состоянии покоя жидкости отрицательный гравитаксис приводит увеличению концентрации микроорганизмов у поверхности. При этом распределение температуры линейно, а концентрации соответствует барометрическому закону:

$$\mathbf{V}_0 = 0, T_0 = 1/2 - z, C_0 = \frac{e^{Pe \cdot z}}{e^{Pe} - 1}. \quad (3)$$

Для получения численного решения задачи (1-2) использован конечно-разностный метод. Введем функцию тока Ψ и завихренность Φ , связанные со скоростью жидкости \mathbf{v} соотношениями:

$$v_x = \frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad v_z = -\frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad \Phi = (\text{rot} \mathbf{v})_y, \quad (4)$$

и запишем уравнения двумерной биоконвекции:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \left[\frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial \Phi}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right] = Sc \left[\Delta \Phi - \left(Le Ra_T \frac{\partial T}{\partial x} + Ra_c \frac{\partial C}{\partial x} \right) \right], \quad (5a)$$

$$\Phi = \Delta \psi, \quad (5b)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \left[\frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial z} \right] = Le \Delta T, \quad (5b)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \left[\frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial C}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial C}{\partial z} \right] = \Delta C - Pe \frac{\partial C}{\partial z}, \quad (5r)$$

Граничные условия на горизонтальных границах (2б) примут вид:

$$z = 0, \psi = 0, \frac{\partial \psi}{\partial z} = 0, \quad z = 1, \psi = 0, \Phi = -Ma \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}. \quad (6)$$

На вертикальных границах используем условие периодичности вдоль горизонтальной оси x для функций, описывающих состояние суспензии микроорганизмов:

$$F(t, x, z) = F(t, x + L, z). \quad (7)$$

где $F = \text{col}(\psi, \Phi, T, C)$.

Пространственные производные аппроксимируются центральными разностями. Уравнение Пуассона (5б) решается с помощью метода последовательной релаксации. Значение вихря скорости на твердой горизонтальной границе вычислялось в соответствии с условием Тома.

Конечно-разностная аппроксимация уравнения концентрации (5r) должна удовлетворять закону сохранения массы, который в случае двумерного течения запишется в виде:

$$\frac{1}{V_{\text{ячейки}}} \int_{V_{\text{ячейки}}} C(x, z) dx dz = \frac{1}{Pe},$$

где под $V_{\text{ячейки}}$ понимается объем расчетной конвективной ячейки длиной, равной пространственному периоду L вдоль оси x и единичной шириной вдоль оси y . Консервативная форма уравнения (5г) и его аппроксимация методом контрольного объема, обеспечивает сохранения массы примеси микроорганизмов.

При расчетах использованы типичные для суспензии: микроорганизмов значения параметров: число Шмидта $Sc = 7$, число Льюиса $Le=1$, число Пекле $Pe=1$. При этом критическое волновое число $k = 2.5$, и, следовательно, горизонтальный размер структуры $L = 2.512$. Вычисления проводились на основной сетке, содержащей 51×31 узлов.

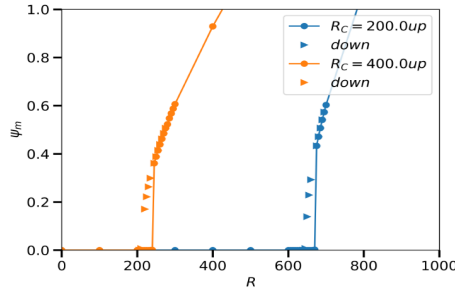


Рис. 1. Зависимости максимальной функции тока от теплового числа Релея вблизи порога конвекции. $Ma=0$.

Во всей области исследуемых параметров (теплового и концентрационного чисел Релея и числа Марангони) возникает стационарная конвекция.

В отсутствии поверхностных сил ($Ma=0$), когда действует термогравитационный и концентрационногравитационный механизмы, конвекция может возникать в результате обратной бифуркации. Пример такого поведения решений приведен на рис. 1. Пороги конвекции, полученные в результате нелинейного расчета совпадают с данными линейной теории: при концентрационном числе Релея $Ra_c=200$ тепловое число Релея на пороге $Ra_T=672$ (результат линейной теории $Ra_T=671$); при концентрационном числе Релея $Ra_c=400$ тепловое число Релея на пороге $Ra_T=242$ (результат линейной теории $Ra_T=230$). При уменьшении интенсивности нагрева конвективные течения исчезают при значениях теплового числа Релея меньших, чем предсказано линейной теорией: при $Ra_c=200$ тепловое число Релея $Ra_T \approx 630$; при $Ra_c=400$ тепловое число Релея $Ra_T \approx 220$.

Зависимости максимальной функции тока в ячейке от теплового числа Релея при числе Марангони $Ma=7$ представлены на рис. 2 а. Рост концентрационного числа Релея (связанный с накоплением тяжелых микроорганизмов у поверхности приводит к увеличению интенсивности течения). Оба механизма конвекции термогравитационный и концентрационногравитационный в этом случае действуют в одном направлении, усиливая течение. Отметим что, при значениях $Ra_c > 320$, конвекция возникает даже в изотермическом случае ($Ra_T = 0$).

Зависимости максимальной функции тока в ячейке от теплового числа Релея при концентрационном числе Релея 200 представлены на рис. 2 б. Положительные числа Марангони, соответствующие уменьшению поверхностного натяжения с уменьшением концентрации выносимых на поверхность микроорганизмов, усиливают общее конвективное течение за счет поверхностных капиллярно-концентрационных сил. Значение максимальной функции тока увеличивается.

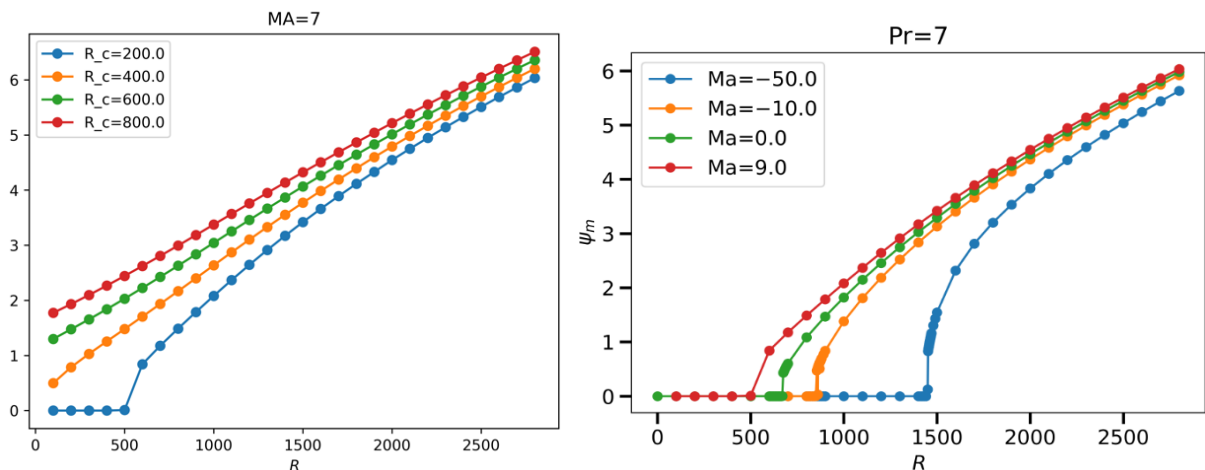


Рис. 2. Зависимости функции тока от теплового числа Релея: а) $Ra_c = 200$ для разных чисел концентрационного числа Релея, $Ma=7$; б) $Ra_c = 200$ для разных чисел Марангони.

При отрицательных значениях чисел Марангони эффект обратный – выносимые на поверхность микроорганизмы увеличивают поверхностное натяжение. Поверхностные силы тормозят конвекцию, ее интенсивность уменьшается.

На рис. 3 представлены типичные распределения температуры и концентрации. Красный цвет соответствует максимальным значениям функций, синий – минимальным. В середине ячейки горячая жидкость поднимается вверх, увлекая за собой легкую фракцию суспензии, обедненную микроорганизмами.

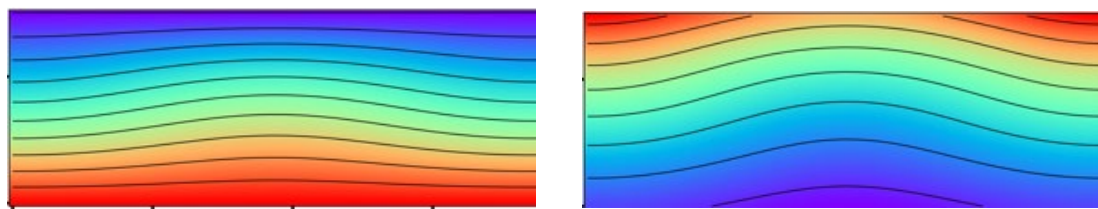


Рис. 3. Распределение температуры (слева) и концентрации (справа). $Ra_T = 1450$, $Ra_C = 200$, $Ma = -50$.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 25-21-20108, <https://rscf.ru/project/25-21-20108/> при финансовой поддержке Пермского края.

ЛИТЕРАТУРА

1. Childress S., Levandowsky M., Spiegel E.A. Pattern formation in a suspension of swimming microorganisms: equations and stability theory. *J. Fluid Mech.* 1975. Vol. 63. P. 591–613.
2. Stallwitz E., Häder D.-P. Effects of heavy metals on motility and gravitactic orientation of the flagellate, *Euglena gracilis*. *Europ. J. Protistol.* 1994. Vol. 30. P. 18-24.
3. Alloui Z., Nguyen T.H., Bilgen E. Stability analysis of thermo-bioconvection in suspensions of gravitactic microorganisms in a fluid layer. *International Communications in Heat and Mass Transfer.* 2006. Vol. 33. P. 1198-1206.
4. Alloui Z., Nguyen T.H., Bilgen E. Numerical investigation of thermo-bioconvection in a suspension of gravitactic microorganisms. *International Journal of Heat and Mass Transfer.* 2007. Vol. 50. P. 1435-1441.

ПРОТИВОТОЧНЫЕ ПЛАСТИНЧАТЫЕ ТЕПЛОБМЕННИКИ С РАСШИРЯЮЩИМИСЯ КАНАЛАМИ

А.Д. Чичерина, А.И. Решмин, В.Г. Лущик

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Проведено численное моделирование теплообмена в многопластинчатых противоточных теплообменниках с расширяющимися (диффузорными) каналами с малыми (до 2°) углами раскрытия с водой в качестве теплоносителя в диапазоне температур, характерном для высоконапорных теплообменников. Расчеты проведены с использованием трехпараметрической дифференциальной RANS-модели турбулентности, дополненной уравнением переноса для турбулентного потока тепла.

Расчеты показали, что при одинаковых входных параметрах теплоносителей и при одинаковом среднем по длине расстоянии между пластинами в теплообменнике с диффузорными (расположенными под некоторым углом одна к другой) пластинами мощность теплопередачи увеличивается.

Численное исследование показало, что в теплообменниках с плоскими гладкими каналами постоянного сечения в нагреваемом канале при разогреве воды и уменьшении её коэффициента динамической вязкости может происходить ламинаризация течения и более чем двукратное снижение числа Нуссельта по сравнению с его значением в начале канала. Использование в теплообменнике диффузорных каналов с углом раскрытия всего лишь 0.25 градуса увеличивает продольный градиент давления и предотвращает ламинаризацию течения. Увеличение угла раскрытия до 0.5 градуса приводит к почти трехкратному увеличению числа Нуссельта по сравнению с каналом постоянного сечения. При этом в нагреваемом канале из-за такого расширения число Нуссельта также увеличивается примерно на 15% . В результате мощность теплопередачи в теплообменнике с диффузорными каналами с углом расширения 0.5 градуса примерно на 40% превышает мощность теплообмена в теплообменнике с каналами постоянного сечения.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда, проект № 25-19-00278.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Г. Лущик, А. И. Решмин, А. Д. Чичерина. Исследование турбулентных характеристик течения в пластинчатых теплообменниках с диффузорными каналами. *Физико-химическая кинетика в газовой динамике*, 2025, т. 26(5), с. 1-16.

ОСОБЕННОСТИ ПЕРЕХОДА К ДИВЕРГЕНЦИИ КРЫЛА ПРИ СТАЦИОНАРНОМ И НЕСТАЦИОНАРНОМ МОДЕЛИРОВАНИИ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ НАГРУЗОК

А.Д. Чичерина

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М.В. Ломоносова, Москва

Дивергенция, форма статической аэродинамической неустойчивости конструкции крыла, традиционно описывается в рамках квазистационарного подхода. Классическая модель предполагает слияние собственных частот конструкции при достижении критической скорости потока, когда одна из них обращается в ноль вследствие отрицательной аэродинамической жесткости. Этот механизм, однако, является упрощением, не учитывающим нестационарность обтекания.

Исследование [1] демонстрирует, что переход к дивергенции в постановке с нестационарной аэродинамикой носит принципиально иной, неклассический характер. В этом случае не наблюдается слияния частот; вместо этого происходит затухание «конструктивно-обусловленных» мод. Ключевое отличие заключается в том, что мода дивергенции возникает не из собственной моды конструкции, а формируется из непрерывного спектра, порождаемого следом за крылом, который отсутствует в квазистационарных моделях.

Целью настоящей работы является сравнительное исследование особенностей перехода к дивергенции крыла при использовании стационарных (квазистационарных) и нестационарных моделей для расчёта аэродинамических нагрузок. В рамках поставленной задачи проведён численный анализ трёхмерного безотрывного обтекания прямого крыла идеальной несжимаемой жидкостью.

Для реализации исследования была разработана и верифицирована вычислительная модель, включающая в себя два модуля: аэродинамический, основанный на методе дискретных вихрей [2] для расчета нестационарных сил и моментов при безотрывном обтекании трехмерного крыла идеальной жидкостью, и конструкционный, решающий уравнения динамики балки с учетом изгибных и крутильных деформаций [3]. Циклический алгоритм пошагового обмена данными между модулями позволяет проводить прямое моделирование связанных аэроупругих процессов во временной области.

Проведено численное исследование перехода к дивергенции для трехмерного прямого крыла. Проведён анализ эволюции спектра собственных частот системы при постепенном увеличении скорости набегающего потока. Критическим отличием между классическим и неклассическим сценариями, выявленным в результате моделирования, является поведение собственных частот. Обсуждаются физические причины выявленных различий.

ЛИТЕРАТУРА

1. Vedenev V.V. New mechanism of the aeroelastic divergence onset. *AIAA Journal*, 2020, 58(6), 2716–2725.
2. Белоцерковский С.М., Ништ М.И. Отрывное и безотрывное обтекание тонких крыльев идеальной жидкостью. М.: Наука, 1978.
3. Левин И.А. Методы расчета динамических характеристик лопасти несущего винта. Тематический сборник научных трудов. М.: МАИ, 1991, 31-51.

ОСОБЕННОСТИ ДВИЖЕНИЯ ГАЗА В КАНАЛЕ С ПРОНИЦАЕМОЙ ГРАНИЦЕЙ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ ВНЕШНЕГО ЛИНЕЙНОГО ГРАДИЕНТА ДАВЛЕНИЯ

В.И. Шалаев, С.Т. Калугин, Г.В. Толоко
Московский физико-технический институт, Долгопрудный
E-mail: vi.shalaev@yandex.ru

На основе аналитических и численных исследований уравнений Навье-Стокса проведен анализ движения газа в канале с одной проницаемой стенкой под воздействием линейного по продольной координате внешнего градиента давления. Показана возможность естественного обмена (отсоса-вдува) газом с внешним пограничным слоем через проницаемую границу.

Ключевые слова: движение несжимаемой среды в канале, линейный градиент давления, аналитический анализ, численные решения.

1. Введение

Управление ламинарно-турбулентным переходом (ЛТП) пограничного слоя связано с возможностью улучшения характеристик обтекания летательных аппаратов, в частности, уменьшения вязкого сопротивления. Это направление исследований начало интенсивно развиваться в конце прошлого столетия, что привело созданию системы управления течением на основе отсоса газа через проницаемую поверхность, которая была разработана и отлажена для применения на реальных современных летательных аппаратах [1 -

3]. Отказ от ее использования был связан с существенным усложнением технологий производства и системы обслуживания.

Однако, сама задача управления обтеканием не потеряла своей актуальности и продолжает исследоваться для разных диапазонов скоростей, включая до-, сверх- и гиперзвуковые режимы [4 - 8]. Одно из основных направлений этих работ связано с анализом возможностей естественного отсоса газа в канал через проницаемую обтекаемую поверхность, что было исследовано численно [9] в рамках анализа сверхзвукового обтекания профиля. Однако анализ внешнего обтекания не позволяет определить условия вдува или отсоса.

В настоящей работе возможность и условия обмена (отсоса или вдува) газа между пограничным слоем на обтекаемой проницаемой поверхности и течением в расположенном под ней каналом изучена на основе анализа течения в канале при внешнем линейном по продольной координате градиенте давления в рамках уравнений Навье-Стокса. Задача сведена к решению одномерных уравнений, которые исследованы в приближении Стокса и численно. Показана возможность наличия естественного потока газа через проницаемую поверхность, интенсивность и направление которого зависят от величины и знака производной внешнего градиента давления.

2. Постановка задачи

Для анализа возможности естественного отсоса-вдува газа через проницаемую стенку рассматривается задача течения вязкого газа в канале около плоской перфорированной поверхности. Схема течения представлена на рис 1: x – продольная, y – вертикальная координаты.

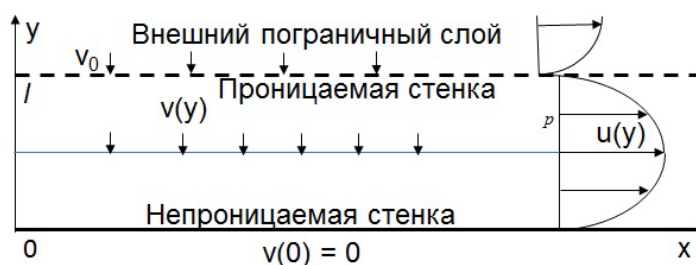


Рис.1 Схема течения.

Предполагается, что во внешнем пограничном слое давление изменяется квадратично в продольном направлении:

$$p_o(x) = p_{00} + xp_1 + \frac{1}{2}x^2 p_2. \quad (1)$$

Здесь $p_1 = const$ – продольный градиент давления, $p_2 = const$ - его производная. Эта поверхность является проницаемой, под ней расположен плоский канал шириной l . Через проницаемую поверхность может происходить обмен газом (отсос или вдув) между внешним пограничным слоем и каналом, который характеризуется постоянной поперечной скоростью $v_0 = const$. Температуры стенок канала предполагаются одинаковыми и постоянными, а плотность $\rho = \rho_w = const$ (ρ_w - плотность газа в пограничном слое на стенке), поскольку продольная скорость течения в канале $u(x, y)$ предполагается небольшой.

Стационарное течение газа в канале описывается уравнениями Навье-Стокса:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0, \\ u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial p}{\partial x} &= \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right), \\ u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial p}{\partial y} &= \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right), \\ u(x, 0) = u(x, l) = v(x, 0) &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь $\nu = \mu / \rho = const$ - кинематическая вязкость, $p(x, y)$ – давление, отнесенное к плотности ρ , $v(x, y)$ - поперечная скорость.

Из формы распределения внешнего давления следует, что точное решение уравнений Навье-Стокса можно представить в следующем виде:

$$v = v(y), \quad u = u_0(y) + xu_1(y), \quad p(x, y) = p_0(y) + xp_1 + \frac{1}{2}x^2 p_2 \quad p_1 < 0. \quad (3)$$

Подставив эти соотношения в уравнения (2), получим следующую систему уравнений для трех составляющих скорости:

$$\begin{aligned} u_1 + \frac{dv}{dy} &= 0, \\ u_1^2 + v \frac{du_1}{dy} + p_2 &= v \frac{d^2 u_1}{dy^2}, \\ u_1 u_0 + v \frac{du_0}{dy} + p_1 &= v \frac{d^2 u_0}{dy^2}, \\ v \frac{dv}{dy} + \frac{dp_0}{dy} &= v \frac{d^2 v}{dy^2}. \end{aligned}$$

$$u_0(0) = u_0(l) = u_1(0) = u_1(l) = v(0) = 0 \quad (4)$$

Проанализируем эти уравнения и их решения с помощью приближения Стокса и численного анализа.

3. Анализ и решения уравнений для течения в канале

Не трудно видеть, что основными являются первые два нелинейных уравнения (4) для возмущений продольной скорости $u_1(y)$ и поперечной скорости. Следует отметить, что эти две функции полностью определяются этими двумя уравнениями и тремя краевыми условиями. Условия для поперечной скорости на внешней границе нет, поэтому ее значение здесь определяется интегралом:

$$v(y) = -\int_0^y u_1(t) dt, \quad v_0 = v(l) = -\int_0^l u_1(t) dt,$$

Следовательно, обмен газом между пограничным слоем и каналом может реально существовать, а его знак зависит от направления возмущения продольной скорости $u_1(y)$.

Главная компонента продольной скорости $u_0(y)$ удовлетворяет линейному уравнению и определяется так:

$$u_0(y) = \frac{p_1}{p_2} u_1(y). \quad (5)$$

Уравнение для поперечной скорости (4) интегрируется и это позволяет найти зависимость распределения давления поперек канала $p_0(y)$ от поперечной скоростью и ее производной:

$$p_0(y) = \frac{v_0^2}{2} + p_{00} - \frac{v^2}{2} + v \frac{dv}{dy} = \frac{v_0^2}{2} + p_{00} - \frac{v^2}{2} - v u_1.$$

Отсюда следует, что при малых значениях вязкости поперечное распределение давления в главном приближении определяется уравнением Бернулли и пропорционально квадрату поперечной скорости.

Рассмотрим решение уравнений (4) в приближении Стокса

$$\begin{aligned} p_1 &= v \frac{d^2 u_0}{dy^2}, \quad p_2 = v \frac{d^2 u_1}{dy^2} \\ v(y) &= \frac{p_2}{6v} y^2 \left(y - \frac{3}{2} l \right) \end{aligned}$$

Отсюда следует, что величина и направление скорости обмена газом между внешним пограничным слоем и каналом (отсоса или вдува) определяется знаком параметра p_2 :

$$v_0 = v(l) = -\frac{p_2 l^3}{12\nu}.$$

При $p_2 < 0$ возмущение продольной скорости $u_1(y) > 0$, а $v_0 < 0$ и через пронизаемую стенку происходит отсос газа из пограничного слоя. Следует отметить, что скорость отсоса может быть большой вследствие обратной пропорциональности кинематической вязкости и существенно меняется с изменением ширины канала. Это указывает на возможность естественного управления внешним течением с указанными параметрами с помощью канала. Следует отметить, что при постоянном градиенте давления взаимодействия пограничного слоя с течением в канале не происходит.

Для численного решения задачи введем безразмерные переменные:

$$Y = \frac{y}{l}, \quad W = \frac{lu_1}{V_0}, \quad V = \frac{v}{V_0}, \quad P_2 = \frac{p_2 l^2}{V_0^2} = \pm 1, \quad V_0 = l|p_2|, \quad \text{Re} = \frac{lV_0}{\nu}$$

В этих переменных первые два уравнения (4) преобразуются к следующему виду первые два уравнения к безразмерной форме:

$$\text{Re} \left(W^2 + V \frac{dW}{dY} + P_2 \right) = \frac{d^2 W}{dY^2}, \quad V = -\int_0^Y W(t) dt, \\ W(0) = W(1) = V(0) = 0. \quad (6)$$

Решения этих уравнений были получены методами прогонки и пристрелки. На Рис 2 представлены сравнения численных решений (сплошные кривые) с приближением Стокса для чисел Рейнольдса $\text{Re} = 1,5, 4$. Видно, что при $\text{Re} = 4$ различие заметно.

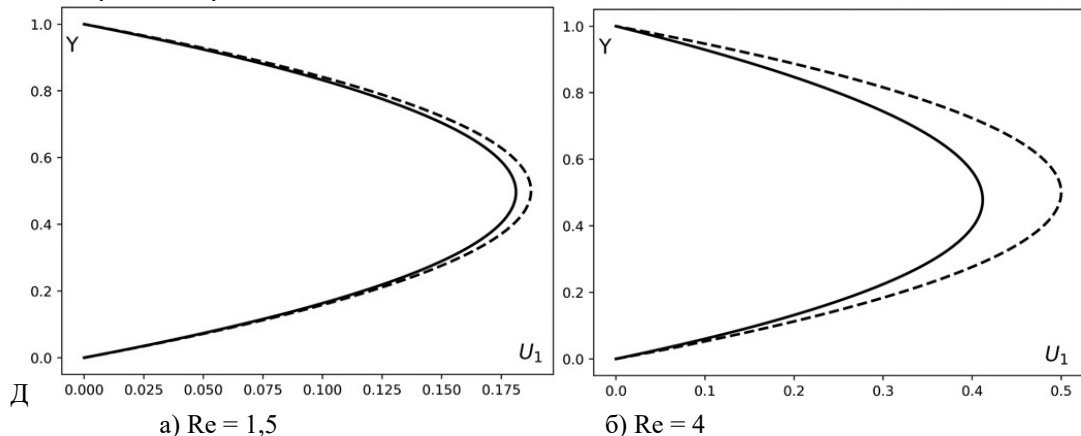


Рис2. Сравнение численного решения безразмерных уравнений с приближением Стокса при $P_2 = -1$: сплошные кривые – численные решения; пунктирные – приближение Стокса: 1, 2 – $\text{Re} = 4$; 3, 4 – $\text{Re} = 1,5$

4. Выводы

В настоящей работе на основе анализа уравнений Навье-Стокса представлены исследования **возможности естественного отсоса газа** из пограничного слоя в канал через пронизаемую границу при наличии квадратичного распределения давления. Задача сведена к решению уравнений для продольной скорости, ее возмущения и поперечной скорости. Получен интеграл зависимости распределения давления поперек канала от поперечной скорости. На основе приближения Стокса получены явные выражения для распределений компонент скорости по каналу. Показана возможность естественного обмена газа между внешним пограничным слоем и каналом, который определяется знаком и величиной производной градиента давления. При постоянном градиенте давления обмена между внешним пограничным слоем и течением в канале не происходит. Получены численные решения уравнений, которые показывают хорошую точность приближения Стокса при числах Рейнольдса порядка единицы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Harris R.V., Heffner H. NASA Laminar Flow Program – Past, Present and Future // NASA 1987. CP-2487.
2. Braslow A.L. A History of Suction-Type Flow Control with Emphasis to Flight Research // NASA Monographs in Aerospace History. 1999. N 13.

3. Bushnell, D. M. Aircraft drag reduction—a review // *J. Aerospace Engineering*. 2003. V. 217.
4. Pfenninger W., Vemuru C. S. Suction laminarization of highly swept supersonic laminar flow wings // *AISS paper*. 1988. N 4471.
5. Бойко А.В., Грек Г.Р., Довгаль А.В., Козлов В.В. Физические механизмы перехода к турбулентности в открытых течениях. // М.-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика». Институт компьютерных исследований. 2005. 304 с.
6. S.L. Chernyshev, A.Ph. Kiselev, A.P. Kuryachii. Laminar flow control research at TsAGI: Past and present. // *Progress in Aerospace Sciences*. V. 47, No. 3, 2011, P. 169-185
7. Shalaev V.I. Control of laminar-turbulent transition and its influence on flow structure // *International Conference on the Methods of Aerophysical Research (ICMAR)*. AIP Conf. Proc. 2018. No. 2027. P. 020002-1–020002-9. <https://doi.org/10.1063/1.5065080>
8. H. Wu, W. Song, H. Nie, Zh Han. Boundary-layer Suction and Aerodynamic Shape Optimization for Hybrid Laminar Flow Control on a Fin. // *34 Congress of the International Council of Aeronautical Sciences (ICAS)*. 2024. 0681.
9. Bernachuk A.V., Chuvakhov P.V., Fedorov A.V. Flow in a pipe with gas inflow. // *International Conference on the Methods of Aerophysical Research (ICMAR2024)*. Abstracts. Ed. E.I. Kraus. Novosibirsk. SB RAS. 2024. Pt. II. p.29.

КОНВЕКЦИЯ МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ СМЕСЕЙ В СИСТЕМАХ СЛОЕВ РАЗНОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ, ИМИТИРУЮЩИХ ГЕОЛОГИЧЕСКИЕ СКЛАДКИ

Т.П. Любимова, И.С. Шубенков, Н.А. Ожгибесова
Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь

Подземные месторождения нефти представляют собой пористые слои, состоящие в том числе из разных горных пород, насыщенные жидкими и газообразными углеводородами. Пластические деформации слоев горных пород приводят к образованию складок. Если изгиб слоев направлен выпуклостью вверх (в ядре залегают более древние слои, а на крыльях – более молодые), то складка называется антиклинальной, иначе – синклиальной [1]. Наличие геотермального градиента обуславливает возникновение конвективных процессов, а, значит, и перемешивание компонент углеводородной смеси [2-4].

Крылья геологической складки можно представить в виде системы наклонных слоев пористой среды. При изучении конвекции в наклонном слое пористой среды обычно рассматривается случай постоянных разных температур на границах слоя. В этом случае состояние равновесия невозможно. При любых перепадах температур существует стационарное основное течение, а при увеличении перепада температур в результате потери устойчивости этого течения возникает вторичное течение, накладывающееся на основное. В работах [5, 6] исследовано возникновение конвекции в наклонном пористом слое при вертикальном градиенте температуры. Показано, что при любых углах наклона слоя наиболее опасными являются трехмерные возмущения в виде продольных конвективных валов.

Любимова и др. [7] исследовали трехмерную конвекцию бинарной смеси с учётом эффекта Соре в трехслойной пористой системе, имитирующей антиклинальную геологическую складку, под действием вертикального температурного градиента. В результате линейного анализа было установлено, что при любом угле наклона слоя наиболее опасными возмущениями являются продольные валы (валы с осями, направленными вдоль слоя и перпендикулярными оси, относительно которой слой наклонён) с ненулевым волновым числом. При этом, наличие примеси может изменять порог конвекции в обоих направлениях в зависимости от угла наклона слоя. В результате нелинейных расчётов было установлено, что при малых проницаемостях всех слоев возникающее течение имеет длинноволновой характер. С увеличением проницаемости среднего слоя течение принимает вид ячеистых продольных валов.

Настоящая работа является продолжением и расширением исследования [7]. В ней рассматривается случай синклиальной складки (Рис. 1) и, кроме того, в отличие от [7], где проницаемости внешних слоёв предполагались меньшими порогового значения, в результате чего конвективное движение не проникало в эти слои, в настоящей работе рассмотрен более широкий диапазон отношений проницаемостей слоёв, включая случай близких проницаемостей слоёв, когда конвекция становится возможной во всех трех слоях.

Моделирование проводится в рамках уравнений Дарси-Буссинеска с учетом эффекта Соре. Границы расчетной области твердые, непроницаемые для вещества. На верхней и нижней границах задается распределение температуры, соответствующее строго вертикальному градиенту (среднему геотермальному градиенту на глубинах залегания нефти). Боковые границы считаются теплоизолированными. Для концентрации на внешних границах задается нулевой поток вещества. На границах между слоями считаются выполненными условия непрерывности давления, нормальной компоненты скорости, температуры, концентрации, теплового потока, потока вещества.

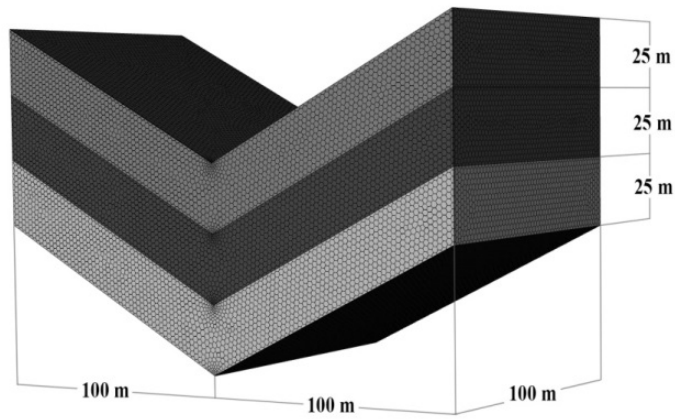


Рис. 1 Модель синклинали складки

Сначала была исследована линейная устойчивость равновесия для системы, состоящей из трёх наклонных пористых слоёв бесконечной протяженности и разной проницаемости, насыщенных бинарной смесью. Вводился параметр трёхмерности $\zeta = k_x/k$ ($k^2 = k_x^2 + k_z^2$, k_x и k_z – волновые числа в направлениях x и z) [6]. Численное исследование проводилось в частности для коэффициента разделения $\psi = 0.694$ и числа Льюиса $Le = 150$, соответствующих параметрам смеси тетралина (50%) и додекана (50%), а также относительной проницаемости слоёв $K_p = 0.1$ (внутренний слой в 10 раз более проницаем, чем внешние), где $K_p = K_{in}/K_{ex}$.

Как видно из Рис. 2, абсолютный минимум критического числа Рэлея во всем диапазоне углов наклона слоя реализуется для возмущений с $\zeta = 0$ (продольные валы, т.е. валы с осями, параллельными оси x). Это имеет место при любых значениях K_p . При переходе через $\zeta = 0.97$ кривые меняют характер наклона, что сопровождается скачком. Это связано с изменением локального минимума на нейтральных кривых.

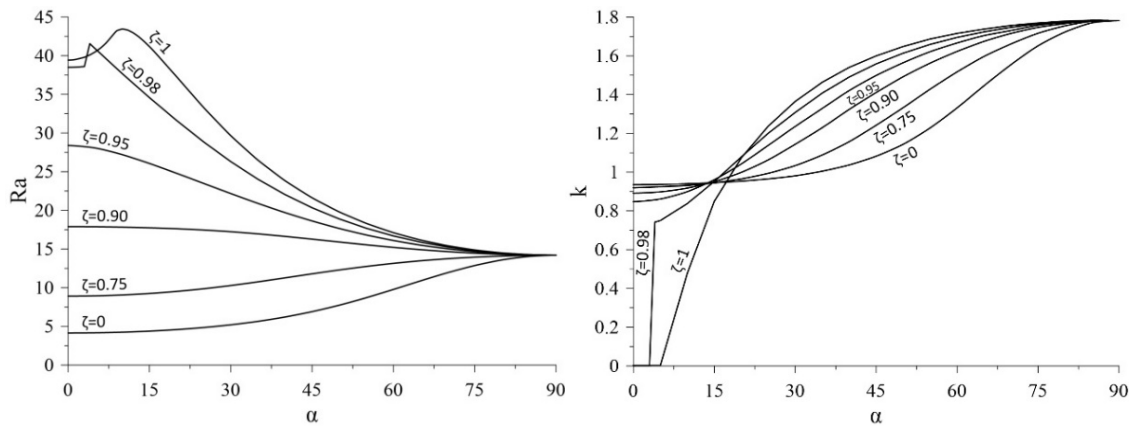


Рис. 2 Зависимость минимального критического Ra (слева) и критического k (справа) от α при различных значениях ζ ($\psi = 0.694$, $K_p = 0.1$)

При низкой проницаемости слоёв и $K_p = 0.1$ наблюдается крупномасштабное плоскопараллельное течение, в большей степени сконцентрированное в центральном слое, однако также захватывающее и менее проницаемые внешние слои. Движение жидкости вдоль оси z отсутствует. При повышении проницаемости слоёв, а также при более высоком $K_p = 0.2$ наблюдается крупномасштабное плоскопараллельное течение с наложенными на него продольными валами (трёхвихревая структура) (Рис. 3). Скорость движения жидкости вдоль оси z становится отличной от нуля, т.е. имеет место полностью трёхмерное течение. При данном K_p основное движение жидкости происходит во внешних слоях, несмотря на то что они менее проницаемы, чем внутренний слой.

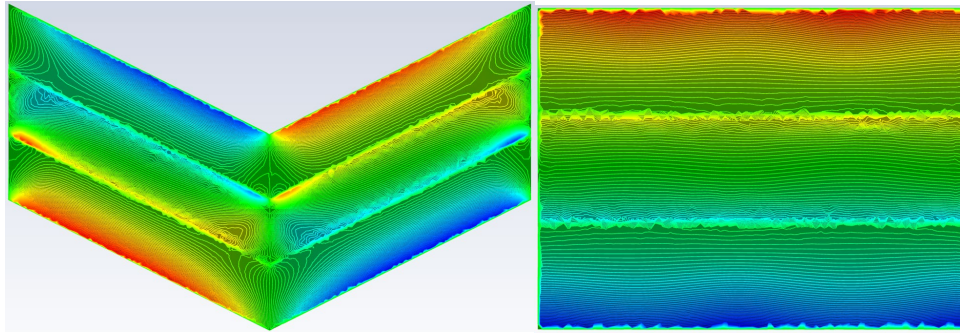


Рис. 3 Поля компоненты скорости V_x в плоскостях XY и YZ ($K_{in} = 5 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2$, $K_{ex} = 1 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2$)

Работа выполнена в рамках крупного научного проекта при финансовой поддержке Минобрнауки России (соглашение № 075-15-2024-535 от 23.04.2024) задача № 2.11.1.

ЛИТЕРАТУРА

1. А.Е. Михайлов. Структурная геология и геологическое картирование. М.: Недра, 1984, 464 с.
2. M. Szulczewski, M. Hesse, R. Juanes. Carbon dioxide dissolution in structural and stratigraphic traps. *Journal of Fluid Mechanics*, 2013, Vol. 736. P. 287-315.
3. H. Baghooee, F. Montel, G. Galliero, W. Yan, A. Shapiro. A new approach to thermal segregation in petroleum reservoirs: Algorithm and case studies. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 2021, Vol. 201. no 108367.
4. K. Parameswari, B.V. Mudgal. Assessment of contaminant migration in an unconfined aquifer around an open dumping yard: Perungudi a case study. *Environmental Earth Sciences*, 2015, Vol. 74. №7. P. 6111-6122.
5. Т.П. Lyubimova, I.D. Muratov, I.S. Shubenkov. Onset and non-linear regimes of convection in an inclined porous layer subjected to vertical temperature gradient. *Physics of Fluids*, 2022, Vol. 34. no 094114.
6. I. Shubenkov, T. Lyubimova, E. Sadilov. Three-dimensional convection in an inclined porous layer subjected to vertical temperature gradient. *Fluid Dynamics & Materials Processing*, 2024, Vol. 20. № 5. P. 1093-1102.
7. Tatyana Lyubimova, Ivan Shubenkov, Nadezhda Ozhgibesova. Soret-Induced Convection in a Layered Porous Medium Simulating an Anticlinal Geological Fold Under the Action of a Geothermal Temperature Gradient. *Heat Transfer*, 2025, 54:2251–2264 2251.

ВЛИЯНИЕ ВИБРАЦИЙ НА ВОЗНИКНОВЕНИЕ КОНВЕКЦИИ В ГОРИЗОНТАЛЬНОМ ПОРИСТОМ СЛОЕ, НАСЫЩЕННОМ ТРЕХКОМПОНЕНТНОЙ ЖИДКОЙ СМЕСЬЮ

И.С. Шубенков, Т.П. Любимова

Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь

В работе [1] с учётом эффекта Соре исследована конвекция трёхкомпонентной смеси в горизонтальном пористом слое. Получена карта устойчивости и найдена новая длинноволновая колебательная мода. В настоящей работе исследуется влияние вибраций на эту систему. Эта проблема важна для геологических приложений.

Рассматривается бесконечный горизонтальный слой пористой среды, насыщенной многокомпонентной жидкостью. В слое существуют установившиеся градиенты температуры и концентраций примесей. Границы слоя твердые, идеально теплопроводные, непроницаемые для примеси. Вся система находится в поле силы тяжести и вибраций. Вибрации предполагаются высокочастотными и малоамплитудными, их направление параллельно градиенту температуры. Уравнения тепловой вибрационной конвекции в однородной однокомпонентной жидкости под действием высокочастотных малоамплитудных вибраций получены в работах [2, 3], в пористой среде, насыщенной однокомпонентной жидкостью в [4].

Уравнения, описывающие конвективное движение многокомпонентной смеси в пористой среде в поле тяжести и высокочастотных малоамплитудных колебаний в системе отсчёта, связанной с колеблющимся слоем, в безразмерной форме, имеют следующий вид [5]:

$$B \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \mathbf{V} = -\nabla P + \text{Ra}(T + \psi \mathbf{C}) \mathbf{j} + \text{Ra}_v (\mathbf{W}_T + \psi \mathbf{W}_C) \cdot \nabla \left(T + \frac{\psi}{\varepsilon} \mathbf{C} \right) \mathbf{e} \quad (1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla T = \nabla^2 T \quad (2)$$

$$\varepsilon \frac{\partial \mathbf{C}}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{C} = \frac{1}{\text{Le}} (\nabla^2 \mathbf{C} - \mathbf{I} \cdot \nabla^2 T) \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0, \quad \nabla \cdot \mathbf{W}_T = 0, \quad \nabla \cdot \mathbf{W}_C = 0 \quad (4)$$

$$\nabla T \times \mathbf{e} = \nabla \times \mathbf{W}_T, \quad \nabla \mathbf{C} \times \mathbf{e} = \nabla \times \mathbf{W}_C \quad (5)$$

Проведён линейный анализ устойчивости состояния равновесия при параметрах, соответствующих работе [1]. Устойчивость равновесия по отношению к длинноволновым возмущениям исследована с помощью разложений в ряды по волновому числу. По отношению к возмущениям с ненулевыми волновыми числами – численно методом построения фундаментальной системы решений. Определены границы устойчивости механического равновесия для различных значений вибрационного числа Рэлея (Рис. 1).

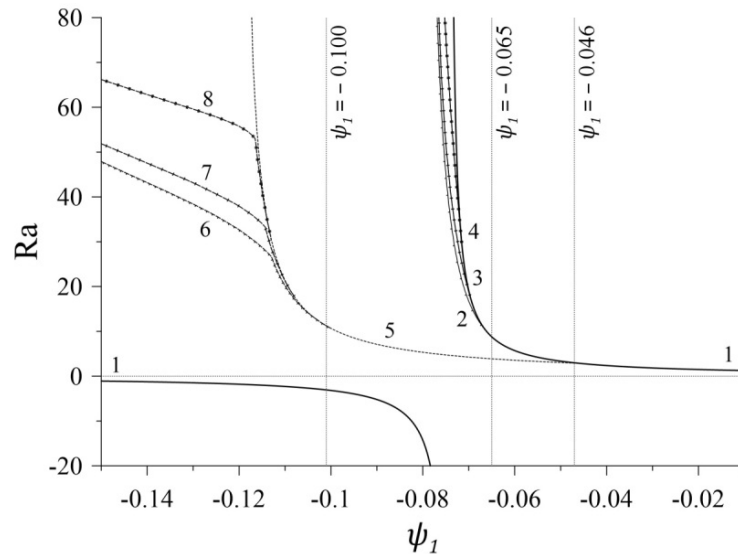


Рис. 1 Карта устойчивости системы: 1 – монотонная длинноволновая мода неустойчивости, 2, 3, 4 – монотонная ячеистая мода для $Ra_v = 0$, $Ra_v = 10$, $Ra_v = 50$ соответственно, 5 – колебательная длинноволновая мода, 6, 7, 8 – колебательная ячеистая мода для $Ra_v = 0$, $Ra_v = 10$, $Ra_v = 50$ соответственно

Установлено, что вибрации не оказывают влияния на длинноволновые возмущения. На ячеистые возмущения вибрации оказывают стабилизирующее действие, повышая порог конвекции, вместе с тем сужая диапазон существования ячеистых монотонных и колебательных возмущений (Рис. 2).

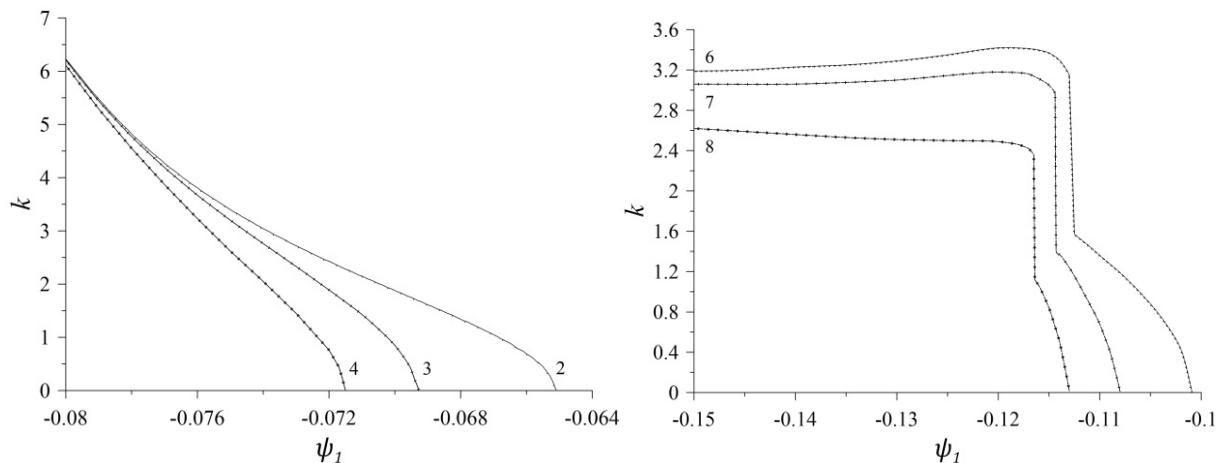


Рис. 2 Зависимость волнового числа возмущений от ψ_1 для ячеистой монотонной неустойчивости (слева) и ячеистой колебательной неустойчивости (справа); нумерация кривых соответствует Рисунку 1

Наличие вибраций приводит к уменьшению частоты критических возмущений во всём диапазоне их существования, причём, с увеличением по модулю отношения разделения это различие для разных значений вибрационного числа Рэлея только усиливается (Рис. 3).

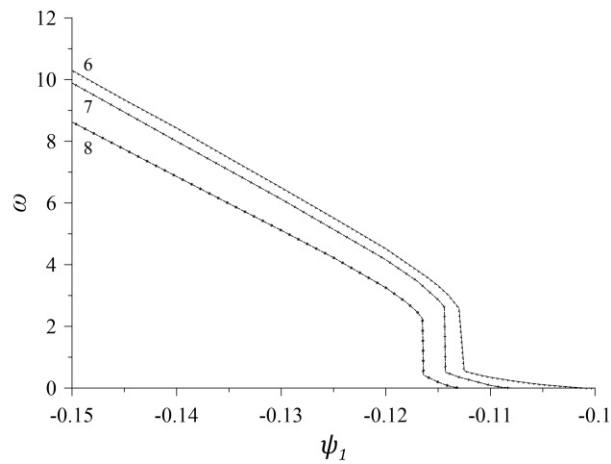


Рис. 3 Зависимость частоты колебаний от ψ_1 для ячейистой колебательной неустойчивости; нумерация кривых соответствует рисунку 1

Работа выполнена при поддержке Министерства Науки и Высшего образования РФ (Тема № 121031700169–1).

ЛИТЕРАТУРА

1. Т.Р. Lyubimova, I.S. Shubenkov. Soret-induced convection of ternary fluid in a horizontal porous layer heated from below. *Physics of Fluids*, 2023, Vol. 35, no 084114.
2. С.М. Зеньковская, И.Б. Симоненко. О влиянии вибрации высокой частоты на возникновение конвекции. *Изв. АН СССР, МЖГ*, 1966, № 5.
3. Г.З. Гершуни, Е.М. Жуховицкий. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. Издательство "Наука", 1972, ст. 390.
4. S.M. Zen'kovskaya. Effect of high-frequency vibration on filtration convection. *J Appl Mech Tech Phys*, 1992, 33, 691–695.
5. M.C. Charrier-Mojtabi, Y.P. Razi, K. Maliwan, A. Mojtabi. Influence of vibrations on Soret-driven convection in porous media. *Numer. Heat Transf. A Appl.*, 2004, т. 46, с.981–993.

О ПАРАМЕТРЕ ПОРЯДКА БИФУРКАЦИЙ РЕШЕНИЙ ЗАДАЧИ ДЖЕФФРИ-ГАМЕЛЯ. ПАРАДОКСАЛЬНЫЕ СВОЙСТВА И ПОТЕРЯ СУЩЕСТВОВАНИЯ РЕШЕНИЙ

Н.И. Яворский

Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск

Представлено полное семейство точных решений уравнений Навье-Стокса для плоского течения вязкой несжимаемой жидкости в бесконечной области, ограниченной двумя исходящими из одной точки прямыми под углом α . В автомоделной постановке эта нелинейная задача впервые была рассмотрена в [1,2] и были получены ее аналитические решения в виде эллиптических интегралов. Она хорошо известна как задача Джеффри-Гамеля и излагается в учебниках [3,4]. В последствии было установлено, что решение неединственно, а количество решений может быть бесконечно [5-7]. Однако, несмотря на давнюю историю до сих пор не было получено полного решения этой задачи для всего диапазона углов $0 < \alpha \leq 2\pi$.

В общепринятых обозначениях автомоделное решение рассматривается в области $0 \leq \varphi \leq \alpha$ и ищется в виде

$$v_r = \frac{6\nu u(\varphi)}{r}, \quad v_\varphi = 0, \quad P = \rho\nu^2[12u(\varphi) - 6a]/r^2, \quad (1)$$

где v_r, v_φ – радиальная и азимутальная компоненты скорости, P – давление, ρ – плотность, ν – кинематическая вязкость, a – безразмерный параметр интегрирования. Уравнения Навье-Стокса сводятся к интегралу движения

$$(du/d\varphi)^2/2 + 2(-a u + u^2 + u^3) = p^2/2, \quad (2)$$

здесь параметр $p = u'(0)$. Задаются условия прилипания на сторонах угла $u(0) = u(\alpha) = 0$. Из (2) видно, что имеется два вида решения: симметричное при $u'(\alpha) = p$ и асимметричное, в случае $u'(\alpha) = -p$. Уравнение (2) имеет аналитическое решение в виде эллиптических функций [1,2].

В настоящей работе показано, что все множество решений получается в виде последовательных бифуркаций пар симметричных решений, от которых ответвляются асимметричные решения, при этом первой в этой цепочке является пара симметричных решений. В качестве примера ниже на Рисунке 1а приведены две первые бифуркации для угла $\alpha = \pi/6$. По оси абсцисс отложен параметр порядка a , который входит в выражение для давления P (1) и уравнение (2), определяющим профиль скорости.

В силу условия прилипания на сторонах угла $u(0) = u(\alpha) = 0$ параметр a определяет давление на стенках (1), то есть давление торможения. Параметр $p = u'(0)$ имеет физический смысл безразмерного трения на стенке $\varphi = 0$. При $a < 0$ решение описывает течение в диффузоре, поскольку давление торможения в нем превышает давление на ∞ . Соответственно, при $a > 0$ имеем течение в конфузоре.

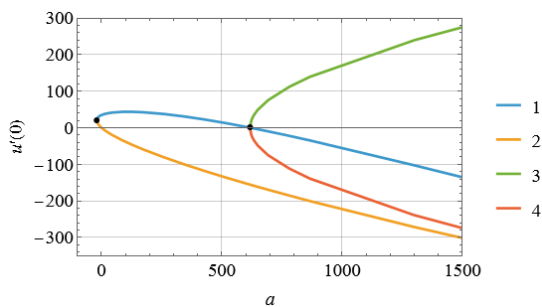


Рис.1а.

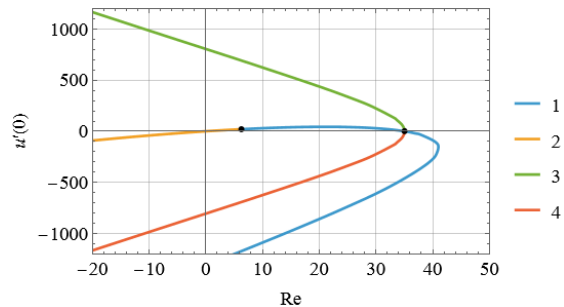


Рис.1б.

Жирными точками на рисунках обозначены точки бифуркаций, рождающие новые пары решений (для $\alpha = \pi/6$ было получено 20 решений). При этом первой является бифуркация двух симметричных решений и характеризуются ненулевым трением на стенках, а бифуркации асимметричных решений являются вилочными и ветвятся от верхней ветви симметричного решения и возникают при трении на стенках, равном нулю. Этот факт с физической точки зрения может показаться парадоксальным. В то же время из симметрии видно, что ветвление асимметричных решений от симметричного может происходить только при нулевой производной функции $u(\varphi)$ на границах $\varphi = 0, \alpha$.

Все решения возникают парами с увеличением параметра порядка a (Рис. 1а). Если же взять, как это обычно делают, в качестве параметра порядка число Рейнольдса, построенному по расходу Q , $Re = Q/\nu$, то точка первой бифуркации рождения пары решений 1 и 2 оказывается обычной регулярной точкой (Рис.1б). Кроме того, число Рейнольдса не следует брать в качестве параметра порядка, поскольку при наличии возвратных потоков, как это имеет место для многих решений задачи Джеффри-Гамеля, расход равен нулю не свидетельствует об отсутствии течения жидкости. Тогда как параметр a является независимым параметром задачи и связан с заданием определенного перепада давления, вызывающего движение жидкости. Он

характеризует источник движения (внешнюю силу воздействия на жидкость, которую всегда применяют в экспериментах и технических устройствах).

Характерно, что вторая бифуркация происходит при $a = 617.303 > 0$ и значении $u'(0) = 0$. Таким образом, асимметричные решения возникают только в конфузоре и при нулевом трении на стенках, а первая бифуркация рождает два симметричных решения при $a_{min} = -19.8 < 0$, то есть при течении в диффузоре. При $a < a_{min}$ решений нет. Это означает потерю существования решения для течений в диффузоре с повышением давления. Этот факт наблюдается для всех значений угла $0 < \alpha \leq 2\pi$. Нами установлено, что, если $\alpha \leq \pi/2$, то с уменьшением угла α до нуля величина a_{min} уменьшается от 0 до $-\infty$ и область существования решений для течений в диффузоре расширяется на весь диапазон возможных давлений. Если же $\pi/2 \leq \alpha \leq 2\pi$, то с уменьшением угла α от 2π до $\pi/2$ величина a_{min} увеличивается от $a_{min} = -0.2478$ до $a_{min} = 0$. При течении в прямом углу $\alpha = \pi/2$ стационарных решений для диффузора вообще нет. На рисунке 2 представлена карта режимов течения для всех углов раствора и $-1 \leq a \leq 3$ (в работе построена также карта режимов для $-10^7 \leq a \leq 10^7$)

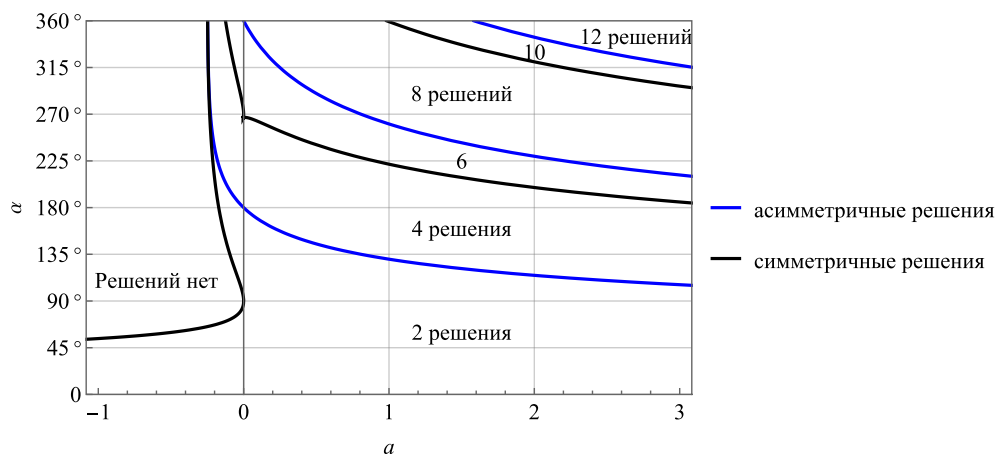


Рис. 2. Карта режимов течения для диапазона параметра порядка $-1 \leq a \leq 3$.

Из рисунка видно, что в диффузоре ($a < 0$) с повышением давления до некоторого критического значения, зависящего от угла раскрытия, все автомодельные решения теряют существование. Потеря существования стационарных автомодельных решений для любого диффузора с конечным углом раскрытия может свидетельствовать о глобальной и абсолютной неустойчивостях ламинарных течений в плоских диффузорах.

В качестве примера приведем профили скорости для течения в канале, имеющим очень малый угол раствора $\alpha = \pi/360$ ($\alpha=0,5^\circ$). Точка первой бифуркации $a = -3.248 \cdot 10^8$, $p = 4.942 \cdot 10^7$ соответствует симметричному течению в диффузоре с числом Рейнольдса $Re=424.28$, вторая бифуркация $a = 8.150 \cdot 10^9$, $p = 0$ – ветвление асимметричных течений в конфузоре (Рис.3).

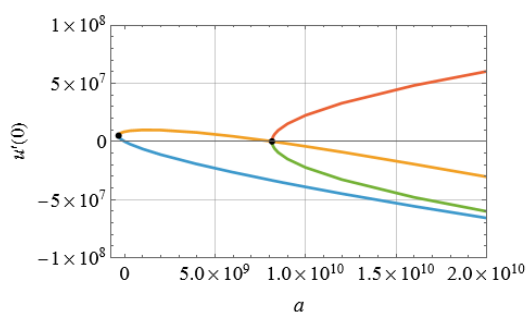


Рис.3. Первые бифуркации для $\alpha=0,5^\circ$.

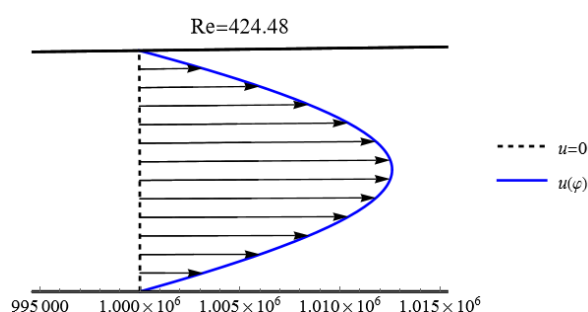


Рис.4. Профиль скорости в точке 1 бифуркации

На рисунках 4 и 5 представлены профили скорости: 1) в точке первой бифуркации, где появляется пара симметричных режимов (Рис.4), 2) вблизи точки второй бифуркации, где наблюдается ветвление верхней ветви симметричного режима на два асимметричных режима (Рис.5б). На рисунке 5а изображен профиль скорости, соответствующей симметричному режиму при значении параметра порядка $a = 8.3 \cdot 10^9$ вблизи точки второй бифуркации. Сравнения профили скорости двух симметричных режимов при одинаковом перепаде давления торможения (Рис. 5а и 5б) наблюдаем парадоксальный результат: направление течения оказываются противоположными (!). При этом профиль на Рис. 5б соответствует «неправильному» направлению течения и нулевому трению на стенках. Оба профиля являются точными стационарными решениями уравнений Навье-Стокса. Следовательно, в каждой точке пространства течения имеется точный баланс сил: сил давления, вязкого трения и инерции. Этот результат меняет наши обычные представления о роли каждой из рассматриваемых сил, поскольку при отсутствии других внешних сил

движущей силой обычно считается перепад давления, как единственная внешняя сила, организующее движение.

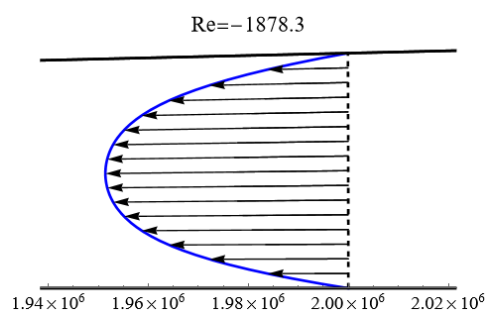


Рис.5а. $a = 8.3 \cdot 10^9$

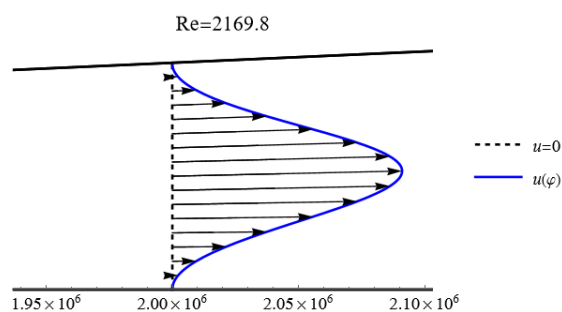


Рис. 5б. $a = 8.3 \cdot 10^9$

На следующих рисунках 6а-6г приведены профили скорости при значительном увеличении перепада давления торможения $a = 5 \cdot 10^{11}$ для конфузора и «справедливость восстанавливается». Расход становится отрицательным, что отражено отрицательными значениями числа Рейнольдса, то есть теперь в целом течение направлено в нужную сторону, «как положено», в конфузоре.

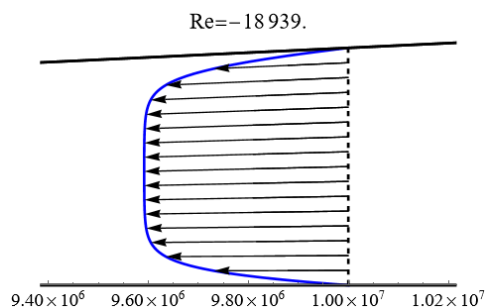


Рис.6а. Симметричное решение

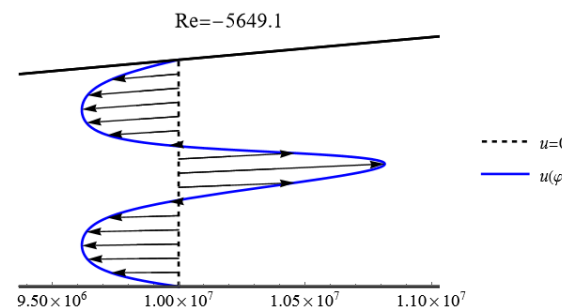


Рис. 6б. Симметричное решение с возвратным током.

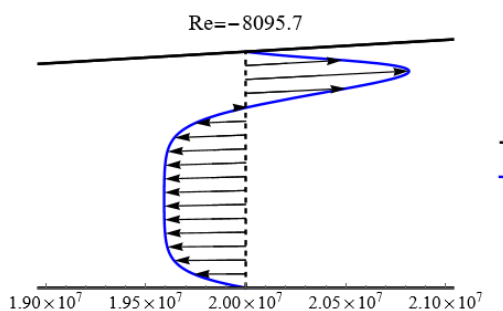


Рис.6в. Асимметричное решение с пристенной струей

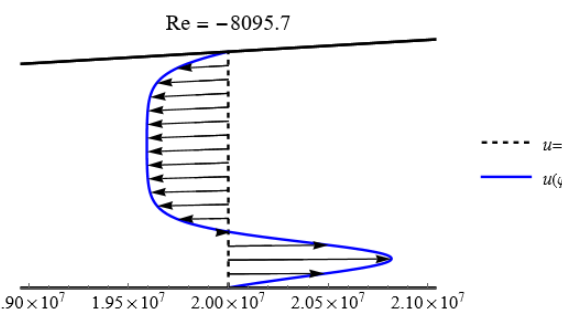


Рис. 6г. Зеркальное асимметричное решение.

Аналогичная картина наблюдается для любых значений угла раствора конфузора. Для расчетов требуется высокая точность (не менее 20-30 значащих цифр) и адекватный алгоритм, позволяющий находить все возможные решения.

Важно отметить, что имеется бесконечная последовательность бифуркаций симметричных решений, которые отличаются числом противоточных струй, подобно тому, что мы видим на рисунках 6. Каждая такая бифуркация рождает связанные бифуркационной кривой только 4 решения: 2 симметричных и 2 асимметричных, возникающих на верхней ветви симметричного решения в результате вилочной бифуркации. Все такие семейства решений являются не связанными множествами, что сильно затрудняло ранее нахождение всех решений. Ключевой особенностью настоящего исследования является нахождение адекватного задаче параметра порядка a , имеющего ясный физический смысл параметра, определяющего источник движения. В результате получено полное решение задачи Джеффри-Гамеля. Изменено определение диффузора и конфузора как двух типов движения в одном устройстве, определяемом знаком перепада давления торможения, соответственно, знаком безразмерного параметра a . Это позволило построить полную карту режимов течения (см. Рис.2), обнаружить парадоксальные свойства решений и потерю существования всех автомодельных решений для диффузора при превышении перепада торможения некоторого предела, вычисленного в работе для всех значений угла раствора.

Сам факт появления нетривиальных точных решений уравнений Навье-Стокса для вязкой несжимаемой жидкости, которые отвечают течению с заданным условием прилипания, но без трения на твердой

поверхности, является парадоксальным. В объеме жидкость ведет себя как существенно вязкая, тем не менее, существует такой режим течения, когда на всей твердой поверхности, ограничивающую жидкость, трение равно нулю. При этом, течение интенсивное и может быть противоточным. Более того, в достаточно большом диапазоне режимного параметра a жидкость в среднем может течь в направлении роста давления. Прикладываемое давление, чтобы жидкость затекала в устройство, а она туда не течет, а течет из устройства и трение на стенках ноль или вблизи нуля. Подчеркнем еще раз, что все рассматриваемые решения являются точными решениями уравнений Навье-Стокса. Наличие стационарных решений свидетельствует о строгом соблюдении баланса всех сил, действующих на жидкость в каждой точке пространства. В докладе будут представлены возможное объяснение, дополнительные нетривиальные факты, кривые бифуркаций поля скорости и давления для всего диапазона углов и обоснование почему мы полагаем, что нашли полное решение задачи Джеффри-Гамеля.

Работа выполнена при поддержке государственного бюджета (проект 121032200034-4).

ЛИТЕРАТУРА.

1. Jeffery G.B. The two-dimensional steady motion of a viscous fluid // *Philos. Mag. Ser. 6*. 1915. V. 29, No. 172. P. 455-465.
2. Hamel G. Spiralförmige Bewegungen zäher Flüssigkeiten // *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker Vereinigung*. 1917. Bd. 25. S. 34-65.
3. Бэтчелор Дж. Введение в динамику жидкости. М: Мир. 1973. 758 с.
4. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. М: Наука. 1986. 736 с.
5. Dennis S.C.R., Banks W.H.H., Drazin P.G., Zaturka M.B. Flow along a diverging channel // *J. Fluid Mech.* 1997. V. 336. P.183–202.
6. Шверак В. О решениях Ландау уравнений Навье-Стокса // *Проблемы математического анализа*. 2011. Вып. 61. С. 175-191.
7. Shtern V.N. Counterflows: paradoxical fluid mechanics phenomena. – Cambridge; New York: Cambridge University Press. 2012. XIV. 470 pp.

Научное издание

**Материалы XXVI Международной конференции
«Нелинейные задачи теории гидродинамической устойчивости и турбулентность».**

Ответственные редакторы Н.В. Никитин, Н.В. Попеленская

Электронное издание сетевого распространения

Издательство Московского Университета.
119991, Москва, Ленинские горы, д.1, стр. 15 (ул. Академика Хохлова, 11).
Веб-сайт: <http://msupress.com>
Тел.: (495) 939-32-91. E-mail: secretary@msupress.com

http://hit-conf.imec.msu.ru/books/NeZaTeGiUs_2026.pdf